# การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

วิทยา พูลสวัสดิ์

วิทยานิพนธ์เสนอมหาวิทยาลัยพะเยา เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
หลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
พฤษภาคม 2566
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยพะเยา

# การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

วิทยา พูลสวัสดิ์

วิทยานิพนธ์เสนอมหาวิทยาลัยพะเยา เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
หลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
พฤษภาคม 2566
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยพะเยา

# DEVELOPING A CONSTRUCTIVIST INSTRUCTIONAL MODEL TO FACILITATE PRESERVICE (MATHEMATICS) TEACHERS' MATHEMATICAL REASONING ABILITY

WITTAYA PULSAWAD

A Dissertation Submitted to University of Phayao

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Doctor of Education Program  Degree in Curriculum and Instruction

May 2023

Copyright 2023 by University of Phayao

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

ของ วิทยา พูลสวัสดิ์

ได้รับพิจารณาอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
หลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
ของมหาวิทยาลัยพะเยา

..... ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ประวิต เอราวรรณ์)

..... ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ลือชา ลดาชาติ)

..... กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่งทิวา กองสอน)

..... กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิไลภรณ์ ฤทธิคุปต์)

..... อาจารย์บัณฑิตศึกษามหาวิทยาลัยพะเยา
(ดร. วสันต์ สรรพสุข)

..... คณบดีวิทยาลัยการศึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. รักษิต สุทธิพงษ์)

**เรื่อง:** การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**ผู้วิจัย:** วิทยา พูลสวัสดิ์, วิทยานิพนธ์: กศ.ด.(หลักสูตรและการสอน), มหาวิทยาลัยพะเยา, 2565

**อาจารย์ที่ปรึกษา:** รองศาสตราจารย์ ดร. ลือชา ลดาชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิวา กองสอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิไลภรณ์ ฤทธิคุปต์

**คำสำคัญ:** การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, การเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม, การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์, การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

## บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู และ 2) เพื่อศึกษาผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมต่อระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างสำหรับวัตถุประสงค์ที่ 1 คือ ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน และนักศึกษากลุ่มทดลองนำร่อง จำนวน 29 คน และกลุ่มตัวอย่างสำหรับวัตถุประสงค์ที่ 2 คือ นักศึกษาชั้นปีที่ 1 กลุ่ม 2 สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 26 คน ซึ่งทั้งสองกลุ่มมาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ตามด้วยเกณฑ์คุณสมบัติและความสะดวก ตามลำดับ เครื่องมือในการวิจัย ประกอบด้วย 1) รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 3) แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณประกอบด้วย การหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทางสถิติแบบนอนพาราเมตริก ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นการตีความเพื่อสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย

ผลการวิจัย พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมมี 6 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา 4) กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5) สื่อและแหล่งเรียนรู้ และ 6) การวัดและประเมินผล จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ รูปแบบการเรียนการสอนมีคุณภาพด้านความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุดและนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยการทดสอบทางสถิติบ่งชี้ว่า การเปลี่ยนแปลงเหล่านี้มีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ($W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$ สำหรับการให้เหตุผลแบบอุปนัย และ $W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$ สำหรับการให้เหตุผลแบบนิรนัย) นอกจากนี้จากการหาคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล เท่ากับ 0.6177 ซึ่งยืนยันว่า รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมพัฒนานักศึกษาให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น อย่างไรก็ตาม จากการสัมภาษณ์นักศึกษา ถึงแม้ว่านักศึกษาทุกคนระบุลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบได้ แต่นักศึกษาบางคนไม่สามารถบอกได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

**Title:** DEVELOPING A CONSTRUCTIVIST INSTRUCTIONAL MODEL TO FACILITATE PRESERVICE (MATHEMATICS) TEACHERS' MATHEMATICAL REASONING ABILITY

**Author:** Wittaya Pulsawad, Dissertation: Ed.D.(Curriculum and Instruction), University of Phayao, 2022

**Advisor:** Associate Professor Dr. Luecha Ladachart Co-advisor Assistant Professor Dr.Rungtiwa Kongson Assistant Professor Dr.Wilaiporn Rittikoop

**Keywords:** Teaching and Learning Model Development, Mathematical Reasoning Ability, Teaching and Learning Based on Constructivist Theory, Mathematics Instructional Process, Mathematical Reasoning for Pre-service Students

## ABSTRACT

The purpose of this research is to: 1) Establish and determine the quality of teaching style based on constructivist theory, and promote the mathematical reasoning ability of pre-service teachers, and 2) Study the influence of constructivist teaching model on the level of mathematical reasoning ability. The sample group for the first objective was 7 experts and 29 pilot students. The sample group of the second objective was a group of 26 first-year students of mathematics program from faculty of education, Chiang Rai Rajabhat University, in the first semester of the 2022 academic year. Both sample groups were selected by purposive sampling, followed by consideration of qualification criteria and convenience. The research tools included: 1) Teaching model based on constructivism 2) Assessment form of mathematical reasoning ability and 3) Semi-structured interview form. Quantitative data analysis was relied on mean value, standard deviation and non-parametric statistical tests, while the qualitative data analysis was used to interpret inductive conclusions.

It can be concluded that the teaching and learning model based on constructivist theory has 6 components including principles, objectives, content, process of learning activities, media and learning resources, and assessment/evaluation. From expert evaluation, the model had the highest level of appropriacy while students, who used the constructivist instructional method for learning, improved their mathematical reasoning ability at the significance level of 0.05, both inductively and deductively ($W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$) and ($W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$, respectively). The effectiveness index of 0.6177 indicated that the teaching model based on constructivist theory could be used as the tool to improve students' ability of mathematical reasoning. However, through student interviews, although they were able to differentiate between different types of mathematical reasoning, some students could not create mathematical knowledge by applying both types of reasoning together.

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความเมตตา ความกรุณา และความปรารถนาดีอย่างยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ลือชา ลดาชาติ ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้คำปรึกษา ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ คอยสนับสนุนและให้ความช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่และให้กำลังใจตลอดระยะเวลาที่ทำการศึกษาวิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้ และขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิวา กองสอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิไลภรณ์ ฤทธิคุปต์ กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ความรู้ แนวคิดและแนะแนวทางในการศึกษาวิจัย เพื่อให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ประวิต เอราวรรณ์ ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่านที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่อง จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุดาพร ปัญญาพฤกษ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กานต์รวี บุษยานนท์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิติมา พรหมมารัตน์ อาจารย์ ดร.วันชัย ตาปัญโญ อาจารย์ ดร.วีรพงษ์ วงศ์พินิจ อาจารย์ ดร.ปรมินทร์ อริเดช และครูสุวิมล บุญคำ ผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความกรุณาตรวจสอบคุณภาพรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ตลอดจนให้คำแนะนำที่มีคุณค่ายิ่ง

กราบขอบพระคุณ ครู อาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้กับผู้วิจัยมาจนถึงวันนี้ ตลอดจนเจ้าของหนังสือทุกเล่มและเจ้าของบทความทุกฉบับที่ผู้วิจัยได้นำมาใช้ศึกษาอ้างอิงในการศึกษาวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ที่ให้ทุนสนับสนุนการศึกษาเพื่อเพิ่มคุณวุฒิตามโครงการฯ เพื่อศึกษาระดับปริญญาเอก

ขอขอบพระคุณผู้บังคับบัญชา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศรชัย มุ่งไธสง อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทัศน์ คล้ายสุวรรณ รองอธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุสรณ์ ตองอ่อน คณบดีคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย และผู้บังคับบัญชาในสายงานของผู้วิจัยที่ไม่ได้เอ่ยนาม ที่ให้การสนับสนุนในการศึกษาต่อ คอยเป็นกำลังใจและให้คำแนะนำในการศึกษาต่อเสมอมา

ขอขอบคุณผู้บริหาร ประธานโปรแกรมวิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ และนักศึกษาชั้นปีที่ 1 (รหัส 65) โปรแกรมวิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ทุกคน ที่ให้ความอนุเคราะห์และความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยในครั้งนี้อย่างดียิ่ง

ขอขอบคุณเพื่อนร่วมรุ่นปริญญาเอกทุกคนและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ให้คำแนะนำปรึกษาและให้กำลังใจเสมอมา

กราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ให้กำลังใจ ให้คำปรึกษาและคอยสนับสนุนเสมอ คุณประโยชน์ใด ๆ ที่ได้จากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่พระคุณของบิดา มารดา ครูบา อาจารย์ที่ประสิทธิ์ประสาทวิชา ตลอดจนเจ้าของหนังสือและเจ้าของบทความทุกท่านที่ทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในการศึกษาครั้งนี้

วิทยา พูลสวัสดิ์

# สารบัญ

หน้า


บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ซ

สารบัญตาราง ..... ฎ

สารบัญภาพ ..... ณ

บทที่ 1 บทนำ ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ..... 1

คำถามการวิจัย ..... 7

วัตถุประสงค์ของการวิจัย ..... 8

สมมติฐานของการวิจัย ..... 8

ขอบเขตของการวิจัย ..... 8

นิยามศัพท์เฉพาะ ..... 11

ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย ..... 12

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ..... 13

มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) ... 14

หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ..... 16

การให้เหตุผล (Reasoning) ..... 18

ทฤษฎีสรรคนิยม ..... 47

การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ..... 61

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ..... 74
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ..... 98
กรอบแนวคิดในการวิจัย ..... 110
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย ..... 114
ขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎี สรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ..... 116
ขั้นตอนที่ 2 การใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู ..... 132
บทที่ 4 ผลการวิจัย ..... 152
ขั้นตอนที่ 1 ผลการสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎี สรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู .... 152
ขั้นตอนที่ 2 ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ..... 165
บทที่ 5 บทสรุป ..... 190
สรุปผลการวิจัย ..... 190
อภิปรายผลการวิจัย ..... 195
ข้อเสนอแนะ ..... 216
บรรณานุกรม ..... 220
ภาคผนวก ..... 234
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย ..... 235
ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 236
ภาคผนวก ค แบบประเมินสำหรับผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 344
ภาคผนวก ง ผลการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 420

ภาคผนวก จ ผลจากการใช้เครื่องมือในการวิจัย.....432
ประวัติผู้วิจัย.....454

# สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงการจัดกลุ่มหมวดวิชาเฉพาะรายวิชาเอกตามจุดเน้นของรายวิชา ..... 16

ตาราง 2 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกระทรวงศึกษาธิการ..... 41

ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของอริสรา ชมชื่น..... 42

ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของไพศาล แมลงทับทอง ..... 42

ตาราง 5 แสดงกรอบการประเมินเพื่อวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัย..... 44

ตาราง 6 แสดงกรอบการประเมินเพื่อวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย ..... 46

ตาราง 7 แสดงบทบาทของครูในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ..... 68

ตาราง 8 แสดงบทบาทของผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้..... 70

ตาราง 9 แสดงผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ..... 82

ตาราง 10 แสดงเนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน..... 84

ตาราง 11 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ขั้นตอนการสอน (EISDGA)..... 88

ตาราง 12 แสดงเนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน..... 119

ตาราง 13 แสดงตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 137

ตาราง 14 แสดงแผนการจัดกิจกรรมตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์.....141

ตาราง 15 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย..... 147

ตาราง 16 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 148

ตาราง 17 แสดงแบบตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย..... 148

ตาราง 18 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย..... 149

ตาราง 19 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย 150

ตาราง 20 แสดงแบบตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย..... 150

ตาราง 21 แสดงการปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ..... 158

ตาราง 22 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ..... 159

ตาราง 23 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย .....161

ตาราง 24 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย..... 162

ตาราง 25 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ..... 162

ตาราง 26 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต..... 163

ตาราง 27 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน..... 163

ตาราง 28 แสดงผลค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ..... 165

ตาราง 29 แสดงคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความสามารถจากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ ..... 166

ตาราง 30 แสดงคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความสามารถจากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ ..... 167

ตาราง 31 แสดงคะแนนเฉลี่ยจากพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยในการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ..... 168

ตาราง 32 แสดงคะแนนเฉลี่ยจากพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยในการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ..... 171

ตาราง 33 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ ..... 174

ตาราง 34 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ..... 174

ตาราง 35 แสดงผลการสัมภาษณ์ภาพรวมของคำถามข้อที่ 1–6 ..... 176

ตาราง 36 แสดงผลการสัมภาษณ์ภาพรวมของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดที่นักศึกษาใช้ในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา ..... 183

ตาราง 37 แสดงผลการสัมภาษณ์ภาพรวมของยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้ได้..... 184

ตาราง 38 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู จากผู้เชี่ยวชาญ 7 ท่าน ..... 421

ตาราง 39 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากผู้เชี่ยวชาญ 7 ท่าน .....425

ตาราง 40 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์ จากผู้เชี่ยวชาญ 7 ท่าน .....428

ตาราง 41 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู (N = 29) .....430

ตาราง 42 แสดงผลคะแนนผลและระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู (N = 26).....433

ตาราง 43 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ.....435

ตาราง 44 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยหลังเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ .....435

ตาราง 45 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ .....436

ตาราง 46 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยหลังเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ.....436

ตาราง 47 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 1 (N = 26) .....437

ตาราง 48 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรม

การเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 2 (N = 26).....439

ตาราง 49 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 3 (N = 26).....440

ตาราง 50 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 1 (N = 26) ..... 441

ตาราง 51 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 2 (N = 26).....442

ตาราง 52 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 2 (N = 26).....443

ตาราง 53 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon signed – rank test) และขนาดอิทธิพล (Effect size) จาก Rank–Biserial Correlation.....444

ตาราง 54 แสดงผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....445

# สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 การให้เหตุผลขั้นสูงแบบดั้งเดิม ..... 20
ภาพ 2 การตรวจสอบเชิงลึกใน Meta-AQUA ..... 21
ภาพ 3 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ..... 26
ภาพ 4 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ..... 27
ภาพ 5 กระบวนการในการให้เหตุผลที่สัมพันธ์กันระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ..... 28
ภาพ 6 แนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญา ..... 49
ภาพ 7 แนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงสังคม ..... 51
ภาพ 8 Zone of Proximal Development ..... 51
ภาพ 9 การวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ..... 87
ภาพ 10 กรอบแนวคิดในการวิจัย ..... 110
ภาพ 11 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ..... 115
ภาพ 12 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ..... 118
ภาพ 13 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ..... 118
ภาพ 14 แบบแผนการวิจัยเชิงผสมผสานแบบรองรับภายใน ..... 134
ภาพ 15 แผนการวิจัย ..... 134
ภาพ 16 ตัวอย่างของนักศึกษาที่ยกตัวอย่างเพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้นได้อย่างไร จาก $A \cup B \cap C$ กับ $A \cup B \cap C$ ตัวอย่างที่ 2 จะสามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตกำลังมีจำนวนกี่ตัวได้อย่างไร ..... 185

ภาพ 17 ตัวอย่างของนักศึกษาที่ยกตัวอย่างเพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้นได้อย่างไร จากการจำนวนสมาชิกของเซตกำลัง.....186

ภาพ 18 ตัวอย่างของนักศึกษาที่ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้จากสถานการณ์นั้นได้อย่างไร จาก $PA \cap B$ เท่ากับ $PA \cap PB$ หรือไม่ และ $A \times B$ เท่ากับ $B \times A$ หรือไม่..... 187

ภาพ 19 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....191

# บทที่ 1

# บทนำ

## ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีลักษณะและธรรมชาติเฉพาะตัว ซึ่งทำให้คณิตศาสตร์มีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น ๆ American Association for the Advancement of Science (AAAS) (1993) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง “แบบรูปและความสัมพันธ์” (Patterns and Relationships) ของสิ่งต่าง ๆ เช่น นักคณิตศาสตร์สังเกตสิ่งต่าง ๆ ที่มีรูปร่างเป็นวงกลม อาทิ ดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ และดวงตา ทั้งนี้ เพื่อสร้างแบบรูปว่า สิ่งที่เป็นวงกลมเหล่านั้น (ไม่ว่าจะเป็นสิ่งใด มีขนาดเท่าใด และมีสีอะไร) จะประกอบด้วยจุดศูนย์กลางของวงกลมและเส้นรอบวงกลม จากแบบรูปของวงกลมนี้ นักคณิตศาสตร์จึงสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของวงกลมได้ อาทิ เส้นตรงใด ๆ จากจุดศูนย์กลางวงกลมไปยังจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงกลม (รัศมีของวงกลม) จะมีความยาวเท่ากันเสมอ และเส้นตรงใด ๆ จากจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงกลมที่ผ่านจุดศูนย์กลางวงกลมไปยังจุดตรงกันข้ามอีกฝั่งหนึ่งบนเส้นรอบวงกลม (เส้นผ่านศูนย์กลาง) ก็จะมีความยาวเท่ากันเสมอเช่นกัน

การสร้างแบบรูปและความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ นักคณิตศาสตร์ใช้ “กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์” (Mathematical Inquiry) ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ 1) การสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ (Abstraction and Symbolic Representations) 2) การจัดกระทำข้อแถลงทางคณิตศาสตร์ (Manipulating Mathematical Statements) และ 3) การนำผลการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ (Applications) (American Association for the Advancement of Science (AAAS), 1993) จากตัวอย่างการสร้างแบบรูปและความสัมพันธ์เกี่ยวกับวงกลม นักคณิตศาสตร์สร้างสัญลักษณ์ต่าง ๆ แทนองค์ประกอบของวงกลม อาทิ o แทน จุดศูนย์กลางของวงกลม r แทน รัศมีของวงกลม และ d แทนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ทั้งนี้เพื่อสำรวจ จัดกระทำ และสร้างเป็นข้อแถลงทางคณิตศาสตร์ อาทิ $d = 2r$ ซึ่งหมายความว่า เส้นผ่านศูนย์กลางมีความยาวเป็น 2 เท่าของรัศมีของวงกลม เมื่อข้อแถลงถูกสร้างขึ้นและผ่านการตรวจสอบจนเป็นที่ประจักษ์แล้วนักคณิตศาสตร์จึงไม่เพียงแต่นำข้อแถลงนั้นไปประยุกต์ใช้กับสิ่งอื่น ๆ ที่มีรูปร่างเป็นวงกลมได้ หากยังสร้างวงกลมใหม่ได้บนพื้นฐานของข้อแถลงนั้น

สิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ก็คือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) โดย Christiansen (1969) ระบุว่า คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการให้

เหตุผล 2 ประเภทหลัก ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้าง “หลักการ (หรือข้อแถลงทั่วไป) ที่ผูกรวม (ข้อเท็จจริงต่าง ๆ) เข้าไว้ด้วยกัน” (Dewey, 1910, p. 82) และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อ “ทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุง (ข้อแถลงนั้น)” (Dewey, 1910, p. 82) จากตัวอย่างเกี่ยวกับวงกลมก่อนหน้านี้ นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยจากการสังเกตและสำรวจลักษณะของวงกลมหลายวงว่า วงกลมเหล่านั้นล้วนมีจุดหนึ่งเป็นศูนย์กลาง ซึ่งระยะทางจากจุดนั้นไปยังจุดใด ๆ บนเส้นรอบวงกลมจะมีค่าเท่ากันและเท่ากับรัศมีของวงกลม จากนั้น นักคณิตศาสตร์จึงใช้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อทดสอบว่า ข้อแถลงนี้ยังคงถูกต้องกับวงกลมอื่น ๆ อีกหรือไม่ ซึ่งหากได้รับการยืนยันซ้ำแล้วซ้ำเล่า ข้อแถลงนั้นก็จะเป็นที่ยอมรับในฐานะความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้ แม้ความคิดหรือข้อแถลงทางคณิตศาสตร์จะเริ่มเกิดขึ้นจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย แต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้รับการตรวจสอบและยืนยันจากการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Khan, 2015)

จากลักษณะของธรรมชาติของคณิตศาสตร์ข้างต้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นผ่านกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มุมมองนี้สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม (Constructivist Theory of Learning) ที่อธิบายว่าความรู้เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นจากประสบการณ์กับโลกทางกายภาพ และถูกตรวจสอบความน่าเชื่อถือผ่านกระบวนการทางสังคม (Glasersfeld, 2001) มุมมองนี้ยังสอดคล้องกับสิ่งที่ Dossey (1992) และ Ernest (1993) เสนอว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนภายในจิตใจที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อใช้แทนสิ่งที่เกิดขึ้นในโลกภายนอก หาใช่สิ่งที่มีอยู่แล้วและถูกค้นพบโดยมนุษย์ในภายหลัง ดังนั้น คณิตศาสตร์จึงไม่ใช่ “ความรู้ที่เป็นปรนัย สัมบูรณ์ แน่นอน และแก้ไขไม่ได้” หากแต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็น “ผลลัพธ์ของกระบวนการทางสังคม” ที่ซึ่ง “ผิดพลาดได้และเปิดกว้างต่อการปรับปรุงแก้ไข” (Ernest, 1996, pp. 2–3) ยิ่งไปกว่านั้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นอิสระไปจากค่านิยมและวัฒนธรรมของมนุษย์ ในทางตรงกันข้าม ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีค่านิยมและวัฒนธรรมในบริบทที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นถูกสร้างขึ้นพ่วงติดอยู่ (Lerman, 1990)

อย่างไรก็ดี คนทั่วไปมักมีมุมมองต่อคณิตศาสตร์ที่ผิวเผินว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยตัวเลขและการคำนวณเท่านั้น (กมลวิทย์ พันธ์พัฒนกุล, 2555) โดยการคำนวณนั้นเป็นเพียงการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่แล้ว มุมมองนี้ค่อนข้างจำกัด ทั้งนี้เพราะมุมมองนี้ไม่ได้ช่วยให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ ยิ่งเมื่อครูมีมุมมองเช่นนี้ ครูจึงมุ่งสอนเพียงเพื่อให้นักเรียนจดจำและฝึกฝนการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่

ให้คล่องแคล่วเท่านั้น (Stipek, 2001) โดยครูอาจละเลยการส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ผลที่ตามมาคือว่า ถึงแม้ว่านักเรียนอาจจดจำความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นไปประยุกต์ใช้ในบริบทที่ตนเองคุ้นเคย แต่นักเรียนอาจไม่สามารถสร้างความรู้ใหม่และนำความรู้นั้นไปใช้ในบริบทใหม่ที่ตนเองไม่คุ้นเคยได้ ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินของโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) หลายครั้งที่สะท้อนว่า นักเรียนไทยยังขาดสมรรถนะที่สำคัญเกี่ยวกับกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) ถึงแม้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะให้ความสำคัญในส่วนของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, หน้า 3) แต่เมื่อครูยังมีมุมมองว่าตนเองเป็นเพียงผู้ถ่ายทอดวิชาความรู้ ครูจะนำเอาเพียงความรู้และประสบการณ์ในอดีตมาถ่ายทอดให้กับผู้เรียน จึงไม่เพียงพอต่อการพัฒนาในการสร้างองค์ความรู้สำคัญที่จะเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์ (การสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์) ซึ่งแต่ละคนต้องตกผลึกเป็นหลักการเพื่อนำมาใช้ในชีวิตต่อไป (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2564) ดังนั้น หากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนยังคงเป็นเช่นนี้ การสร้างพลเมืองที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematically Literate Citizens) และบุคลากรด้านคณิตศาสตร์ที่มีความสามารถในการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์จึงแทบไม่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เลย

ด้วยเหตุนี้ ครูจำเป็นต้องได้รับการส่งเสริมให้มีมุมมองต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ในฐานะสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นผ่านกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มุมมองนี้จะเป็นรากฐานสำคัญให้กับครูในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นหัวใจของการปฏิรูปการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยและของต่างประเทศในปัจจุบัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560; National Council of Teachers of Mathematics NCTM., 2000) (เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ทั้งในส่วนของการสร้างความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ในชีวิตประจำวันผ่านการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการตรวจสอบความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์นั้นผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัย ครูจึงควรได้รับการส่งเสริมให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบ โดยงานวิจัยเปิดเผยว่า การมีส่วนร่วม

ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ครูและนักศึกษาครูเข้าใจว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีบทบาทในการสร้าง ตรวจสอบ และยืนยันความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร (Khan, 2015) ซึ่งจะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ผ่านการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์

ถึงกระนั้นก็ตาม หลักสูตรการผลิตครูยังมีข้อจำกัดบางประการ โดยแสดงให้เห็นจากผลลัพธ์การเรียนรู้ สาระความรู้กลุ่มสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ระบุว่าผู้เรียน (นักศึกษา) ต้องมีความรู้เกี่ยวกับหลักการ แนวคิด ทฤษฎี เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์และโครงสร้างนามธรรมที่ถูกกำหนดขึ้นผ่านทางกลุ่มของสัจพจน์ซึ่งมีการให้เหตุผลที่แน่นอนโดยใช้ตรรกศาสตร์ สัญลักษณ์และสัญกรณ์คณิตศาสตร์รูปแบบและโครงสร้าง (กระทรวงศึกษาธิการ, 6 มีนาคม 2562, หน้า 20) โดยอาจารย์ผู้สอนในสถาบันการผลิตครูคณิตศาสตร์จะมุ่งเน้นไปที่การบรรยายเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่ ซึ่งสอดคล้องกับ Cooney and Wiegel (2003) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มักถูกมองว่าเป็นเนื้อหามากกว่ากระบวนการ ดังนั้น การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการผลิตครูจึงเน้นไปที่การบรรยายเนื้อหาให้แก่นักศึกษาครูมากกว่าการส่งเสริมให้นักศึกษาครูมีส่วนร่วมในกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลที่ตามมาคือ การสร้างครูคณิตศาสตร์ รุ่นใหม่ให้มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยตัวนักศึกษาครูเองยังขาดประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักศึกษาครูไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ระดับที่น่าพอใจ ตัวอย่างเช่น จากการจำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูในบริบท เรื่อง พีชคณิต ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ 1) นักศึกษาครูไม่สามารถให้เหตุผลได้เลย 2) นักศึกษาครูตระหนักถึงความรู้ที่เกี่ยวข้อง แต่ไม่สามารถนำความรู้นั้นมาสร้างเหตุผลได้ 3) นักศึกษาครูสามารถให้เหตุผลได้ แต่เหตุผลนั้นค่อนข้างอ่อนแอ และ 4) นักศึกษาครูสามารถให้เหตุผลที่แข็งแรงได้ Castro (2004) พบว่า นักศึกษาครูให้เหตุผลจำนวนเกือบครึ่ง (47.1%) ที่เป็นเหตุผลในระดับที่ 1 โดยเหตุผลในระดับที่ 4 มีเพียง 6.6% เท่านั้น ในทำนองเดียวกัน จิรรัตน์ จตุรานนท์ (2554) พบว่า นักศึกษาครูคณิตศาสตร์ที่ศึกษาในคณะครุศาสตร์หรือคณะศึกษาศาสตร์จาก 8 มหาวิทยาลัยที่มีหลักสูตรการผลิตครูในกรุงเทพมหานคร จำนวน 322 คน มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ (ค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 38.02%) ด้วยเหตุนี้ การคาดหวังให้การจัดการเรียนการสอนที่เน้นการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นในโรงเรียนโดยปราศจากการเตรียมพร้อมให้นักศึกษาครูมีความสามารถในการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นไปได้ยาก

ดังนั้น เพื่อผลิตครูคณิตศาสตร์รุ่นใหม่ที่มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรการผลิตครูจึงไม่ควรเตรียมความพร้อมเพียงความรู้ด้านเนื้อหาให้แก่นักศึกษาครูเท่านั้น หากยังจำเป็นต้องส่งเสริมให้นักศึกษาครูได้มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้นักศึกษาครูได้สร้าง ทดสอบ และประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง เนื่องจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในการสืบเสาะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการส่งเสริมให้นักศึกษาครูมีความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัยจึงเป็นเรื่องจำเป็น โดยรูปแบบการส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม ซึ่งมุ่งเน้นให้นักศึกษาครูได้ใช้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์รอบตัว และได้ใช้เหตุผลแบบนิรนัยในการตรวจสอบความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์นั้น ซึ่งสอดคล้องกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ที่มองว่า 1) ความคิดและการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในอัตลักษณ์ของมนุษย์ (Mathematical Ideas and Practices are Part of Human Identity) 2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพลวัตและเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ (Mathematical Knowledge is Dynamic and Forever Changing) 3) การสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ คือ การสำรวจความคิด (Mathematical Inquiry is an Exploration of Ideas) และ 4) ความคิดและความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกตรวจสอบทางสังคมผ่านการโต้แย้ง (Mathematical Ideas and Knowledge are Socially Vetted Through Argumentation)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในสถาบันการผลิตครูคณิตศาสตร์ต้องปรับเปลี่ยนวิธีการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ และประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง รวมถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การนำแนวคิด วิธีการมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพตรงตามวัตถุประสงค์ที่กล่าวมา รูปแบบการเรียนการสอน เป็นแบบแผนของการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมที่ต้องการ โดยมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งในแต่ละรูปแบบจะมีแนวทางในจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่างกันออกไป (Joyce, Weil and Showers, 1992, pp. 1–4; Joyce, Weil and Calhoun, 2009, p. 2) ดังนั้น ผู้วิจัยจึงปรับเปลี่ยนวิธีการสอนโดยการพัฒนารูปแบบการสอน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ที่เน้นขั้นตอนการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นภายใต้ทฤษฎีสรรคนิยมและแนวทางการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรูปแบบการสอน

ดังกล่าวจะเป็นสิ่งสำคัญที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักศึกษาสามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งขณะที่กำลังเรียนอยู่และในระยะยาวต่อไป เมื่อนักศึกษานำวิธีการเรียนรู้ดังกล่าวไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคตรวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งสิ่งเกิดขึ้นจากการเรียนรู้จากรูปแบบการสอน คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นเครื่องมือสำคัญในศึกษาคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจแนวคิด การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ และการส่งเสริมการคิดอย่างเป็นระบบ ซึ่งทักษะที่กล่าวมาจะช่วยให้ผู้ศึกษาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน เป็นระบบและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เพื่อการนำไปใช้และการแสวงหาความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ และในส่วนของอนาคตนักศึกษาครูจะต้องก้าวสู่วิชาชีพครูคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลโดยตรงกับการจัดการเรียนการสอน ด้านการวิเคราะห์หลักสูตร/การจัดเตรียมแบบเรียน ตำรา ซึ่งเป็นการจัดเตรียมอย่างเป็นระบบ เน้นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเพื่อการให้เหตุผลเชื่อมโยงระหว่างแนวคิด/หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะความเป็นนามธรรมในตัวของเนื้อหา การใช้สถานการณ์หรือตัวอย่างที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นภายใต้เหตุผลของตนเอง รวมถึงการอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดฝึกให้ผู้เรียนยอมรับฟังความคิดเห็นและเหตุผลของผู้อื่น ส่วนด้านการทดสอบและการวัดผลประเมินผล จะทำให้ครูผู้สอนมีแนวคิดในการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มิได้มองเพียงผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาที่อาจเกิดจากการเลียนแบบเท่านั้น จะเห็นได้ว่า การพัฒนารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู เป็นแนวทางสำคัญในการวางกลยุทธ์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุนี้ การวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยมต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู ผลการวิจัยจะให้แนวทางแก่มหาวิทยาลัยที่มีหลักสูตรการผลิตครูคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของหลักสูตรการผลิตครู จากเดิมที่ใช้เวลา 5 ปี มาเป็น 4 ปี ซึ่งได้สร้างความท้าทายใหม่ให้แก่มหาวิทยาลัยที่เกี่ยวข้องกับการผลิตครูคณิตศาสตร์ ด้วยเวลาที่ลดลงนี้ หลักสูตรการผลิตครูจึงจำเป็นต้องพัฒนานักศึกษาครูในทุกมิติที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ทั้งความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านวิธีสอน กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กัน ตั้งแต่ในปีแรกของหลักสูตรการผลิตครู การเตรียมความพร้อม

เช่นนี้จะช่วยปูพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนรู้ในรายวิชาอื่น ๆ อาทิ วิธีสอนคณิตศาสตร์ การฝึกปฏิบัติการสอนคณิตศาสตร์ และการฝึกประสบการณ์วิชาชีพในโรงเรียน เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับ (กระทรวงศึกษาธิการ, 6 มีนาคม 2562) มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) ที่กล่าวถึง คุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์ว่า บัณฑิตต้องเป็นผู้มีความสามารถสูงในการจัดการเรียนรู้เป็นผู้มีความสามารถในการจัดเนื้อหาสาระออกแบบกิจกรรม วางแผนและจัดการเรียนรู้ ถ่ายทอดความรู้ สร้างแรงบันดาลใจและส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความสุขในการเรียน โดยใช้ศาสตร์การสอน รวมถึงวิธีการใช้เทคนิค วิธีการจัดการเรียนรู้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับสาระวิชาและผู้เรียนที่มีความแตกต่างกัน เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน ตลอดจนนำไปใช้ในการแก้ไขปัญหา พัฒนาตนเอง ผู้เรียนและสังคม ในส่วนของมาตรฐานผลการเรียนรู้ด้านความรู้ว่าบัณฑิตต้องมีความรอบรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎี เนื้อหาสาระด้านวิชาชีพของครู เนื้อหาวิชาที่สอน สามารถวิเคราะห์ความรู้และเนื้อหาวิชาที่สอนอย่างลึกซึ้ง สามารถติดตามความก้าวหน้าด้านวิทยาการและนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาผู้เรียน ตลอดจนการปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา เป็นเวลาไม่น้อยกว่า 1 ปี โดยการวิจัยนี้จะเป็นการฝึกให้กับนักศึกษาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นเครื่องมือในการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคต รวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังเป็นการเตรียมพร้อมผู้เรียน ซึ่งเป็นนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ให้เป็นผู้ที่มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายให้กับผู้เรียนผ่านกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามผลลัพธ์การเรียนรู้และข้อเสนอสาระความรู้กลุ่มสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) ต่อไป

**คำถามการวิจัย**

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีคำถามของการวิจัยดังนี้

1. รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมที่มีประสิทธิภาพในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูเป็นอย่างไร

2. นักศึกษาครูมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปหรือไม่และอย่างไรหลังจากการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม

**วัตถุประสงค์ของการวิจัย**

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีวัตถุประสงค์ในการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ประกอบด้วย

1.1 เพื่อสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

1.2 เพื่อตรวจสอบคุณภาพด้านความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากผู้เชี่ยวชาญ

1.3 เพื่อหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

2. เพื่อศึกษาผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมต่อระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**สมมติฐานของการวิจัย**

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีสมมติฐานในการวิจัย ดังนี้

นักศึกษาครูคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

**ขอบเขตของการวิจัย**

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยแบ่งขั้นตอนการดำเนินการออกเป็น 2 ขั้นตอน โดย การประยุกต์แนวคิดของการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) โดยผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ ดังนี้

**ขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูประกอบด้วย**

1. ขอบเขตด้านเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ในครั้งนี้ใช้เนื้อหาในรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หน่วยกิต 3(2–2–5) หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย โดยผู้วิจัยกำหนดขอบเขตเนื้อหาที่นำมาใช้ในการวิจัยดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต เนื้อหาประกอบไปด้วย สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) เซตย่อย (Subset) การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) เซตกำลัง (Power Set) และการดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความสัมพันธ์ เนื้อหาประกอบไปด้วย คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) ความสัมพันธ์ (Relations) โดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์และส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชัน เนื้อหาประกอบไปด้วย แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function) ฟังก์ชันผกผัน (Inverse Function) ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง (One to One Function)และฟังก์ชันทั่วถึง (One to One Function and Onto Function) ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function) และฟังก์ชันค่าจริง (Real–Value Function)

2. ขอบเขตด้านแหล่งข้อมูล

ด้านแหล่งข้อมูลในขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีขอบเขตด้านแหล่งข้อมูล ดังนี้

2.1 ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ ระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน เป็นครูผู้สอนในโรงเรียนสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 1 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยและประเมินผลการศึกษา จำนวน 1 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จำนวน 2 ท่าน

2.2 นักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ที่รายงานตัวเป็นนักศึกษาในปีการศึกษา 2565 ชั้นปีที่ 1 จำนวน 2 หมู่เรียน โดยหมู่เรียนที่ 1

เป็นผู้มีส่วนร่วมในการทดลองนำร่องรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ทั้งนี้ การทดลองนำร่องจะอยู่ในช่วงการปรับพื้นฐานนักศึกษา ส่วนหมู่เรียนที่ 2 เป็นผู้มีส่วนร่วมในการทดลองรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูเป็นในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 คาบเรียนปกติ จำนวน 26 คน

3. ขอบเขตด้านตัวแปร

ตัวแปรที่ศึกษาในขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีขอบเขตด้านตัวแปร ดังนี้

3.1 ความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

3.2 ดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**ขั้นตอนที่ 2 การใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู**

1. ขอบเขตด้านเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ในครั้งนี้ ใช้เนื้อหาในรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หน่วยกิต 3(2-2-5) หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย

2. ขอบเขตด้านแหล่งข้อมูล

กลุ่มทดลอง ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ชั้นปีที่ 1 หมู่เรียนที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 26 คน ซึ่งได้จาก การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เพราะทุกปีการศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย รับนักศึกษาจำนวน 2 หมู่เรียน ซึ่งมีคุณลักษณะของผู้เข้าศึกษาต่อเหมือนกัน คือ ผ่านการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาในสาขาคณิตศาสตร์ได้ สำเร็จการศึกษาไม่ต่ำกว่ามัธยมศึกษาตอนปลายหรือเทียบเท่า แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ หรือแผนการเรียนที่เรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้

เพิ่มเติม ซึ่งผู้วิจัยใช้นักศึกษาหมู่เรียนที่ 1 ในการทดลองเพื่อทำการทดลองนำร่องและหาค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการจัด การเรียนการสอนไปแล้ว ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้กลุ่มทดลองจากการเลือกแบบเจาะจงเป็นนักศึกษา หมู่เรียนที่ 2

3. ขอบเขตด้านตัวแปร

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ รูปแบบการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. ระยะเวลาในการวิจัย

ระยะเวลาในการดำเนินการทดลองรูปแบบที่พัฒนาขึ้น โดยผู้วิจัย คือ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 ในช่วงเดือนมิถุนายน พ.ศ. 2565 ถึงเดือนกันยายน พ.ศ. 2565 จำนวน 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 ชั่วโมงในคาบเรียนปกติ รวม 28 ชั่วโมง

**นิยามศัพท์เฉพาะ**

เพื่อความเข้าใจที่ตรงกันในการศึกษางานวิจัย ผู้วิจัยจึงให้นิยามความหมายของศัพท์เฉพาะ ดังนี้

1. รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม หมายถึง แบบแผนสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ในรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ซึ่งประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล โดยใช้กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ตามแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม มีขั้นตอนการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน (EISDGA) ดังนี้ ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the problem: E), ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I), ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share results: S), ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: D), ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G), ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to everyday life: A)

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดและความสามารถในการอธิบาย โดยใช้หลักการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง วัดจากแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชนิด

เขียนอธิบายให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 1–2) ซึ่งวัดความสามารถที่ผู้เรียนแสดงออกในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ คือ 1) ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล 3) การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป และความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ คือ 1) การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ 3) การสรุปผลกรณีเฉพาะ อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

3. นักศึกษาครูคณิตศาสตร์ หมายถึง นักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ที่ลงทะเบียนเรียนในรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565

4. ค่าดัชนีประสิทธิผล หมายถึง ตัวเลขที่แสดงถึงความก้าวหน้าในการเรียนของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบคะแนนที่เพิ่มจากคะแนนการทดสอบก่อนเรียนกับคะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังเรียน และคะแนนเต็มหรือคะแนนสูงสุดกับคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียน ซึ่งใช้เกณฑ์ในการตัดสินไม่ต่ำกว่า 0.50 หรือมีความก้าวหน้าในการเรียนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

**ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย**

1. ได้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูที่มีคุณภาพสามารถนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์กับการจัดการเรียนการสอน ส่งผลให้นักศึกษาครูมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

2. ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับการเรียนของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์ที่สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพ

3. รูปแบบที่พัฒนาขึ้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

# บทที่ 2

# เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู” ผู้วิจัยได้รวบรวมเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี)

2. หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย

3. การให้เหตุผล (Reasoning)
   - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผล
   - 3.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 3.4 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 3.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 3.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. ทฤษฎีสรรคนิยม
   - 4.1 แนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม
   - 4.2 หลักการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยม
   - 4.3 บทบาทหน้าที่ของผู้สอนตามทฤษฎีสรรคนิยม
   - 4.4 การประเมินผลการเรียนตามทฤษฎีสรรคนิยม
5. การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์
   - 5.1 รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้
   - 5.2 บทบาทของครูและผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้
   - 5.3 บรรยากาศการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้
6. การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน
   - 6.1 ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอน
   - 6.2 คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน
   - 6.3 ประเภทของรูปแบบการสอน

6.4 การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดของจอยซ์ และเวลล์

6.5 การตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

**มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี)**

มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) มีรายละเอียดสำคัญที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย 3 ด้าน ได้แก่ 1. ลักษณะของสาขาครุศาสตร์/ศึกษาศาสตร์ 2. คุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์ 3. มาตรฐานผลการเรียนรู้ ดังนี้

1. ลักษณะของสาขาครุศาสตร์/ศึกษาศาสตร์ ได้กำหนดไว้ว่า สาขาครุศาสตร์/ศึกษาศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการเตรียมความพร้อม การพัฒนาและการส่งเสริมนักศึกษาครู ครูและบุคลากรทางการศึกษาทั้งก่อนประจำการ ครูประจำการและนอกประจำการ ให้มีความรู้และมีสมรรถนะทางวิชาชีพเป็นผู้ยึดมั่นในค่านิยม อุดมการณ์ มีจิตวิญญาณความเป็นครู และสมรรถนะทางวิชาชีพครู

2. คุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์ ประกอบด้วย 6 ด้าน ดังนี้ 1) มีค่านิยมร่วมตระหนักและยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง 2) เป็นคนดี มีคุณธรรม จริยธรรม ยึดมั่นในวิชาชีพครู มีจิตวิญญาณครูและยึดมั่นในจรรยาบรรณของวิชาชีพครู 3) เป็นผู้เรียนรู้และฉลาดรู้และมีปัญญา เป็นผู้มีความรู้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดขั้นสูง รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของสังคมและของโลก 4) เป็นผู้ร่วมสร้างสรรค์นวัตกรรม เป็นผู้มีทักษะศตวรรษที่ 21 มีความสามารถคิดวิเคราะห์ การคิดขั้นสูง มีความฉลาดดิจิทัล ทักษะการทำงานเป็นทีม 5) เป็นผู้มีความสามารถสูงในการจัดการเรียนรู้ 6) เป็นพลเมืองที่เข้มแข็ง และใส่ใจสังคม มีความรักชาติ รักท้องถิ่น มีจิตสำนึกไทยและจิตสำนึกสากล

3. มาตรฐานผลการเรียนรู้ ประกอบด้วย 6 ด้าน ดังนี้ 1) ด้านคุณธรรม จริยธรรม เป็นผู้รัก ศรัทธาและภูมิใจในวิชาชีพครู มีจิตอาสา จิตสาธารณะ มีค่านิยมและคุณลักษณะเป็นประชาธิปไตย มีความกล้าหาญและแสดงออกทางคุณธรรมจริยธรรม 2) ด้านความรู้ เป็นผู้มีความรอบรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎี เนื้อหาสาระด้านวิชาชีพของครู มีความรอบรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎี เนื้อหา วิชาที่สอน มีความรู้ เข้าใจชีวิต เข้าใจชุมชน เข้าใจโลกและการอยู่ร่วมกันบนพื้นฐานความแตกต่างทางวัฒนธรรม มีความรู้และความสามารถในการใช้ภาษาไทยและภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสารตามมาตรฐาน ตระหนักรู้ เห็นคุณค่าและความสำคัญของศาสตร์พระราชา 3) ด้านทักษะทางปัญญา มีความสามารถในการคิดค้นหา วิเคราะห์ข้อเท็จจริง และประเมินข้อมูล สื่อ สารสนเทศจากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย

อย่างรู้เท่าทัน สามารถคิดริเริ่มและพัฒนางานอย่างสร้างสรรค์ สร้างและประยุกต์ใช้ความรู้จากการทำวิจัย 4) ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ เป็นผู้ที่เข้าใจและใส่ใจอารมณ์ความรู้สึกของผู้อื่น สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นและทำงานเป็นทีมได้ มีความรับผิดชอบต่อหน้าที่ ต่อตนเอง ต่อผู้เรียน ต่อผู้ร่วมงาน และต่อส่วนรวม มีภาวะผู้นำทางวิชาการและวิชาชีพ 5) ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยี เป็นผู้ที่มีทักษะการวิเคราะห์ข้อมูลสถิติ สามารถสื่อสารกับผู้เรียน พ่อแม่ผู้ปกครอง บุคคลในชุมชนและสังคมและสามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นข้อมูล 6) ด้านวิธีวิทยาการจัดการเรียนรู้ สามารถเลือกใช้ปรัชญาตามความเชื่อในการสร้างหลักสูตรรายวิชา สามารถนำความรู้ทางจิตวิทยาไปใช้ในการวิเคราะห์ผู้เรียน สามารถจัดกิจกรรมและออกแบบการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ สร้างบรรยากาศ และจัดสภาพแวดล้อม สื่อการเรียน แหล่งวิทยาการ เทคโนโลยีวัฒนธรรมและภูมิปัญญาทั้งในและนอกสถานศึกษาเพื่อการเรียนรู้ และสามารถจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีทักษะศตวรรษที่ 21 (เอกสารแนบท้ายประกาศกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) พ.ศ. 2562, หน้า 1–5)

จากมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) พ.ศ. 2562 และเอกสารแนบท้าย มคอ.1 สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) นักศึกษาครู ครู และบุคลากรทางการศึกษาต้องเป็นผู้ยึดมั่นในวิชาชีพ มีอุดมการณ์ มีจิตวิญญาณความเป็นครู และสมรรถนะทางวิชาชีพครู ตามคุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์และมาตรฐานผลการเรียนรู้ การจัดทำวิจัยครั้งนี้จะสอดคล้องกับคุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์และมาตรฐานผลการเรียนรู้ที่จะช่วยส่งเสริมให้นักศึกษาครูเป็นผู้มีความรู้ความสามารถในการคิด วิเคราะห์ การคิดขั้นสูง สอดคล้องกับหลักการและแนวคิดของกระบวนการในการให้เหตุผล และเป็นผู้มีความรอบรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎีในเนื้อหาวิชาที่สอน รวมถึงการส่งเสริมทักษะทางปัญญาของนักศึกษาครูในการพัฒนาความสามารถในการคิด ค้นหา วิเคราะห์ข้อเท็จจริงและประเมินข้อมูล เพื่อเป็นทักษะที่เกิดขึ้นกับตัวนักศึกษาครูภายใต้แนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการศึกษาหาความรู้ตลอดจนการจัดการเรียนการสอนของตนในอนาคตต่อไป

**หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย**

หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย (คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย, 2562) ได้ทำการปรับปรุงหลักสูตร โดยความร่วมมือกับมหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศที่จะพัฒนาหลักสูตรครุศาสตร์บัณฑิต 4 ปี อิงสมรรถนะ มหาวิทยาลัยราชภัฏ ตามคำสั่ง ที่ประชุมอธิการบดี มหาวิทยาลัยราชภัฏ ที่ 024/2561 เรื่อง การแต่งตั้งคณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรครุศาสตร์บัณฑิต 4 ปี อิงสมรรถนะ มหาวิทยาลัยราชภัฏ เพื่อเป็นไปตามกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษา (TQF) ดังนั้น ในหลักสูตรจึงกำหนดคุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์และมาตรฐานผลการเรียนรู้ในแนวทางเดียวกับมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) พ.ศ. 2562 ซึ่งจากการวิเคราะห์มาตรฐาน ผลการเรียนรู้ของหลักสูตรที่กำหนดให้นักศึกษาครูต้องมีความรอบรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎีในเนื้อหาวิชาที่สอน ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์คำอธิบายรายวิชาในหมวดวิชาเฉพาะรายวิชาเอกที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนตลอดหลักสูตร จำนวนทั้งสิ้น 25 รายวิชา จัดกลุ่มตามจุดเน้นของรายวิชา แบ่งออกเป็น 4 จุดเน้น คือ เน้นการให้เหตุผลและการพิสูจน์ เน้นการคำนวณและการประยุกต์ใช้ เน้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเน้นสัมมนาและวิจัย ดังตาราง 1 ดังนี้

**ตาราง 1 แสดงการจัดกลุ่มหมวดวิชาเฉพาะรายวิชาเอกตามจุดเน้นของรายวิชา**

| กลุ่มรายวิชา | เน้นการให้เหตุผลและการพิสูจน์ | เน้นการคำนวณและการประยุกต์ใช้ | เน้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ | เน้นสัมมนาและวิจัย |
|---|---|---|---|---|
| | 1. หลักการทางคณิตศาสตร์<br>2. ระบบจำนวน<br>3. ทฤษฎีจำนวน<br>4. พีชคณิตเชิงเส้น<br>5. เรขาคณิตเบื้องต้น<br>6. พีชคณิตนามธรรม<br>7. วิยุตคณิต | 1. ความน่าจะเป็นและสถิติ<br>2. แคลคูลัส 1<br>3. แคลคูลัส 2<br>4. วิทยาการคำนวณ<br>5. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 1. ภาษาอังกฤษสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา | 1. การวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษา<br>2. สัมมนาทางคณิตศาสตร์ศึกษา<br>3. ประวัติและพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ |

**ตาราง 1 (ต่อ)**

| กลุ่มรายวิชา | เน้นการให้เหตุผลและการพิสูจน์ | เน้นการคำนวณและการประยุกต์ใช้ | เน้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ | เน้นสัมมนาและวิจัย |
|---|---|---|---|---|
| | 8. การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์<br>9. ทฤษฎีสมการ | 1. ความน่าจะเป็นและสถิติ<br>2. แคลคูลัส 1<br>3. แคลคูลัส 2<br>4. วิทยาการคำนวณ<br>5. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 3. จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น<br>4. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย<br>5. เทคโนโลยีดิจิทัลเพื่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>6. การจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์<br>7. การจัดการเรียนรู้สะเต็มศึกษา<br>8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ | 1. การวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษา<br>2. สัมมนาทางคณิตศาสตร์ศึกษา<br>3. ประวัติและพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ |
| **ร้อยละ** | **36.00** | **20.00** | **32.00** | **12.00** |

จากตาราง 1 การจัดกลุ่มรายวิชาในส่วนของวิชาเอก (สาขาคณิตศาสตร์) ตามจุดเน้น พบว่า นักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์จะได้เรียนในกลุ่มรายวิชาที่เน้นการให้เหตุผลและการพิสูจน์มากที่สุด ร้อยละ 36 กลุ่มรองลงมา คือ กลุ่มรายวิชาที่เน้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ร้อยละ 32 ส่วนรายวิชาที่เน้นการคำนวณและการประยุกต์ใช้ ร้อยละ 20 และกลุ่มรายวิชาที่เน้นสัมมนาและวิจัย ร้อยละ 12 ซึ่งสอดคล้องกับผลลัพธ์การเรียนรู้ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) พ.ศ. 2562 (มคอ.1) ที่กำหนด ให้ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎี เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์และโครงสร้างนามธรรมที่ถูกกำหนดขึ้นผ่านทางกลุ่มของสัจพจน์ซึ่งมีการให้

เหตุผลที่แน่นอนโดยใช้ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์และสัญกรณ์คณิตศาสตร์ ผ่านกลุ่มรายวิชาที่เน้นการให้เหตุผลและการพิสูจน์ซึ่งเป็นจุดเน้นสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยในฐานะผู้ทำการสอนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา จึงสนใจที่จะพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในกลุ่มรายวิชาที่เน้นการให้เหตุผลและการพิสูจน์ เพราะจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ทราบกันดีว่าทุกขั้นตอนของการดำเนินการต้องสามารถให้เหตุผลรองรับได้ว่าเกิดขึ้นได้อย่างไร และเมื่อตัวนักศึกษาครูเข้าใจหลักการ แนวคิด ทฤษฎี เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ จึงนำไปประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตลอดจนการทำวิจัยเพื่อแก้ไขปัญหาและการพัฒนาผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการประยุกต์ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป ตลอดจนเป็นทักษะที่จะติดตัวนักศึกษาครูที่จะสามารถการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับธรรมชาติของวิชา ดังนั้น ผู้วิจัยจึงทำการวิจัยเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อใช้เป็นรูปแบบในการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพสามารถส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูต่อไป

**การให้เหตุผล (Reasoning)**

การให้เหตุผลเป็นหนึ่งในธรรมชาติของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และจำเป็นอย่างยิ่งในการแสดงถึงความคิด ความเข้าใจ และสื่อสารออกมาถึงแนวคิดนั้นอย่างสมเหตุสมผล การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีคำที่คล้ายคลึงกัน เช่น การคิดทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีเหตุผล โดยคำที่กล่าวมาต่างระบุลักษณะสำคัญที่เป็นไปในแนวทางเดียวกัน คือ การคิดในการสร้างข้อคาดการณ์จากปัญหา การค้นหาวิธีการ การทดลองแก้ปัญหา เพื่อหาข้อสรุปเป็นสมบัติหรือกฎเกณฑ์ ตลอดจนการตรวจสอบความถูกต้อง ยืนยันข้อสรุปที่ได้มาและทำการหลอมรวมแนวคิดดังกล่าวเพื่อให้เกิดแนวคิดใหม่ผ่านกระบวนการของการให้เหตุผล ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า “การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์” โดยการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนต่อไป จากการสังเคราะห์ผลงานของนักการศึกษาที่ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ความหมายของการให้เหตุผล**

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลที่มีความลุ่มลึกแตกต่างกัน โดยบางส่วนมองเพียงว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการทางสติปัญญา ในขณะที่บางส่วนมองว่า การให้เหตุผลมีความหมายที่ครอบคลุมกระบวนการทางสังคมด้วยเช่นกัน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

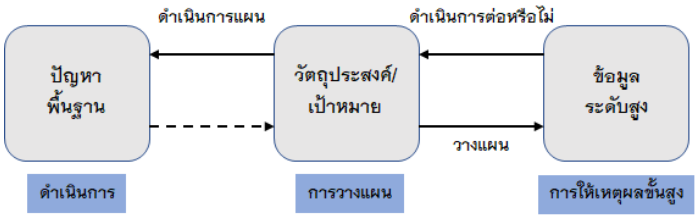
นักวิชาการกลุ่มหนึ่ง อาทิ Leighton (2004, p. 11) และ Kim (2005, p. 59) ให้ความหมายการให้เหตุผลที่เน้นไปที่กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล โดยการให้เหตุผลเป็นการที่บุคคลแสดงถึงการสร้างข้อสรุปต่าง ๆ ผ่านการเรียนรู้ การคิดวิเคราะห์ ตัดสินใจ การประเมินผล และการอ้างอิงข้อมูล เพื่อให้เกิดข้อสรุปจากความคิดของตนอย่างมีวิจารณญาณ ตลอดจนการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปในรูปทั่วไป การพิสูจน์ และการโต้แย้ง นอกจากนี้ Quellmalz (1987, pp. 86-105) และ ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 144) กล่าวเพิ่มเติมเกี่ยวกับการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นการตัดสินความน่าเชื่อถือของข้อมูลหรือหลักฐานที่พิจารณา สามารถระบุความสมเหตุสมผล ภายใต้การคิดแบบอุปนัยและนิรนัยและสามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง

นอกจากการให้เหตุผลจะเน้นไปที่กระบวนการทางสติปัญญาภายในบุคคล นักวิชาการบางท่าน เช่น ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 144) และ Wikipedia Encyclopedia (2019, Online) ยังมองในอีกมิติหนึ่งว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางสังคม ซึ่งบุคคลต้องมีการอธิบาย ชี้แจง แสดงออก หรือสื่อสารผ่านรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง (การเขียน การพูด การใช้สัญลักษณ์) เพื่ออธิบายความคิดอย่างเป็นเหตุและเป็นผล และเปิดโอกาสให้ผู้อื่นตรวจสอบ อันจะนำมาซึ่งกระบวนการถกเถียงหรือโต้แย้งเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปที่น่าเชื่อถือที่สุด โดยบุคคลจะสร้างและตรวจสอบข้อเท็จจริงเชิงตรรกะวิทยาและบูรณาการเข้าด้วยกัน ภายใต้การคิดและการใช้ภาษาในการสื่อสาร ซึ่งถือว่าเป็นความสามารถที่โดดเด่นที่มนุษย์ครอบครอง

จากการศึกษา พบว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการทางธรรมชาติที่มนุษย์ทุกคนใช้เป็นพื้นฐานในการตัดสินใจเพื่อสร้างข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ รวมถึงใช้ประกอบการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจ แต่การที่จะกระตุ้นให้การใช้เหตุผลถูกปรับเปลี่ยนไปในทางที่ดีขึ้น มีปัจจัยที่ส่งผล คือ ปัจจัยด้านความคิดรวบยอดของตนเอง (Self-concept) ที่เหมาะสม เจตคติและความมุ่งมั่นตั้งใจ (Intention) รวมทั้งการใฝ่หาเหตุผลสำหรับการค้นหาความถูกต้อง ความกระจ่างชัด และความมีจิตที่ยุติธรรม ซึ่งการปรับเปลี่ยนการให้เหตุผลดังกล่าว

คือ การให้เหตุผลขั้นสูง (Metareasoning) ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการให้ข้อโต้แย้ง (Moshman, 1994, p. 143)

การให้เหตุผลขั้นสูง (Metareasoning) เป็นกระบวนการในการอธิบายหรือแปลความหมายที่ใช้การให้เหตุผลในการตัดสินใจความแตกต่างหรือความเกี่ยวของของข้อมูลหรือปัญหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลพื้นฐานและสติปัญญาของมนุษย์ ซึ่งการให้เหตุผลขั้นสูงแบบดั้งเดิม (Classical Metareasoning) อธิบายว่า กระบวนการในการใช้เหตุผลโดยทั่วไปเป็นกระบวนการในการให้เหตุผลที่กระทำกับปัญหาพื้นฐานที่มีอยู่ทั่วไปเพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายที่กำหนดไว้ ในขณะที่การให้เหตุผลขั้นสูงจะเป็นกระบวนการที่ครอบคลุมทั้งระบบในการตัดสินใจ เพื่อเลือกการให้เหตุผลที่เหมาะสมกับสถานการณ์หรือบริบทที่ต้องอาศัยการให้เหตุผล (Russell and Wefald, 1991) ดังภาพ 1

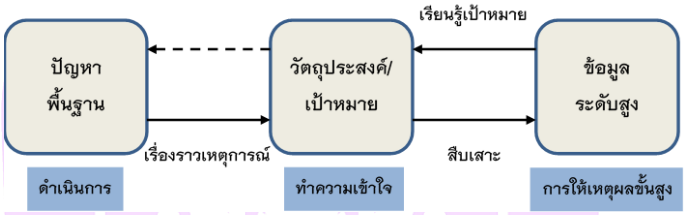



**ภาพ 1 การให้เหตุผลขั้นสูงแบบดั้งเดิม**

**ที่มา:** Russell and Wefald, 1991

นอกจากนี้การตรวจสอบเชิงลึกที่ช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลขั้นสูง จำเป็นต้องให้ข้อมูลย้อนกลับบางประเภทนอกเหนือจากการรับรู้ เพื่อให้สามารถดำเนินการได้อย่างมีประสิทธิภาพและสามารถประเมินผลลัพธ์ของการประเมินเปรียบเทียบ (Zilberstein and Russell, 1996) และใช้ข้อมูลเหล่านี้เพื่อเป็นสื่อกลางในการควบคุมผลที่ตามมาและการดำเนินการที่เป็นพลวัตของกระบวนการให้เหตุผล การให้เหตุผลที่กระทำกับปัญหาพื้นฐาน (ไม่ต้องการเฉพาะผลลัพธ์) แต่แสดงถึงการสร้างความรู้และลำดับการตัดสินใจ จากนั้นโครงสร้างความรู้เหล่านี้สามารถส่งผ่านไปยังข้อมูลระดับสูงเพื่อการตรวจสอบ ตัวอย่างเช่น ระบบ Meta-AQUA (Cox and Ram, 1999) จะบันทึกและสนใจการทำความเข้าใจเรื่องราวในการตัดสินใจในโครงสร้างความรู้ ทำความเข้าใจเรื่องราววัตถุประสงค์หรือเป้าหมายที่กำหนดไว้ คือ

การอธิบายสิ่งผิดปกติหรือเหตุการณ์ผิดปกติในเรื่องราวของปัญหาพื้นฐานที่ระบบรับรู้ จากนั้นหากกระบวนการอธิบายล้มเหลว จะทำการสืบเสาะเพื่อให้ได้คำอธิบายความล้มเหลวของคำอธิบาย ใช้เพื่อสร้างชุดของเป้าหมายการเรียนรู้และส่งผ่านกลับไปเพื่อควบคุมการเรียนรู้กับปัญหาพื้นฐานเหล่านั้น และด้วยเหตุนี้จึงปรับปรุงความเข้าใจที่ตามมาเพื่ออธิบายว่า การให้เหตุผลเกิดขึ้นได้อย่างไร อธิบายว่าเหตุใดจึงให้เหตุผลล้มเหลว และย่อมส่งผลต่อการปรับเปลี่ยนการให้เหตุผลที่เหมาะสมและแก้ปัญหาดังกล่าวได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ ดังภาพ 2




**ภาพ 2 การตรวจสอบเชิงลึกใน Meta-AQUA**

จากความหมายที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลจำเป็นต้องประกอบด้วย 2 มิติ คือ 1) กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล ซึ่งบุคคลนั้นจะแสดงออกหรือไม่แสดงออกก็ได้ และ 2) กระบวนการทางสังคม โดยบุคคลนั้นจะต้องแสดงความคิดภายในของตนเองออกมา ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับทั้ง 2 มิติ ดังนี้ การให้เหตุผล หมายถึง เหตุผลที่นักศึกษาแสดงออกหรือสื่อสารผ่านรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง ทั้งนี้ เพราะเราไม่สามารถเข้าถึงความคิดที่เกิดขึ้นแต่นักศึกษาไม่ได้แสดงออกมาได้

**การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

จากความหมายและแนวคิดหลักของการให้เหตุผลทั่ว ๆ ไปข้างต้น การให้เหตุผลประกอบด้วย 2 มิติ คือ 1) กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล และ 2) กระบวนการทางสังคม หรือการแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้เรียนได้ใช้ทั้งกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นจากตนเองและการเสนอสิ่งที่คิดอย่างเป็นเหตุและเป็นผลผ่านการอธิบายในรูปแบบต่าง ๆ โดยนักการศึกษาและนักวิชาการที่ทำการศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้โดยเฉพาะ ดังนี้

นักการศึกษาและนักวิชาการกลุ่มที่มองการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในมิติของกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล เช่น O'Daffer (1990, p. 378) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับรายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560, หน้า 5) ที่กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยการรวมเอาปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาที่ซับซ้อนและการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ลักษณะนี้จะเน้นไปที่กระบวนการคิดที่เกิดกับตัวบุคคลในการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ Stiggins (1997, pp. 260–262) ได้นำเสนอความสามารถในการให้เหตุผลว่าควรประกอบด้วย การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative Reasoning) การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing Reasoning) การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying Reasoning) และการให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential Reasoning) ล้วนเป็นความสามารถในการคิดที่เกิดขึ้นในตัวบุคคลทั้งสิ้น

ส่วนในมิติที่นักการศึกษาและนักวิชาการมองการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางสังคม หรือการแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ทิพย์วัลย์ สีจันทร์ (2548, หน้า 71) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการคิดลักษณะหนึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการอธิบายบางสิ่งบางอย่าง โดยอธิบายภายใต้หลักฐานหรือข้ออ้างอิงที่เกิดจากการสังเกต ทดลอง หรือข้อความที่ได้รับการยอมรับหรือได้รับการพิสูจน์ เช่น กฎ หรือทฤษฎี เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับ Jeannotte (2015) ที่แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แสดงคำอธิบายที่ถูกต้อง การแสดงออกถึงความหมายของแนวคิด เงื่อนไขของความคิด นอกจากนี้ (Artzt and Shirel, 1999; Stylianides, 2008) ได้อธิบายถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นข้อมูลเกี่ยวกับการสรุปและการได้มาของข้อสรุปที่ถูกต้อง กล่าวโดยทั่วไป คือ "การส่งถ่ายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากชุดข้อมูลที่กำหนดไปยังชุดข้อมูลใหม่ซึ่งชุดข้อมูลเดิมเป็นองค์ประกอบย่อยของการดำเนินการ" และยังได้รับการสนับสนุนโดย Pedemonte (2001) ว่าเป็นกระบวนการของการโต้แย้งที่เกี่ยวข้องกับการวางนัยทั่วไป "การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์ในการแสวงหาความจริงเสมอ" ซึ่งจะเห็นได้ว่านักวิชาการและนักการศึกษากลุ่มนี้จะเน้น

การอธิบายและโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดซึ่งเป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในมิติทางสังคม

จากการศึกษา พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรประกอบด้วย 2 มิติ คือ กระบวนการคิดและการแสดงออกทางความคิดนั้น จึงจะนับได้ว่าเป็นกระบวนการของการให้เหตุผลที่สมบูรณ์ นอกจากนี้กระบวนการดังกล่าวยังสอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivism) ที่ในปัจจุบันที่เน้น Social Constructivism ไม่ใช่แค่ Cognitive Constructivism เท่านั้น ซึ่งในการศึกษาคณิตศาสตร์ก็เช่นกัน ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้นิยาม การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ “ความสามารถในการคิดและความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัยและความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง” ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์

**ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

นักวิชาการได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบลักษณะของการให้เหตุผลในการจำแนกประเภทขึ้นอยู่กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ในการให้เหตุผล ซึ่งโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์จะประกอบด้วย อนิยาม (คำที่ไม่สามารถให้คำจำกัดความได้ เราไม่จำเป็นจะต้องให้ความหมายแต่ผู้ศึกษาสามารถเข้าใจตรงกันได้ว่าสิ่งที่กล่าวถึงนั้นหมายถึงสิ่งใดโดยอาศัยความคุ้นเคยในสมบัติของสิ่งดังกล่าวหรือรับรู้จากประสบการณ์ เช่น เซต การเป็นสมาชิกของเซต เป็นต้น) นิยาม (กลุ่มคำที่เราสามารถให้ความหมายได้ โดยกลุ่มคำเหล่านี้สร้างจากคำอนิยามต่าง ๆ เช่น นิยามการเท่ากันของเซต นิยามของผลคูณคาร์ทีเซียน เป็นต้น) สัจพจน์ (เป็นสิ่งที่ถูกยอมรับและถือปฏิบัติโดยไม่มีข้อโต้แย้งและเป็นจริงในตัวมันเอง เช่น สัจพจน์ของภาคขยาย (Axiom of Extension) เมื่อเซตสองเซตใด ๆ มีสมาชิกเหมือนกัน เซตทั้งสองย่อมเท่ากัน) และทฤษฎี (ข้อความที่สามารถพิสูจน์ได้โดยอาศัยคำอนิยาม นิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีที่มีมาก่อนผ่านกระบวนการในพิสูจน์ทฤษฎีเป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกวิทยาเพื่อสรุปข้อความที่ต้องการพิสูจน์ว่าเป็นจริง) ซึ่งจากโครงสร้างเหล่านี้ทำให้เราทราบว่าในการศึกษาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย่อมเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาก่อนได้มาซึ่งทฤษฎีต่าง ๆ ย่อมผ่านการให้เหตุผล เช่น ทฤษฎีบทที่กล่าวว่า ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$ เมื่อ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ ในการแสดงว่า ทฤษฎีบทดังกล่าวเป็นจริงจะต้องแสดงการพิสูจน์ (การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย) แต่ในความเป็นจริงเราสามารถให้เหตุผลในอีกลักษณะหนึ่ง

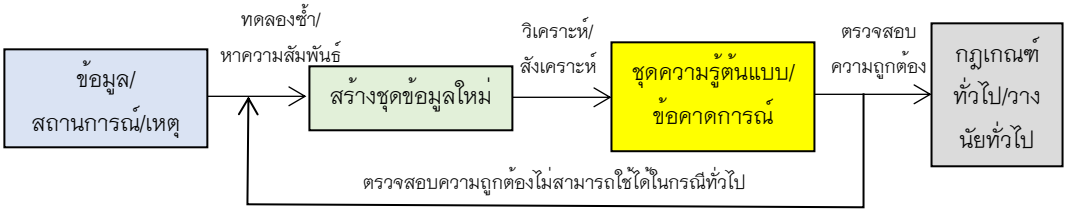
คือ เมื่อเราทราบว่า $A, B$ เป็นเซตใด ๆ และนิยามของการเป็นสับเซต เราสามารถตรวจสอบจากการยกตัวอย่างหลาย ๆ เหตุการณ์ ที่ $A \subset B$ และ $B \subset A$ จนสรุปได้ว่า $A = B$ (การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย) ซึ่งสอดคล้องกับนักวิชาการหลายท่านที่มองว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 รูปแบบหลัก ซึ่งก็คือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ซึ่งมีวัตถุประสงค์และผลลัพธ์ของการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน ดังนี้

รูปแบบที่ 1 เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย (Inductive Reasoning) O'Daffer (1990, p. 378) ได้อธิบายการให้เหตุผลลักษณะนี้ว่า เป็นกระบวนการคิดของผู้ให้เหตุผลที่เน้นการใช้ข้อมูลที่ได้มาในการอธิบายสมบัติและโครงสร้าง ค้นหาหลักการใหม่ รูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์และการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ หรือกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับ ศรีสุรางค์ ทีนะกุลม 2542, หน้า 47–49; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550, หน้า 39–44; สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2551, หน้า 3–7 ที่อธิบายว่า การให้เหตุผลรูปแบบนี้เป็นการที่ผู้คิดนำความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้มาจากการสังเกตหรือทำการทดลองซ้ำ เพื่อนำไปสู่การหารูปแบบที่มีความน่าเชื่อถือและน่าจะถูกต้องที่สุด เป็นการนำข้อมูลหรือหลักฐานที่มีอยู่เพื่อมาสร้างสมมติฐานที่เป็นไปได้มากที่สุด นอกจากนี้ วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207–223) กล่าวถึงการให้เหตุผลลักษณะว่า สามารถพัฒนาข้อเท็จจริงที่ได้มาเป็นกฎหรือทฤษฎีต่อไปได้

รูปแบบที่ 2 เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย (Deductive Reasoning) สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2551, หน้า 3–7; วิชัย เสวกงาม, 2557, หน้า 207–223; O'Daffer, 1990, p. 378 และ ได้อธิบายการให้เหตุผลลักษณะนี้ไปในแนวทางที่คล้ายคลึงกันว่าเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่เน้นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลที่ถูกสร้างและถูกยอมรับจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อนำไปทดสอบ พิสูจน์ หรือประยุกต์ใช้กับข้อเท็จจริงใหม่ อันจะนำไปสู่การทำให้ข้อสรุปหรือแบบรูปนั้นมีความน่าเชื่อถือหรือครอบคลุมข้อเท็จจริงต่าง ๆ มากขึ้น สู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ผ่าน อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท หรือกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 39–44)

กล่าวเพิ่มเติมว่า การให้เหตุผลรูปแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่ผู้คิดให้เหตุผลต้องอาศัยขั้นตอนทางตรรกศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปข้อความที่ถูกขยายความคิดเพิ่มเติมออกไป หรือหาผลสรุปเพิ่มเติม

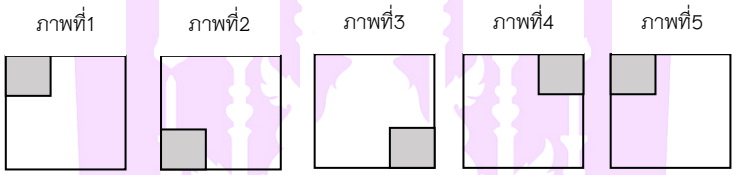
นอกจาก 2 รูปแบบหลักที่กล่าวไปข้างต้น นักวิชาการบางท่านยังมีการกล่าวถึงการให้เหตุผลแบบอื่น ๆ เพิ่มเติมอีก เช่น วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207–223) ยังแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพิ่มเติมไว้ดังนี้ 1) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอธิบาย (Abductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลลักษณะเดียวกันกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย แต่การให้เหตุผลในรูปแบบนี้ จะใช้การพิจารณาข้ออ้างที่คาดว่ามีความเป็นไปได้มากที่สุด ซึ่งเป็นเพียงการพิจารณาเพื่อหาความน่าจะเป็นเท่านั้น 2) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอุปมา (Analogical Reasoning) เป็นลักษณะการให้เหตุผลเพื่อเปรียบเทียบความเป็นไปได้ โดยอาศัยการวิเคราะห์ความเหมือน ความคล้ายคลึงและความแตกต่างกันระหว่างแนวคิดเดิมที่มีอยู่ก่อนหน้ากับแนวทางความคิดใหม่ที่คาดว่าเป็นไปได้ และ 3) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงจริยธรรม (Moral Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่นอกเหนือจากการระบุว่าถูกหรือผิด แต่เป็นการให้เหตุผลเพื่อพิจารณาตัดสินว่าสิ่งใดควรทำหรือไม่ควรทำ ซึ่งเป็นกระบวนการให้เหตุผลที่อยู่ภายในอยู่ภายใต้จิตสำนึก ซึ่งการให้เหตุผลที่ได้กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอธิบายและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอุปมา มีลักษณะของกระบวนการใกล้เคียงและเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั่นเอง ส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงจริยธรรมนั้นมีลักษณะทับซ้อนของการให้เหตุผล 2 รูปแบบหลัก คือ ผู้ให้เหตุผลย่อมต้องพิจารณาตัดสินว่าสิ่งใดควรทำหรือไม่ควรทำในการให้เหตุผลอยู่แล้ว การให้เหตุผลที่กล่าวเพิ่มเติมจึงไม่ได้ปรากฏในการจัดประเภทการให้เหตุผลของนักวิชาการท่านอื่น ๆ ดังนั้น ผู้วิจัยจะไม่นำมาเป็นส่วนหนึ่งในการวิจัยนี้ การวิจัยจะสนใจการให้เหตุผล 2 รูปแบบหลักที่ปรากฏอยู่ในการจัดประเภทของนักวิชาการหลาย ๆ ท่าน ซึ่งก็คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่ผู้คิดให้เหตุผลจะต้องนำข้อมูลเฉพาะต่าง ๆ ที่มีอยู่มารวบรวม วิเคราะห์ หาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูลนั้น ๆ เพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่ผู้คิดให้เหตุผล ต้องสรุปผลกรณีเฉพาะในแต่ละกรณี ผ่านระบบสัจพจน์ ที่ประกอบไปด้วย อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาเป็นข้ออ้างอิงในการพิสูจน์ตามหลักตรรกศาสตร์ จนกระทั่งได้ข้อเท็จจริงที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งแสดงดังภาพ 2 ดังนี้




**ภาพ 3 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

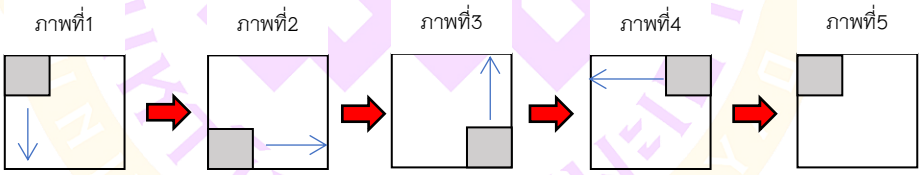
**ตัวอย่างแสดงกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

จากภาพที่กำหนดให้ จงหาภาพถัดไป (ภาพที่ 6)




1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ: จะเห็นได้ว่ารูปที่กำหนดให้ เป็นภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งด้านในมีสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กแรเงาด้านใน มีทั้งหมด 5 ภาพ โดยมีคำถามว่า ภาพถัดไป (ภาพที่ 6) จะเป็นอย่างไร

กระบวนการทดลองซ้ำ

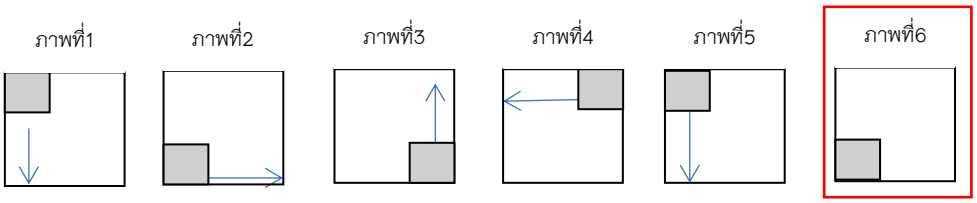



2. สร้างชุดข้อมูลใหม่ จากการทดลองซ้ำ: ภาพที่เกิดถัดจากภาพก่อนหน้าจะมีการเคลื่อนที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กแรเงาด้านในไปยังมุมต่าง ๆ แบบหมุนตามเข็มนาฬิกา

กระบวนการวิเคราะห์/สังเคราะห์: วิเคราะห์ได้ว่าภาพถัดไปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กแรเงาด้านในจะหมุนตามเข็มนาฬิกาไปยังมุมต่าง ๆ ถัดไป

3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์: ภาพที่เกิดขึ้นถัดไปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กแรเงาด้านในจะหมุนตามเข็มนาฬิกาไปยังมุมต่าง ๆ ที่อยู่ถัดไป

กระบวนการตรวจสอบความถูกต้อง: จะได้ภาพที่ 6 ดังภาพ




4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป: ภาพที่เกิดขึ้นถัดไปจะเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กแรเงาด้านในจะหมุนตามเข็มนาฬิกาไปยังมุมต่าง ๆ ที่อยู่ถัดไป

**ภาพ 4 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

**ตัวอย่างแสดงกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

กำหนดให้จำนวนแสดงลักษณะดังนี้

ถ้า ฉันเป็นจำนวนคี่, ฉันมีค่ามากกว่า 15 น้อยกว่า 24, แต่ถ้าสลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ ฉันจะมีค่ามากกว่า 85 แล้วฉันคือจำนวนใด

1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ: เป็นการกล่าวถึงเรื่องของจำนวน โดยจำนวนดังกล่าวต้องเป็นจำนวนคี่ที่มีค่ามากกว่า 15 แต่น้อยกว่า 24 และเมื่อสลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ จะมีค่ามากกว่า 85 คำถาม คือ จำนวนดังกล่าวคือจำนวนใด

กระบวนวิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์

– จำนวนคี่ คือ จำนวนที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัวหรือจำนวนที่หลักหน่วยเป็น 1, 3, 5, 7, 9

– เป็นจำนวนคี่ที่เป็นเลข 2 หลัก มากกว่า 15 แต่น้อยกว่า 24 คือ 17, 19, 21, 23

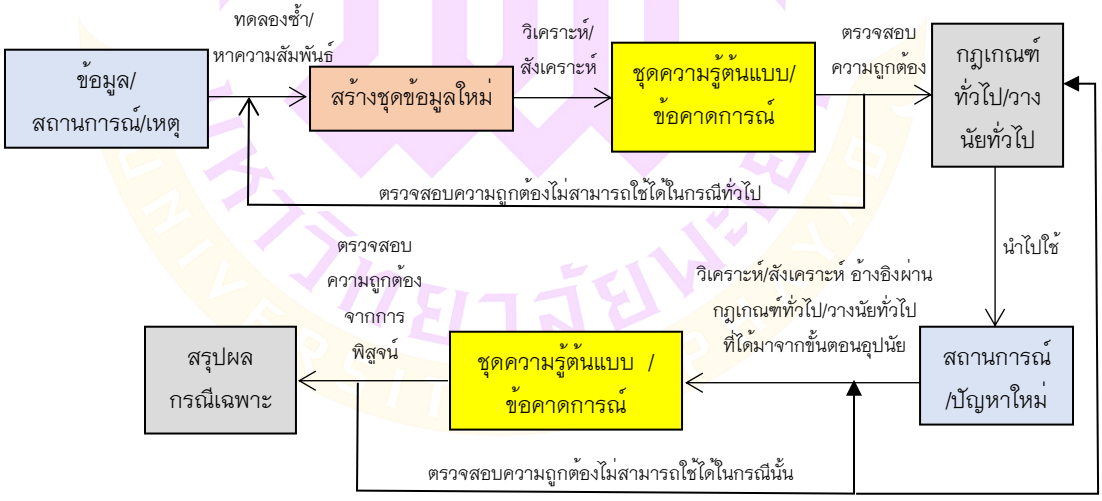
– สลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ (ความรู้เรื่องเลขโดด/ความรู้เรื่องค่าประจำหลัก) 17 สลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ ได้ 71, 19 สลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ ได้ 91, 21 สลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ ได้ 12, 23 สลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบ ได้ 32

2. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์: จำนวนที่แสดงลักษณะตามเงื่อนไข คือ 19

กระบวนการตรวจสอบความถูกต้อง: 19 เป็นจำนวนคี่ และมีค่ามากกว่า 15 แต่น้อยกว่า 24 และเมื่อสลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบจะมีค่าเท่ากับ 91 ซึ่งมีค่ามากกว่า 85 ซึ่งจำนวนอื่น ๆ คือ 17, 21, 23 ไม่สอดคล้องตามเงื่อนไขทั้งหมดที่กำหนดให้

3. สรุปผลกรณีเฉพาะ: จำนวนคี่ที่มีค่ามากกว่า 15 แต่น้อยกว่า 24 และสลับเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบแล้วมีค่ามากกว่า 85 คือ 19

จากกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบ เพื่อให้นักศึกษาครูคณิตศาสตร์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถคิดและสามารถอธิบาย แสดงออกถึงกระบวนการคิดที่สามารถใช้ข้อมูลที่ได้มาในการอธิบายสมบัติและโครงสร้าง ค้นหาหลักการใหม่ รูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์และการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ และความสามารถในการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลที่ถูกสร้างและถูกยอมรับจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อนำไปทดสอบ พิสูจน์ หรือประยุกต์ใช้กับข้อเท็จจริงใหม่ มาเชื่อมโยงเพื่อสร้างความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย ไว้ดังนี้ ความสามารถในการคิดและความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง




**ภาพ 5 กระบวนการในการให้เหตุผลที่สัมพันธ์กันระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย**

**ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

จากการศึกษาที่ผ่านมาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีส่วนสำคัญเป็นอย่างมากในการสร้างความรู้ใหม่ของนักคณิตศาสตร์และการพัฒนาองค์ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ยังมีความสำคัญในแง่ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ศึกษาคณิตศาสตร์และตัวผู้สอนคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน ซึ่งสามารถสรุปความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจแนวคิดที่มีอยู่แล้ว ในการศึกษาคณิตศาสตร์นั้นเราพบว่า แนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกสร้างขึ้นจะมีลักษณะที่มีความเป็นนามธรรมในการศึกษาหรือทำความเข้าใจจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องใช้กระบวนการของการให้เหตุผลในการทำความเข้าใจแนวคิดต่าง ๆ เพื่อการนำไปใช้อย่างถูกต้องและพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ ดังที่ Russell (1999, pp. 1–12) กล่าวว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งและถือเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการทำความเข้าใจนามธรรมนั้น

2. เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นไปได้โดยสมบูรณ์และมีความสมเหตุสมผลนั้น จะปราศจากการให้เหตุผลไม่ได้เลย ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา ดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 39; Artzt and Shirel, 1999, pp. 115–126 ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาเป็นไปอย่างสมบูรณ์ เพราะผู้เรียนจะไม่มีทางเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ ตลอดจนการหาแนวทางในการแก้ไขปัญหาได้เลยถ้าขาดขั้นตอนหรือกระบวนการของการให้เหตุผลนั้น ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งการให้เหตุผลลักษณะนี้จะดำเนินควบคู่ไปกับการแก้ปัญหาของผู้เรียนนั่นเอง

3. ส่งเสริมการคิดอย่างเป็นระบบ เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่าการศึกษาในวิชาคณิตศาสตร์นั้น เป็นการฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นระบบ จากปัญหา การวิเคราะห์ปัญหา การวางแผนและการตัดสินใจในการแก้ปัญหา ตลอดจนการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้มานั้น ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวจะต้องผ่านกระบวนการของการให้เหตุผลทั้งสิ้น แสดงให้เห็นว่าผู้ที่ศึกษาคณิตศาสตร์จะถูกส่งเสริมให้เป็นผู้ที่สามารถคิดอย่างเป็นระบบได้ ดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 39) กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นระบบ วิเคราะห์

สถานการณ์และปัญหาได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ รวมถึงการวางแผนและตัดสินใจในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

4. เป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาที่ผ่านมาเราพบว่า มีประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการในการสร้างความรู้และตรวจสอบข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ที่นักคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดการณ์ขึ้นให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลจนเป็นที่ยอมรับดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 39) กล่าวไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผล เป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ส่งผลให้การคิดอย่างมีเหตุผลถือเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนรู้และการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

5. เป็นเครื่องมือในการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาคณิตศาสตร์นั้นมิใช่เพียงการศึกษาเพื่อความเข้าใจเฉพาะบุคคลเท่านั้น เมื่อมองมิติทางสังคมจะพบว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่นำไปใช้ในการพัฒนาต่อยอดในศาสตร์อื่น ๆ อีกมากมาย ดังนั้น การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ จะขาดกระบวนการของการให้เหตุผลมิได้ ดังที่ ทิพย์วัลย์ สีจันทร์ (2548, หน้า 71) และ Jeannotte (2015) กล่าวไว้คล้ายคลึงกันว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการสื่อสารทางความคิดที่ใช้อธิบายบางสิ่งบางอย่าง การแสดงออกถึงความหมายของแนวคิด โดยอธิบายและแสดงออกภายใต้หลักฐานหรือข้ออ้างอิงที่เกิดจากการสังเกต ทดลอง หรือข้อความที่ได้รับการยอมรับหรือได้รับการพิสูจน์ เช่น กฎ หรือทฤษฎี เป็นต้น

จากความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังนั้น ย่อมส่งผลโดยตรงกับผู้สอนในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในส่วนการจัดการเรียนการสอนที่ผู้สอนควรคำนึงถึง สรุปได้ดังนี้

1. การจัดเตรียมหนังสือแบบเรียน/ตำรา จากการศึกษาพบว่ามีสาเหตุหลายประการที่เชื่อว่าหนังสือเรียนมีอิทธิพลสำคัญต่อผู้เรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและในมหาวิทยาลัย โดยผู้เรียนใช้เวลาส่วนใหญ่กับการศึกษาและทำแบบฝึกหัดในตำราเรียน เช่น Johansson and Emanuelsson (1997) นอกจากนี้ Lithner (2004) ยังแสดงให้เห็นว่า เป็นไปได้ว่าการทำแบบฝึกหัดได้สำเร็จประมาณ 70% ในตำราแคลคูลัสทั่วไป (มหาวิทยาลัย) ของนักศึกษาเป็นการเลียนแบบ ซึ่งผลลัพธ์และสถานการณ์นี้บ่งบอก

ว่า หนังสือแบบเรียนมีความโดดเด่นและมีบทบาทในสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ของผู้เรียน และทำให้ผู้เรียนเกิดการเลียนแบบ ดังนั้น ในการจัดเตรียมหนังสือแบบเรียน/ตำราทางคณิตศาสตร์ผู้สอนจะต้องจัดเตรียมอย่างเป็นระบบส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การวางหัวข้อประเด็นการเรียนรู้ต่าง ๆ ในตำราเพื่อวางเงื่อนไขแนวคิดและเป้าหมายของหลักการรวมถึงการส่งถ่ายแนวคิดหนึ่งไปยังแนวคิดอื่น ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

2. การปฏิบัติการสอน เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการบรรยายผู้เรียนจะจดจำ บันทึกและเลียนแบบ ผู้สอนมักโต้แย้งว่าการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์หรือเหตุผลต่าง ๆ ใช้เวลามากกว่าการสอนด้วยการบรรยายหรือเครื่องมือที่จัดเตรียมไว้ (Skemp, 1978; Hiebert and Carpenter, 1992) อย่างไรก็ตามมีการศึกษาเชิงประจักษ์ที่ท้าทายสมมติฐานนี้ เช่น (Pesek and Kirshner, 2000) วิธีหนึ่งที่ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้เหตุผลคือ การจัดเตรียมสถานการณ์เพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียนระหว่างการบรรยาย Bergqvist and Lithner (2005) แสดงให้เห็นว่ามีการใช้เหตุผลจากสถานการณ์ของครูที่จัดเตรียมขึ้นระหว่างการบรรยาย ดังนั้น การปฏิบัติการสอนผู้สอนจำเป็นจะต้องมีการจัดเตรียมสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดอภิปรายและให้เหตุผลรวมถึงลดการบรรยายเพื่อหลีกเลี่ยงการเลียนแบบและเปลี่ยนบทบาทของตนเองเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือให้คำแนะนำ

3. การทดสอบ งานวิจัยหลายชิ้นแสดงให้เห็นว่าการประเมินโดยทั่วไปมีอิทธิพลต่อวิธีการศึกษาของนักเรียน (Kane, Crooks and Cohen, 1999) นอกจากนี้ Palm and Lithner (2005) ได้ทำการศึกษาแบบทดสอบของครูโดยมีจุดเน้น คือ การแบ่งประเภทของแบบทดสอบตามประเภทของการใช้เหตุผลที่จำเป็นสำหรับนักเรียนในการแก้ปัญหา Palm and Lithner (2005) แสดงให้เห็นว่า การทดสอบระดับชาติกำหนดให้ผู้เรียนต้องใช้เหตุผลในระดับที่สูงขึ้นเมื่อเทียบกับแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น ผลจากการศึกษาชี้ให้เห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายไม่จำเป็นต้องใช้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ที่สำคัญใด ๆ เพื่อให้ผ่านการทดสอบของครูและการทดสอบระดับชาติ ซึ่งสอดคล้องกับ Fleming and Chambers (1983) ระบุว่าแบบทดสอบของครูคำถามแสดงให้เห็นว่า 80% ของแบบทดสอบวัดเพียงระดับความรู้ความจำของผู้เรียน นอกจากนี้ Senk and Thompson (1997) ยังระบุอีกว่าข้อสอบที่วิเคราะห์ส่วนใหญ่ทดสอบการคิดระดับต่ำ ซึ่งหมายความการทดสอบต้องการวัดความรู้เดิมหรือต้องการวัดความรู้ใหม่ที่สามารถแก้ปัญหาได้ในหนึ่งหรือสองขั้นตอน ดังนั้น แสดงให้เห็นว่าการทดสอบเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเมื่อผู้สอนระบุการทดสอบและการผลวัดประเมินผลที่เน้นกระบวนของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าที่จะจดจำขั้นตอนหรือวิธี

ของการแก้ปัญหาย่อมส่งผลให้ผู้เรียนต้องปรับเปลี่ยนการเรียนของตน เมื่อตัวผู้สอนเองปรับเปลี่ยนการวัดผลประเมิน

จากการศึกษาความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมากในการศึกษาคณิตศาสตร์ ในส่วนของผู้เรียนการให้เหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำคัญในศึกษาคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์และการส่งเสริมการคิดอย่างเป็นระบบ ซึ่งทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาจะช่วยให้ผู้ศึกษาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน เป็นระบบและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เพื่อการนำไปใช้และการแสวงหาความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ และในส่วนของผู้สอนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลโดยตรงกับการจัดการเรียนการสอน ด้านการวิเคราะห์หลักสูตร/การจัดเตรียมแบบเรียน ตำราซึ่งเป็นการจัดเตรียมอย่างเป็นระบบเน้นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเพื่อการให้เหตุผลเชื่อมโยงระหว่างแนวคิด/หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะความเป็นนามธรรมในตัวของเนื้อหา ด้านการจัดทำแผนการสอน/การปฏิบัติการสอน ควรใช้สถานการณ์หรือตัวอย่างที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นภายใต้เหตุผลของตนเอง รวมถึงการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดฝึกให้ผู้เรียนยอมรับฟังความคิดเห็นและเหตุผลของผู้อื่นและผู้สอนควรลดบทบาทการบรรยายเพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงออกถึงเหตุผลของตนเองและสามารถแลกเปลี่ยนเรียนรู้ได้อย่างเต็มที่ ทั้งนี้ผู้สอนต้องให้คำแนะนำและช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนเกิดคำถามหรือข้อสงสัยที่ไม่สามารถสรุปได้ด้วยตนเอง ด้านการทดสอบ/การวัดผลประเมินผล เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้นการวัดและประเมินผลจึงต้องสอดคล้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มิได้มองเพียงผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาที่อาจเกิดจากการเลียนแบบเท่านั้น จะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางสำคัญในการวางกลยุทธ์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์

**แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

การศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ผู้สอนในวิชาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องศึกษา จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์การข้างต้น พบว่าการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการศึกษาคณิตศาสตร์ ผ่านมุมมองในมิติทางสังคมซึ่งเป็นกระบวนการทางสังคมที่แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ

เป็นกระบวนการที่แสดงคำอธิบายที่ถูกต้อง การแสดงออกถึงความหมายของแนวคิด เงื่อนไขของความคิด อธิบายและโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิด โดยความคิด การอธิบายหรือข้อโต้แย้งต่าง ๆ นั้นจะแสดงให้ผู้อื่นเข้าใจและคล้อยตามได้ผ่านการสื่อสารอย่างมีเหตุผล แต่ในทางกลับกันก็มีโอกาสที่ความคิดนั้นจะผิดพลาดหรือมีจุดบกพร่อง ดังนั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทาง การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากนักวิชาการไว้ ดังนี้

1. การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและสร้างเหตุผลด้วยตนเอง พงศธร มหาวิจิตร , 2550, หน้า 50; Rowan and Morrow, 1993, pp. 16–18 และสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา, 2000 ได้กล่าวไว้ในลักษณะที่คล้ายคลึงกันว่า การส่งเสริมและการพัฒนาการให้เหตุผลสามารถทำได้โดยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกแยกแยะข้อเท็จจริง การพิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ และการแสดงตัวอย่าง การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลเพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง

2. การสร้างบรรยากาศที่เป็นมิตรที่ผู้เรียนกล้าที่จะนำเสนอความคิดและเหตุผลของตนเอง การจัดบรรยากาศในการจัดการเรียนการสอนถือเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความรู้สึกผ่อนคลายและสามารถเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ ซึ่งในประเด็นนี้ Rowan and Morrow (1993, pp. 16–18) กล่าวว่า การส่งเสริมและการพัฒนาการให้เหตุผลครูผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่ไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัว เพื่อให้ผู้เรียนได้นำเสนอความคิดและเหตุผลของตนเอง และผู้สอนต้องจัดบรรยากาศให้ผู้เรียนรู้สึกว่ากระบวนการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบ นอกจากนี้ พงศธร มหาวิจิตร (2550, หน้า 50) ยังได้กล่าวเพิ่มเติมเกี่ยวกับตัวผู้สอนเพื่อการสร้างบรรยากาศที่เป็นมิตร โดยกล่าวว่า ผู้สอนควรช่วยแนะนำและสร้างความชัดเจนในแนวคิดหรือความรู้ กระตุ้นและคอยส่งเสริมหรือกำหนดให้ผู้เรียนอธิบายหรือวิจารณ์ร่วมกันอย่างกัลยาณมิตร

3. การส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน เมื่อการจัดบรรยากาศเอื้อต่อการเรียนการสอนแล้วการส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองและผู้สอนเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการพัฒนา การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลมิใช่เป็นเพียงกระบวนการที่เกิดขึ้นเฉพาะตัวบุคคลเท่านั้น การมีปฏิสัมพันธ์อันดีย่อมช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนกล้าที่จะแสดงออกถึงความคิดและเหตุผลของตน Robert (1977) ได้กล่าวว่า การสร้างปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนและผู้สอนนั้นควรเริ่มต้นด้วยการกระตุ้นให้ชั้นเรียนมีการสร้างข้อตกลงในหัวข้อที่ทำการศึกษาและแสวงหาความรู้ร่วมกัน นอกจากนี้ยังต้องส่งเสริมให้ผู้เรียน

คอยรับฟังการอ้างเหตุผลของผู้อื่นหลีกเลี่ยงที่จะเชื่อมั่นในแนวความคิดใด แนวความคิดหนึ่งเคารพทุกความคิดเห็น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกการให้เหตุผลและได้ข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

4. การส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความคิดและเหตุผลของตนเองอยู่เสมอ การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นผู้เรียนจำเป็นต้องมีการตรวจสอบความคิดและเหตุผลอย่างต่อเนื่องโดยผู้สอนอาจทำได้โดยการจัดสถานการณ์หรือตั้งคำถามต่าง ๆ ที่ท้าทายความคิดและเหตุผลนั้น ๆ ดังที่ พงศธร มหาวิจิตร (2550, หน้า 50) กล่าวว่า การตั้งคำถามที่ท้าทายการได้อภิปรายแนวคิดและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นจะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาการให้เหตุผลของตนเองรวมถึงประเมินค่าและลงข้อสรุปเหตุผลของตนได้ นอกจากนี้ Robert (1977) ยังแนะนำเพิ่มเติมอีกว่าครูผู้สอนควรให้โอกาสผู้เรียนในการตอบคำถามต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบความคิดและเหตุผลของตนเองและช่วยให้คำแนะนำคำตอบนั้น ๆ ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาได้โดยผ่านกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอน ซึ่งลักษณะการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ดังนี้ คือ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและสร้างเหตุผลด้วยตนเอง การสร้างบรรยากาศที่เป็นมิตรทำให้ผู้เรียนกล้าที่จะนำเสนอความคิดและเหตุผลของตนเอง การส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนและการส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความคิดและเหตุผลของตนเองอยู่เสมอ ซึ่งสอดคล้องกับมุมมองของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในมิติทางสังคมที่ผู้ให้เหตุผลจะต้องแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ ให้ผู้อื่นเข้าใจและคล้อยตามและลดโอกาสที่จะเกิดความคิดที่ผิดพลาดหรือมีจุดบกพร่องในการให้เหตุผลนั้น โดยผู้วิจัยจะนำแนวทางดังกล่าวมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูต่อไป

**การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านมาพบว่า มิติของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 มิติหลัก ๆ คือ 1) มิติของกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล เป็นการให้เหตุผลที่เน้นไปที่กระบวนการคิดที่เกิดกับตัวบุคคลในการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา 2) มิติของกระบวนการทางสังคม เป็นการแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งเมื่อต้องการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าการวัดกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคลเป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากในการวัด ดังนั้น ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงมุ่งเน้นไปที่การวัดจากสิ่งที่

ผู้เรียนได้แสดงออกผ่านการสื่อสารของผู้เรียนในแบบต่าง ๆ ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลออกมา นักวิชาการและนักการศึกษาจึงได้ให้แนวทางในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การสังเกตในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรมที่มีการเขียน การพูด หรือการแสดงออกรูปแบบต่าง ๆ (Krulik and Rudnick, 1993, pp. 8-9) กล่าวถึงเทคนิคการวัดลักษณะนี้ไว้ว่าสามารถทำได้โดยผู้สอนควรไปรอบ ๆ เดินดูพฤติกรรมของผู้เรียนขณะกำลังแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือกับกลุ่มเพื่อนในชั้นเรียนเพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) และ พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 59) ที่กล่าวว่า ผู้สอนสามารถประเมินได้จากการทำกิจกรรมของผู้เรียนโดยมีวิธีการประเมินที่หลากหลาย เช่น การสังเกต พูดคุย การเขียนและการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Doing Mathematics) ซึ่งโดยปกติผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อคาดการณ์จากตัวอย่างในปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับ จากนั้นผู้เรียนจะลงมือกระทำการแก้ปัญหาและพัฒนาข้อโต้แย้ง ซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถและข้อมูลที่มีอยู่จนสรุปได้ว่าเป็นข้อเท็จจริงสมเหตุสมผลหรือไม่

2. การทดสอบ เป็นการวัดความสามารถของผู้เรียนที่ผู้เรียนแสดงออกผ่านการเขียนให้เหตุผลของตนเองภายใต้รูปแบบการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย โดย Krulik and Rudnick (1993, pp. 8-9) กล่าวถึงการทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า แบบทดสอบที่ใช้ควรเป็นข้อสอบที่ให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ลักษณะคำถามเป็นปลายเปิดเพื่อดูการตัดสินใจของผู้เรียน ซึ่ง สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบไปในแนวทางเดียวกัน คือ การทดสอบควรเป็นคำถามปลายเปิดที่ให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากนี้ Peter (2000, Online) ได้นำเสนอแนวทางการทดสอบ โดยใช้แบบทดสอบการให้เหตุผล The Test of Everyday Reasoning (TER) ในการประเมิน เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ทำแบบทดสอบแสดงเหตุผลผ่านการนำเสนอข้อคิดเห็น การสร้างสมมติฐาน และให้ผู้ทดสอบทำการประเมินค่าในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยข้อสอบจะแบ่งออกเป็น 5 ส่วน ตามรูปแบบของการให้เหตุผล ดังนี้ ส่วนที่ 1 การวัดความสามารถการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นแบบวัดการให้เหตุผลในการสรุปข้อความที่ถูกกำหนดว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ จากความรู้ ความเข้าใจ ทฤษฎี หลักการ รวมถึงข้อสรุปเป็นจริงก่อนหน้านำมาอ้างอิงเพื่อตัดสินใจและลงข้อสรุปส่วนที่ 2 การวัดความสามารถการให้เหตุผลแบบอุปนัย กล่าวคือ เป็นแบบวัดการให้เหตุผลในการสรุปแนวคิดโดยใช้หลักทางวิทยาศาสตร์ โดยการนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้มาจากปัญหาหรือสถานการณ์มาวิเคราะห์

หาความสัมพันธ์ต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งแนวคิดหลักของสถานการณ์หรือปัญหานั้น ๆ ส่วนที่ 3 การวัดความสามารถการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ เป็นแบบวัดที่ต้องการวัดความสามารถในการสรุปสาเหตุ โดยผ่านการคิด วิเคราะห์เพื่อหาสาเหตุของปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด ว่าทำไมจึงเกิดเหตุการณ์นั้น และแต่ละสาเหตุมีความเชื่อมโยงหรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ส่วนที่ 4 การวัดความสามารถการให้เหตุผลเชิงการลงความคิดเห็น เป็นแบบวัดที่ต้องการวัดความสามารถในการแสดงความคิดเห็น โดยการคิดเชิงอุปนัยและนิรนัย ที่อาศัยข้อมูลความเชื่อ ข้อคาดการณ์ ความคิดเห็น ข้อเท็จจริง หลักการและการตั้งสมมติฐานส่วนที่ 5 การวัดความสามารถการให้เหตุผลเชิงการประเมินค่า เป็นแบบวัดที่ต้องการวัดความสามารถในการพิจารณาความน่าเชื่อถือ โดยผ่านการศึกษาข้อมูลจากหลายแหล่งมาใช้ในการพิจารณา

3. การสัมภาษณ์หรือพูดคุย เป็นการวัดความสามารถในการให้เหตุผลที่ผู้เรียนได้แสดงออกผ่านการการพูดคุย ซึ่งถือว่าเป็นส่วนหนึ่งที่สำคัญที่ผู้สอนจะสามารถวัดความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนบางคนที่ไม่สามารถเขียนหรือสื่อสารในการให้เหตุผลออกมาได้อย่างชัดเจนแต่สามารถพูดคุยหรือเสนอแนวคิดผ่านการสนทนาได้ ซึ่ง พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 59) ได้เสนอแนวทางการวัดการให้เหตุผลลักษณะนี้เช่นกัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมุ่งเน้นไปที่การวัดจากสิ่งที่ผู้เรียนได้แสดงออกผ่านการสื่อสารของผู้เรียนในแบบต่าง ๆ โดยการวัดสามารถทำได้ ดังนี้ การสังเกตในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม การทดสอบและการสัมภาษณ์ หรือพูดคุย และอีกสิ่งหนึ่งที่น่าสังเกตไม่ว่าจะเป็นการวัดความสามารถในการให้เหตุผลในลักษณะใดก็ตาม สิ่งที่จำเป็นอย่างมากคือปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและให้เหตุผล ตลอดจนเกณฑ์ในการตัดสินคุณภาพของการให้เหตุผลของผู้เรียนซึ่งจะกล่าวถึงในประเด็นถัดไป

ปัญหาหรือสถานการณ์ ที่ใช้ในการวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ควรเป็นคำถามปลายเปิด (Krulik and Rudnick, 1993, pp. 8–9) ลักษณะของคำถาม ปัญหาหรือสถานการณ์ควรอยู่ในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) การใช้คำถามต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงออกถึงเหตุผล เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” (อัมพร ม้าคะนอง, 2553, หน้า 50) ซึ่งปัญหาหรือสถานการณ์ที่ใช้ในการวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์นั้นควรขึ้นอยู่กับประเภทของการให้เหตุผลที่ผู้สอนต้องการวัดหรือปัญหา

สถานการณ์อื่น ๆ ที่ผู้สอนอาจสามารถตรวจสอบความสามารถในการให้เหตุผลทั้งสองประเภทไปพร้อม ๆ กัน ทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและเหตุผลแบบนิรนัยได้เช่นกัน

ปัญหาหรือสถานการณ์ในการให้เหตุผลแบบอุปนัย ควรเป็นปัญหาหรือสถานการณ์ที่สามารถวัดการให้เหตุผลที่ผู้เรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ในรูปทั่วไปของข้อมูลเหล่านั้น หรือเป็นคำถามที่สามารถวัดผู้เรียนในการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่มนั้นเพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่น ๆ ของกลุ่มเดียวกัน (O'Daffer, 1990) เช่น

กำหนดสถานการณ์ ดังนี้

เมื่อทราบว่า 1. $(3^2)^3 = 3^6$ 2. $(2^4)^{-3} = 2^{-12}$ 3. $((-5)^5)^2 = (-5)^{10}$ 4. $((-4)^{-7})^{-3} = (-4)^{21}$ และ 5. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$

ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ m, n เป็นจำนวนเต็มแล้ว $(a^m)^n$ จะสรุปได้ว่าอย่างไร (มีค่าเป็นเท่าใด) และจงให้เหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น

ปัญหาหรือสถานการณ์ในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ควรเป็นปัญหาหรือสถานการณ์ที่สามารถวัดการให้เหตุผลที่ผู้เรียนสามารถการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย เช่น จงให้แสดงว่า $\sqrt[3]{27} = (27)^{\frac{1}{3}} = 3$ จะเห็นได้ว่า คำถามลักษณะนี้ผู้เรียนที่ตอบได้จะต้องเข้าใจถึงบทนิยามของจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และสมบัติของเลขยกกำลังจึงจะแสดงได้อย่างสมเหตุสมผลภายใต้การอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ปัญหาหรือสถานการณ์บางอย่างอาจสามารถวัดความสามารถในการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัยของผู้เรียนได้ ซึ่งอาจเป็นปัญหาหรือสถานการณ์ที่สร้างขึ้นแบบปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนใช้แนวคิด และประสบการณ์ความสามารถในการให้เหตุผลของตนเองได้อย่างเหมาะสม เช่น เมื่อกำหนดให้ a, b และ c และเป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$ เป็นจริงหรือไม่เพราะเหตุใด จะเห็นได้ว่าสถานการณ์นี้ผู้เรียนสามารถแสดงโดยการให้เหตุผลทั้งสองแบบ คือ

เมื่อผู้เรียนต้องการแสดงว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย สามารถทำได้โดยยกกรณีย่อย เช่น

ให้ $2 < 3$ และ $-4$ เป็นจำนวนจริง เมื่อนำ $2(-4) = -8$ และ $3(-4) = -12$ ซึ่ง $-8 > -12$ ดังนั้น $2(-4) > 3(-4)$ เป็นจริง

ให้ $-3 < 1$ และ $-5$ เป็นจำนวนจริง เมื่อนำ $(-3)(-5) = 15$ และ $1(-5) = -5$ ซึ่ง $15 > -5$ ดังนั้น $(-3)(-5) > 1(-5)$ เป็นจริง

ให้ $-8 < -4$ และ $-2$ เป็นจำนวนจริง เมื่อนำ $(-8)(-2) = 16$ และ $(-4)(-2) = 8$ ซึ่ง $16 > 8$ ดังนั้น $(-8)(-2) > (-4)(-2)$ เป็นจริง

จึงสรุปได้ว่า a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$ เป็นจริง

หรือในกรณีที่ผู้เรียนต้องการแสดงโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัย ผู้เรียนจำเป็นต้องอ้างอิงนิยามหรือทฤษฎีต่างในระบบจำนวนจริง ดังนี้

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

| การดำเนินการ | การอ้างอิง |
|---|---|
| 1. $a < b$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. c เป็นจำนวนจริงลบ | 2. กำหนดให้ |
| 3. $b - a > 0$ | 3. จาก 1. และนิยามของจำนวนจริงบวก |
| 4. $-c > 0$ | 4. จาก 2. และนิยามของจำนวนจริงบวก |
| 5. $-c(b - a) > 0$ | 5. จาก จำนวนจริงบวกคูณจำนวนจริงบวกได้จำนวนจริงบวก |
| 6. $-c(b - a) = -c(b + (-a)) = (-c)b + (-c)(-a)$ | 6. จาก นิยามการลบ และสมบัติการแจกแจงทางซ้าย |
| 7. $(-c)b + (-c)(-a) = -bc + ac = ac + (-bc) = ac - bc$ | 7. จาก กฎการคูณจำนวนจริงและนิยามการลบ |
| 8. $ac - bc > 0$ | 8. จาก 5.,6.,7. |
| 9. $ac > bc$ | 9. จาก 8. และนิยามของจำนวนจริงบวก |

จากการแสดงข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$ เป็นจริง

จากปัญหาหรือสถานการณ์ที่กล่าวมาในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรมีเกณฑ์การให้เหตุผลที่ตัดสินคุณภาพของการให้เหตุผลทั้งสองลักษณะ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยเขียนตอบการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแนวคิดเกี่ยวกับเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัยนั้น พบว่า เกณฑ์การให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเป็นแบบรูบิค โดยเกณฑ์การให้คะแนนลักษณะนี้จะเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับกิจกรรมที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนา ปรับปรุงงาน และเป็นเกณฑ์ที่ถูกยอมรับ สามารถวิเคราะห์ผลงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรงและยุติธรรม (Goodrich, 1997, pp. 14–17 อ้างอิงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 184) ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 168) ว่าเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบิคเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้สอนพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของผู้เรียนได้ทั้งด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถประเมินระดับความสามารถของตนเพื่อนำผลมาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถของตนได้ต่อไป การศึกษาแนวคิดจากนักวิชาการและนักการศึกษาเกี่ยวกับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Mesalands Community College (2012, Online) แบ่งระดับคุณภาพและคะแนนตามความสามารถในการให้เหตุผล โดยแยกองค์ประกอบของการให้เหตุผลเป็น 3 ลักษณะ และแบ่งระดับของการให้เหตุผลตามพฤติกรรมที่ผู้เรียนไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลประกอบด้านการสร้างหรือการวิเคราะห์เชิงตัวเลขหรือการแสดงแทนข้อมูลด้วยกราฟ แบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับดีมาก (4 คะแนน) ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ทั้งหมดอย่างสมเหตุสมผล และครอบคลุม

ระดับดี (3 คะแนน) ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ทั้งหมดแต่ไม่สมเหตุสมผล หรือไม่ครอบคลุม

ระดับพอใช้ (2 คะแนน) ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์ได้บางส่วนซึ่งไม่สมเหตุสมผล หรือไม่ครอบคลุม

ระดับต้องปรับปรุง (1 คะแนน) ผู้เรียนไม่สามารถให้เหตุผลในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาได้ แต่จะทำได้เพียงอธิบายสิ่งที่เห็นหรือเข้าใจจากที่สถานการณ์ปัญหาเท่านั้น

2. การให้เหตุผลประกอบด้านการจัดรูปให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การแก้สมการและประเมินค่า แบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับดีมาก (4 คะแนน) ผู้เรียนสามารถสร้างรูปแบบแสดงแทนสถานการณ์หรือปัญหาและสามารถให้เหตุผลได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

ระดับดี (3 คะแนน) ผู้เรียนสามารถสร้างรูปแบบแสดงแทนสถานการณ์หรือปัญหาและสามารถให้เหตุผลได้เพียงบางส่วน แต่ยังแสดงส่วนสำคัญของสถานการณ์หรือปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ระดับพอใช้ (2 คะแนน) ผู้เรียนสามารถสร้างรูปแบบแสดงแทนสถานการณ์หรือปัญหาและสามารถให้เหตุผลได้เพียงบางส่วน แต่แสดงได้เพียงแค่ส่วนย่อยในส่วนสำคัญของสถานการณ์หรือปัญหา

ระดับต้องปรับปรุง (1 คะแนน) ผู้เรียนไม่สามารถสร้างรูปแบบแสดงแทนสถานการณ์หรือปัญหาและไม่สามารถให้เหตุผลได้

3. การให้เหตุผลประกอบการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ แบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับดีมาก (4 คะแนน) ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลและครบถ้วน

ระดับดี (3 คะแนน) ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ และสามารถอธิบายได้แต่การอ้างอิงเหตุผลยังไม่สมเหตุสมผลและยังไม่ครอบคลุม

ระดับพอใช้ (2 คะแนน) ผู้เรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ เพียงแค่สามารถอธิบายหรือยกตัวอย่างได้และการอ้างอิงเหตุผลยังไม่สมเหตุสมผลและยังไม่ครอบคลุม

ระดับที่ต้องปรับปรุง (1 คะแนน) ผู้เรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ และไม่สามารถอธิบายหรือยกตัวอย่างได้ ทำได้เพียงการพรรณนาสถานการณ์ปัญหา

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 75) แสดงเป็นตารางเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ตาราง 2 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกระทรวงศึกษาธิการ**

| คะแนน/ความหมาย | ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย | ความสามารถในการให้เหตุผล |
|---|---|---|
| 4 ดีมาก | การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน | มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 3 ดี | การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน | มีการอ้างอิงบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ |
| 2 พอใช้ | การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ | เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ |
| 1 ควรแก้ไข | การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง ไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง | มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ |
| 0 ต้องปรับปรุง | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ | ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ |

อริสรา ชมชื่น (2550, หน้า 118) แสดงเป็นตารางเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ อริสรา ชมชื่น**

| คะแนน/ความหมาย | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ |
|---|---|
| 1 ดี | อ้างอิงเหตุผลถูกต้องครบถ้วน |
| 0.5 พอใช้ | อ้างอิงเหตุผลถูกต้องบางส่วน |
| 0 ไม่ดี | อ้างอิงไม่ถูกต้องหรือไม่มีการอ้างอิง |

ไพศาล แมลงทับทอง (2558, หน้า 42) แสดงเป็นตารางเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ไพศาล แมลงทับทอง**

| คะแนน/ความหมาย | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ |
|---|---|
| ระดับ 4 ดีมาก | อธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องรวมทั้งแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุปนั้น มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องทุกส่วน ชัดเจน รัดกุมและสมเหตุสมผล |
| ระดับ 3 ดี | อธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้อง แต่แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน |
| ระดับ 2 พอใช้ | อธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ไม่สมบูรณ์แต่มีการแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง |
| ระดับ 1 ควรปรับปรุง | อธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ไม่สมบูรณ์และแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน |
| ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม | อธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ไม่สมบูรณ์และแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ |

จากเกณฑ์การให้เหตุผลที่ใช้ตัดสินคุณภาพของการให้เหตุผลที่ได้ศึกษาจากนักวิชาการและนักการศึกษา พบว่า เกณฑ์การตัดสินคุณภาพจะแบ่งระดับคุณภาพและให้คะแนนตามพฤติกรรมที่ผู้เรียนได้แสดงออกผ่านการทำแบบทดสอบ โดย Mesalands Community College แบ่งระดับคุณภาพและคะแนนตามความสามารถในการให้เหตุผลตามองค์ประกอบ (Analytic Scoring) ของการให้เหตุผลเป็น 3 ลักษณะ และในแต่ละลักษณะจะแบ่งเป็น 4 ระดับ (คะแนน 1–4) ตามพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออก ประกอบไปด้วย การให้เหตุผลประกอบด้านการสร้างหรือการวิเคราะห์เชิงตัวเลขหรือการแสดงแทนข้อมูลด้วยกราฟ การให้เหตุผลประกอบด้านการจัดรูปให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การแก้สมการและประเมินค่า การให้เหตุผลประกอบการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของกระทรวงศึกษาธิการ, อริสรา ชมชื่น, ไพศาล แมลงทับทอง จะแบ่งระดับคุณภาพและคะแนนในภาพรวม (Holistic Scoring) กล่าวคือ การแบ่งระดับคุณภาพและคะแนนตามความสามารถในการให้เหตุผลตามองค์ประกอบ จะเป็นการให้คะแนนและระดับคุณภาพตามจุดประสงค์หรือพฤติกรรมที่ต้องการวัดเพื่อวินิจฉัยจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้านและช่วยในการส่งเสริมพัฒนาผู้เรียนในแต่ละด้านที่ยังคงอยู่ในระดับที่ยังต้องการการพัฒนาต่อไป ส่วนการแบ่งระดับคุณภาพและคะแนนในภาพรวม จะเน้นไปที่การตัดสินหรือสรุปผลของผู้เรียนในการเรียนในหัวข้อนั้น ๆ การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังนั้น ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์กรอบการประเมินเพื่อเป็นเกณฑ์การตัดสินและวัดระดับคุณภาพการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของรูบิค โดยแบ่งระดับคุณภาพและคะแนนตามความสามารถ ตามกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะของความสามารถที่ผู้เรียนจะต้องแสดงในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งกรอบการประเมินจะใช้กรอบการประเมินเดียวกันในทุกการทดสอบ โดยแบ่งระดับของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ คือ ระดับ 1 ปรับปรุง (0 คะแนน) ระดับ 2 พอใช้ (1 คะแนน) ระดับ 3 ดี (2 คะแนน) และระดับ 4 ดีมาก (3 คะแนน) ดังตารางสังเคราะห์กรอบการประเมินเพื่อวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบ ดังนี้

**ตาราง 5 แสดงกรอบการประเมินเพื่อวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัย**

| ระดับความสามารถ | อธิบายคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | | |
|---|---|---|---|
| | **การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล** | **การหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** |
| ระดับ 1 ปรับปรุง | ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 1. ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล<br>2. ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ | ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ |
| ระดับ 2 พอใช้ | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 1. สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด<br>2. ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | ไม่สามารถหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ |

**ตาราง 5 (ต่อ)**

| ระดับความสามารถ | อธิบายคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | | |
|---|---|---|---|
| | **การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล** | **การหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** |
| ระดับ 3 ดี | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1. สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบ ที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล<br>2. สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | ไม่สามารถหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ |
| ระดับ 4 ดีมาก | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1. สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรอย่างสมเหตุสมผล<br>2. สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | สามารถหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ |

**ตาราง 6 แสดงกรอบการประเมินเพื่อวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย**

| ระดับความสามารถ | อธิบายคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | | |
|---|---|---|---|
| | การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา | การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ | การสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| **ระดับ 1 ปรับปรุง** | ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ |
| **ระดับ 2 พอใช้** | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ |
| **ระดับ 3 ดี** | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ |
| **ระดับ 4 ดีมาก** | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ |

**ทฤษฎีสรรคนิยม**

จากการศึกษาที่ผ่านมา พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับผู้ศึกษาคณิตศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการศึกษาทำความเข้าใจแนวคิดที่มีมาก่อนหน้า การนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ รวมถึงเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการอธิบายสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อกล่าวถึงทฤษฎีการเรียนรู้ที่เหมาะสมและช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากที่สุด ควรเป็นทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivist Theory) ซึ่งทฤษฎีนี้จะกล่าวถึง การสร้างความรู้ โดยกล่าวว่า ความรู้เป็นสิ่งที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาและไม่หยุดนิ่ง มีการพัฒนาโดยกลุ่มสังคมและวัฒนธรรมทำให้ความรู้สามารถปรับเปลี่ยนไปได้ตามกาลเวลา

นอกจากนี้ทฤษฎีสรรคนิยมยังให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้โดยเชื่อว่ามนุษย์สามารถปรับเปลี่ยนความรู้เดิมซึ่งอาจมีการขัดแย้งกับความรู้ใหม่หรือบริบทที่แตกต่างจากเดิม ทำให้เกิดการศึกษาค้นคว้าและหาวิธีการในการอธิบายสิ่งใหม่ที่เกิดขึ้นเป็นการได้มาของความรู้ใหม่ ซึ่งสอดคล้องการส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเครื่องมือในการศึกษาคณิตศาสตร์ผ่านแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้นี้ ดังนั้นในการศึกษาทฤษฎีสรรคนิยม ประกอบด้วย แนวคิดทฤษฎี หลักการจัดการเรียนรู้ รูปแบบการเรียนการสอน การจัดกิจกรรม การนำไปใช้ และกลวิธีการเรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

**แนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม**

ทฤษฎีสรรคนิยม เป็นทฤษฎีที่มีพื้นฐานทางด้านจิตวิทยา ปรัชญาและมานุษยวิทยา โดย Perkins, 1991; Brooks and Brooks, 1993; Glasersfeld, 1995; Fosnot, 1996, pp. 12–15 นักวิชาการกลุ่มนี้ มีแนวคิดที่คล้ายคลึงกันว่า ความรู้ไม่ได้เกิดจากการที่ผู้เรียนแค่การรับรู้มาเท่านั้น แต่เป็นการที่ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้นั้นขึ้นมาด้วยตนเองจากประสบการณ์ ความรู้ความเข้าใจ ที่มีมาก่อนหน้าประมวลเข้ากับการรับรู้กับประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับมาใหม่ นอกจากนี้ สัณห์สุดา พลธรรม, 2546; อิศรา ก้านจักร, 2547; Willson, 1996, pp. 18–20 อ้างอิงใน วรรณทิพา รอดแรงค้า, 2541, หน้า 7 และได้กล่าวถึงทฤษฎีนี้ว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งจะเป็นการที่ผู้เรียนสร้างความรู้จากสิ่งที่ต้องเผชิญหรือปัญหาใหม่จากความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม ดังนั้น จากแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีสรรคนิยม ทำให้เราทราบว่า ต่อให้คน 2 คน ได้รับประสบการณ์ใหม่ที่เหมือนกัน แต่หากมีความรู้เดิมต่างกัน ความรู้ใหม่ที่ถูกสร้างขึ้นก็อาจต่างกัน เช่น เมื่อกำหนดสถานการณ์

ตัวอย่างที่ 1 ค่าของ 6 ÷ 2 × (2 + 1) เท่ากับเท่าใด

คนที่ 1 อาจให้คำตอบของการดำเนินการ 6 ÷ 2 X (2 + 1) = 1 โดยการดำเนินการเริ่มจากในวงเล็บก่อนนำ 2 + 1 = 3 จากนั้นนำมาคูณกับ 2 ได้เท่ากับ 6 แล้วจึงนำ 6 มาหารกับ 6 ผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าเท่ากับ 1

คนที่ 2 อาจให้คำตอบของการดำเนินการ 6 ÷ 2 X (2 + 1) = 9 โดยการดำเนินการเริ่มจากการดำเนินการไปทางซ้ายโดยการนำ 6 ÷ 2 = 3 จากนั้นทำวงเล็บ 2 + 1 = 3 นำ 3 X 3 ผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าเท่ากับ 9

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงว่า เพราะเหตุใด –(–2) = 2

คนที่ 1 อาจให้เหตุผลดังนี้

จาก 2 เป็นจำนวนจริง จะมีตัวผกผันการบวก คือ –2

และ –2 เป็นจำนวนจริง จะมีตัวผกผันการบวก คือ –(–2)

ซึ่งเราทราบว่า เมื่อนำจำนวนจริงใด ๆ บวกกับตัวผกผันการบวกของจำนวนดังกล่าวแล้วย่อมมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น 2 + (–2) = 0 และ –(–2) + (–2) = 0

ดังนั้น 2 + (–2) = –(–2) + (–2)

จากกฎการตัดออกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ สรุปได้ว่า 2 = –(–2) หรือ –(–2) = 2

คนที่ 2 อาจให้เหตุผลดังนี้

จาก –(–2) = 0 – (–2)

อ้างอิงจากนิยามการลบ เมื่อ a , b เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้ว่า a – b = a + (–b) นั่นหมายความว่า a ลบ b มีค่าเท่ากับ a บวกกับตัวผกผันการบวกของ b

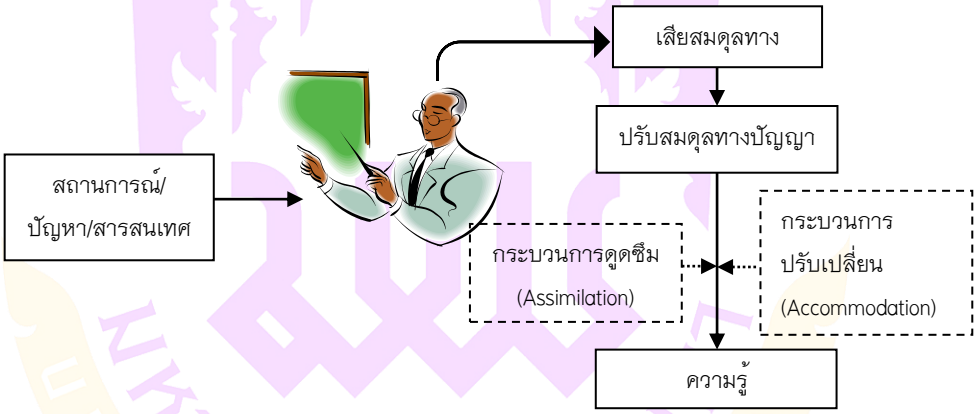
จะได้ว่า 0 – (–2) = 0 + 2 เพราะ –2 มีตัวผกผันการบวก คือ 2

ดังนั้น –(–2) = 0 – (–2) = 0 + 2 = 2

สรุปได้ว่า –(–2) = 2

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นตัวอย่างของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยตัวอย่างที่ 1 เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และตัวอย่างที่ 2 เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่ต้องอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีที่มีมาก่อนหน้าเพื่อยืนยันข้อสรุปในกรณีเฉพาะ ผู้ตอบ 2 คนในสถานการณ์ใหม่เดียวกัน แต่ความรู้หรือประสบการณ์ที่นำมาใช้ในการตอบแตกต่างกันออกไป จะเห็นได้ชัดว่าประสบการณ์เดิมมีผลต่อการเรียนรู้และการแก้ปัญหาของแต่ละคนอย่างไร ส่งผลให้ความรู้ใหม่ที่ได้รับย่อมแตกต่างกันออกไปเช่นกัน Gredler (1997, p. 58) ได้อธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเรียนรู้ลักษณะนี้จากทฤษฎีสรรคนิยมว่า ทฤษฎีสรรคนิยม

ถูกแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ กลุ่มแรก คือ แนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญา (Cognitive Constructivism) หรือแนวคิดสรรคนิยมแบบเข้มข้น (Radical Constructivism) และกลุ่มที่ 2 คือ แนวคิดสรรคนิยมเชิงสังคม (Social Constructivism) เกร็ดเลอร์อธิบายทฤษฎีสรรคนิยมกลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญาหรือแนวคิดสรรคนิยมแบบเข้มข้นว่ามีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของเพียเจต์ (Piaget) ที่เน้นการสร้างความรู้รายบุคคล ศึกษาความแตกต่างของพัฒนาการรายบุคคลไม่สนใจหรือให้ความสำคัญต่อการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม โดยมีแนวคิดว่า มนุษย์ต้อง “สร้าง” ความรู้ด้วยตนเองผ่านประสบการณ์ โดยมวลประสบการณ์ดังกล่าวจะกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างโครงสร้างทางปัญญาหรือ สกีมา (Schemas) สมองจะดำเนินการในรูปแบบของการทำความเข้าใจ (Mental Model) ซึ่งโครงสร้างทางปัญญาหรือสกีมาเหล่านี้สามารถปรับเปลี่ยนได้ (Change) ขยาย (Enlarge) และซับซ้อนขึ้นได้โดยผ่านกระบวนการดูดซึม (Assimilation) และการปรับเปลี่ยน (Accommodation) แสดงเป็นภาพแนวคิดของกลุ่มคอนสตรัคติวิซึมเชิงปัญญา ดังนี้



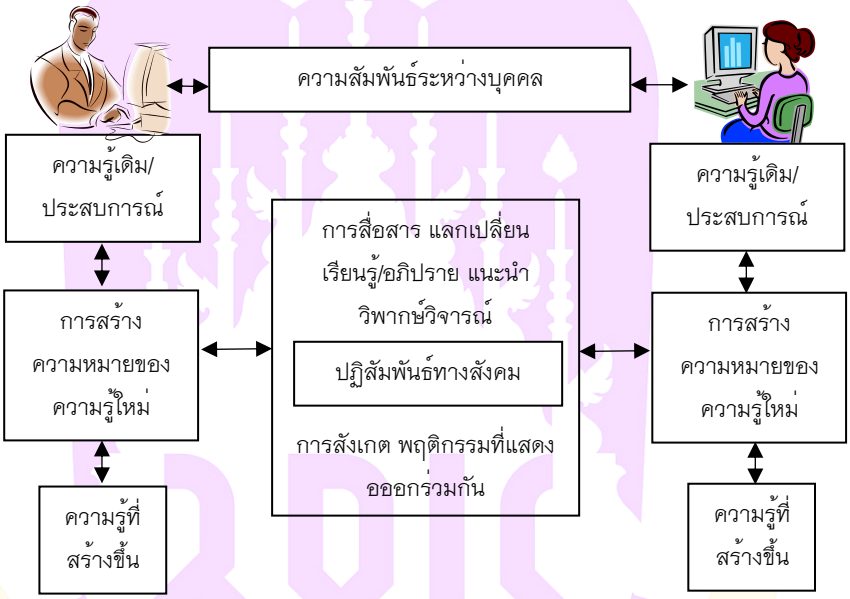

**ภาพ 6 แนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญา**

จากการศึกษาทฤษฎีสรรคนิยมกลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญาและสถานการณ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ตัวอย่าง จะเห็นได้ว่าการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียนทั้ง 2 คน แตกต่างกันขึ้นอยู่กับการปรับสมดุลทางปัญญา ภายใต้กระบวนการดูดซึมซึ่งผู้เรียนจะต้องตีความหรือรับข้อมูลจากสถานการณ์นั้นเพื่อนำเข้าและปรับเข้ากับโครงสร้างทางปัญญา รวมถึงการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาซึ่งเป็นความสามารถของผู้เรียนในการปรับโครงสร้างทางปัญญาให้เข้ากับสถานการณ์โดยการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิม (ใช้ความรู้เดิมที่ต่างกันออกไป) และสิ่งที่ต้องเรียนใหม่ (ได้ความรู้ที่แตกต่าง) เป็นผลให้การเรียนรู้ของทั้งสองคนมีความแตกต่าง แต่สิ่งที่ถูกยอมรับในกลุ่มนี้ยังเชื่อว่าความรู้

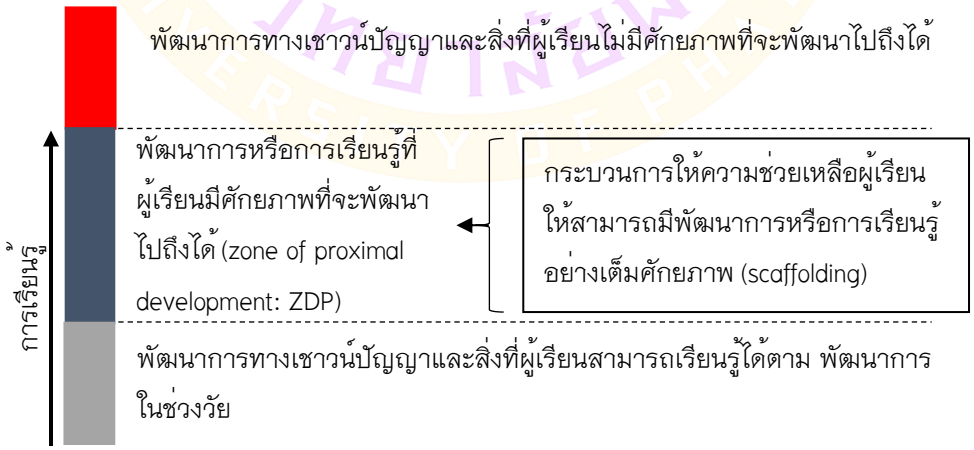
ยังสามารถปรับเปลี่ยนหรือขยายความซับซ้อนได้มากยิ่งขึ้นเมื่อมีการปรับกระบวนการหรือพื้นฐานของความรู้เดิมที่เปลี่ยนไป ซึ่งจากการวิเคราะห์ พบว่า ความเชื่อในกลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญา มีข้อน่าสังเกตทั้งจุดเด่นและจุดด้อย ดังนี้ จุดเด่นผู้เรียนจะสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองภายใต้กระบวนการการปรับโครงสร้างทางปัญญาซึ่งอาจเหมาะสำหรับผู้เรียนที่มีความกระตือรือร้นและขวนขวายที่จะปรับเปลี่ยนหรือขยายองค์ความรู้ด้วยตน เกิดความเชื่อมั่นและภาคภูมิใจในตนเอง แต่ก็ยังมีข้อจำกัด (จุดด้อย) สำหรับผู้เรียนบางคนที่อาจมีพื้นฐานทางความรู้ที่ไม่ดีพอเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้น ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนไม่สามารถสร้างองค์ความรู้ใด ๆ ได้เลยหรืออาจสร้างได้แต่ไม่ใช่องค์ความรู้ที่ดีพอสำหรับการนำไปใช้ (การคิดเพียงลำพังอาจคิดได้ไม่ครบ ไม่รอบ)

ดังตัวอย่างที่ 1 ผู้เรียนคนที่ 1 และคนที่ 2 ได้ความรู้ที่แตกต่างกันออกไปและสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ต่างกัน ในทางกลับกันถ้าผู้เรียนทั้งสองมีการแลกเปลี่ยนความรู้ผ่านการใช้ภาษา การสังเกต แนะนำ หรือมีการวิพากษ์วิจารณ์กันขึ้น ผู้เรียนย่อมได้ข้อมูลใหม่ที่แตกต่างกันออกไปและสามารถปรับเปลี่ยนความรู้นั้นให้ดีและเหมาะสมขึ้น ทำให้เกิดมุมมองของความเชื่ออีกกลุ่มหนึ่งในทฤษฎีสรรคนิยม คือ กลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงสังคม ซึ่งมีรากฐานมาจากทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของ วิก็อตสกี (Vygotsky) ซึ่งมีความเชื่อว่าการเรียนรู้ของผู้เรียนจะทำได้ดีเมื่อมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับสังคม มีปฏิสัมพันธ์ในการทำงานกับเพื่อนร่วมงานและเชื่อว่าการเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในสังคมโดยธรรมชาติ ดังนั้น การที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม มีผู้คอยแนะนำ (ครู ผู้รู้ หรือผู้เชี่ยวชาญ) เมื่อผู้เรียนประสบปัญหา นอกจากนี้การสนับสนุนด้วยการกระตุ้น แนะนำ ในการเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ท้าทายให้จะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และได้รับความพึงพอใจในผลงานที่ได้ลงมือกระทำ ทำให้เกิดการเรียนรู้และความเจริญทางด้านสติปัญญา (Cognitive Growth) นอกจากนี้ วิก็อตสกียังให้ความสำคัญในเรื่องของความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อช่วยเหลือผู้เรียนให้มีความก้าวหน้าจากระดับพัฒนาการในปัจจุบันเพื่อไปถึงระดับพัฒนาการที่ผู้เรียนจะมีศักยภาพที่จะพัฒนาไปถึงได้ ภายใต้แนวคิด “Zone of Proximal Development” โดยแนวคิดนี้มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการจัดการเรียนการสอนเป็นอย่างมาก เพราะโดยปกติแล้วการวัดพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของผู้เรียน มักใช้แบบทดสอบมาตรฐานในการวัดเพื่อดูว่าผู้เรียนอยู่มีความรู้ในระดับใด โดยดูว่าสิ่งที่ผู้เรียนทำได้ เป็นตามพัฒนาการในช่วงวัยที่สามารถทำได้หรือไม่ จึงเป็นการบ่งบอกว่าผู้เรียนบรรลุหรือไปถึงพัฒนาการในช่วงดังกล่าวแล้วหรือยัง ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนจึงเป็นจัดการสอนและมวลประสบการณ์ที่สอดคล้องกับพัฒนาการของเด็กเท่านั้น ซึ่งเป็นการตอกย้ำให้เด็กมีพัฒนาการที่คงที่ไม่ได้ช่วย

ให้มีการพัฒนาการเพิ่มขึ้นแต่อย่างใด ดังนั้น แนวคิดนี้จะทำให้การจัดการเรียนการสอนมีลักษณะที่เหลื่อมกันระหว่างพัฒนาการที่เด็กสามารถทำได้และระดับพัฒนาการที่สูงกว่าโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหรือประสบการณ์จะต้องมีลักษณะที่ท้าทายและสูงกว่าระดับพัฒนาการเสมอ และมีการให้ความช่วยเหลือชี้แนะให้แก่เด็ก ในลักษณะของ “Assisted Learning” หรือ “Scaffolding” ในส่วนนี้จะมีความสำคัญเป็นอย่างมากที่จะช่วยให้เด็กพัฒนาไปถึงในระดับที่ตนมีศักยภาพที่แท้จริง แสดงเป็นภาพแนวคิดของกลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงสังคมและภาพ Zone of Proximal Development ดังนี้




**ภาพ 7 แนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงสังคม**




**ภาพ 8 Zone of Proximal Development**

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม ในการสร้างความรู้จากทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญา (Cognitive Constructivism) และกลุ่มแนวคิดแนวคิดสรรคนิยมเชิงสังคม (Social Constructivism) สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ของบุคคลใดนั้น เป็นกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญาที่เกิดขึ้นในตัวบุคคล โดยสร้างขึ้นจากการคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาด้วยประสบการณ์และสามารถนำไปใช้เป็นฐานในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่นๆ ได้ โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่ต่าง ๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น จากนั้นการใช้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่จะช่วยเหลือในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปราย แนะนำ วิพากษ์ สังเกตการณ์ดำเนินงานระหว่างผู้เรียนด้วยกันเพื่อปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียน นอกจากนี้ผู้ที่มีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมาก คือ ผู้สอนที่จะต้องจัดเตรียมสถานการณ์ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนข้ามผ่านพัฒนาการหรือการเรียนรู้ตามพัฒนาการในช่วงวัยหรือความสามารถที่ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามปกติเพื่อศักยภาพของผู้เรียนให้ไปถึงศักยภาพสูงสุดที่ผู้เรียนสามารถที่จะพัฒนาไปถึงได้ (Zone of Proximal Development: ZDP) โดยผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือผู้เรียนเมื่อผู้เรียนประสบกับสถานการณ์หรือปัญหาทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการหรือเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพ (Scaffolding) ดังตัวอย่างของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองตัวอย่างข้างต้น เป็นตัวอย่างที่แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนสามารถพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้เมื่อผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และสามารถทำได้ดีขึ้นเมื่อได้รับความช่วยเหลือจากผู้สอน ซึ่งจะเห็นได้ว่าจากแนวคิดนี้ ความรู้เป็นสิ่งที่ไม่แน่นอนมีการปรับเปลี่ยนและเปลี่ยนแปลงได้ตลอดเวลาภายใต้บริบททางสังคม วัฒนธรรม และค้นพบความรู้ใหม่มากขึ้นเรื่อย ๆ ดังนั้น ความเข้าใจในการจัดการเรียนการสอนภายใต้แนวคิดนี้จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนต้องศึกษา เพื่อพัฒนาผู้เรียนของตนให้เป็นไปตามศักยภาพของการเรียนรู้และสามารถสร้างความรู้และสามารถนำไปใช้ได้

**หลักการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยม**

จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่า ทฤษฎีสรรคนิยม มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้เข้าถึงปัญหาด้วยตนเอง มีการปรับเปลี่ยนและพัฒนาการคิด การแก้ปัญหา จากความรู้เดิมเชื่อมต่อเข้ากับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ภายใต้ความช่วยเหลือหรือมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ซึ่งสอดคล้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้ที่สามารถปรับเปลี่ยนและพัฒนาการให้เหตุผลที่สร้างขึ้นด้วยตนเองให้ดีขึ้นผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม หลักการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivist Teaching and Learning) จึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะพัฒนาผู้เรียนในการให้

เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิชาการและนักการศึกษาที่ได้กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยมไว้เป็นแนวคิดในการจัดกระบวนการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม ดังนี้

1. การเตรียมความพร้อมผู้เรียน Bruner, 1986; Saettler, 1990, Online; Duch, 2001; Gagnon and Collary (2005 อ้างอิงใน วัชรา เล่าเรียนดี, 2552, หน้า 72 นักวิชาการกลุ่มนี้ได้เสนอแนวคิดในการเตรียมความพร้อมของผู้เรียนไปในแนวทางเดียวกันว่า การเตรียมความพร้อมของผู้เรียนควรเริ่มต้นจากการเร้าความสนใจของผู้เรียนด้วยการจัดสถานการณ์ (Situation) ที่สอดคล้องกับการเรียนรู้ใหม่ ทบทวนความรู้และทักษะที่เคยเรียนมาก่อนหน้า ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ทบทวนความรู้และทักษะเดิมหรือจัดเตรียมความรู้และทักษะที่เชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ รวมถึงการแจ้งวัตถุประสงค์การเรียนรู้ให้กับผู้เรียนทราบ

2. การมีส่วนร่วมของผู้เรียนในกิจกรรมการเรียนการสอน นักการศึกษากลุ่มแนวคิดสรรคนิยม (Brooks and Brooks, 1993, pp. 17-94; Driscoll, 1994, pp. 365-377; Anthony, 1996, p. 350; Clements, 1997, pp. 198-200; Gredler, 1997, pp. 267-268) กล่าวถึงการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้เรียนว่า ผู้สอนควรคำนึงถึงสถานการณ์ที่กำหนดขึ้น เพราะสถานการณ์จะเป็นตัวกำหนดการทำงานของผู้เรียนว่างานนั้นจะเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม จะเป็นกลุ่มขนาดเล็กหรือเป็นกลุ่มขนาดใหญ่ ต้องคำนึงถึงความเหมาะสมสอดคล้องกับการเรียนรู้ของผู้เรียนในสถานการณ์นั้น ๆ กระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมอง แนวคิด และข้อมูล รวมถึงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อให้เกิดข้อเปรียบเทียบและการประเมิน ข้อสรุปในการแก้ปัญหาโดยผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วม นอกจากนี้ Watts and Fofili (1998, pp. 173-185) และ Yager (1991, pp. 52-57) ได้กล่าวเพิ่มเติมเกี่ยวกับการทำงานร่วมกันว่า ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่เน้นการสร้างความรู้ใหม่ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เป็นการแลกเปลี่ยน สร้างความสัมพันธ์ เชื่อมโยง จูงใจ และวัตถุประสงค์ภายใต้แนวคิดของแต่ละบุคคล อย่างไรก็ตามการทำงานร่วมกันจะไม่ได้ยึดติดว่าจะต้องมีลักษณะเป็นการสร้างความรู้เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ซึ่งในทางปฏิบัติสามารถดำเนินการแบบแยกกันหรือทำร่วมกันก็ได้ โดยการทำงานร่วมกันนี้เป็นที่ยอมรับในเรื่องการสร้างความรู้ทางสังคม (Social Constructivism) และการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมจะให้โอกาสผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์แบบร่วมมือกันระหว่างเพื่อนและผู้สอน สอดคล้องกับ วัชรา เล่าเรียนดี (2550, หน้า 46-49) ที่กล่าวว่า ผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมในทุกกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดทฤษฎีนี้

3. การตรวจสอบความเข้าใจ Watts and Fofili (1998, pp. 173-185) ได้แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการตรวจความเข้าใจว่า เป็นกระบวนการสร้างแนวคิดที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ขั้นตอนนี้ผู้เรียนต้องนำมิติของแนวคิด (Conceptual Space) พัฒนาเป็นกรอบแนวคิด (Conceptual Frameworks) ซึ่งมีความชัดเจนในด้านประโยชน์ ความสำคัญและการนำไปใช้ นอกจากนี้ Yager (1991, pp. 52–57) ได้นำเสนอกระบวนการในขั้นตอนนี้เพิ่มเติมว่าควรประกอบด้วยการให้ผู้เรียนนำเสนอข้อมูลและความคิด สร้างและอธิบายรูปแบบ สร้างคำอธิบายใหม่ ทบทวนและวิเคราะห์คำตอบของปัญหาร่วมกันประเมินข้อสรุปและความเป็นไปได้ร่วมกันระหว่างผู้เรียนและผู้สอนบูรณาการ คำตอบของปัญหาโดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิม ซึ่งสอดคล้องกับ วัชรา เล่าเรียนดี (2550, หน้า 46-49) ที่กล่าวว่า ในขั้นตอนนี้ควรส่งเสริมและเปิดโอกาสผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง การให้ผู้เรียนอธิบาย Concept และนิยามคุณลักษณะต่าง ๆ ด้วยความคิดและอธิบายด้วยคำพูดของตนเอง การกระตุ้นด้วยคำถามที่ใช้ในการเปิดประเด็นให้ผู้เรียนมีการรวมกลุ่มและอธิบายประกอบ ย้ำจุดเน้น อธิบายและสรุปความรู้ให้ชัดเจน

4. การเชื่อมโยงความรู้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่น Yager (1991, pp. 52–57) ได้ให้แนวคิดในการเชื่อมโยงความรู้ไว้ว่า ผู้เรียนจะเป็นผู้ตัดสินใจในการนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้เพื่อถ่ายโยงความรู้และทักษะในเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ในการแก้ปัญหาตลอดจนมีการแลกเปลี่ยนข้อมูลและความคิดต่าง ๆ การตั้งคำถามใหม่ ๆ ซึ่งเป็นการพัฒนาผลที่เกิดขึ้นและสนับสนุนการคิดของผู้เรียนในการเชื่อมโยงความรู้ ซึ่งสอดคล้องกับ Duch (2001) และ Saettler (1990) ที่กล่าวว่า กระบวนการนี้จะเป็นการที่ผู้เรียนได้ถ่ายโยงความรู้และนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ เป็นการฝึกใช้ความรู้และฝึกปฏิบัติผ่านกิจกรรมจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ตลอดจนปรับปรุงความรู้หรือทักษะของตนเองต่อไป

5. การเปิดโอกาสให้เกิดการปฏิบัติจริง นักการศึกษาให้ความสำคัญเป็นอย่างมากในหลักการจัดการเรียนรู้ที่ต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เกิดการปฏิบัติจริง จากหลักการจัดการเรียนการสอนที่กล่าวมาก่อนหน้าทั้งการมีส่วนร่วมของผู้เรียนในกิจกรรมการเรียนการสอนและการเชื่อมโยงความรู้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่นนั้นจะเห็นได้ว่าสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมจะต้องให้ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในปัญหาหรือสถานการณ์ผ่านรูปแบบการปฏิบัติจริงและแสดงผลลัพธ์ที่ปฏิบัติออกมาได้

6. การสรุป อภิปรายผล และสะท้อนบทเรียน Gagnon and Collary (2005 อ้างอิงใน วัชรา เล่าเรียนดี, 2552, หน้า 72) และนักการศึกษากลุ่มแนวคิดสรรคนิยม Brooks and Brooks, 1993, pp. 17-94; Driscoll, 1994, pp. 365-377; Anthony, 1996, p. 350; Clements, 1997,

pp. 198–200; Gredler, 1997, pp. 267–268 กล่าวไว้ว่า การสรุป อภิปรายผล และสะท้อนบทเรียน เป็นการที่ผู้เรียนได้คิดไตร่ตรองและสะท้อนความคิดเกี่ยวกับบทเรียนซึ่งเป็นอีกกระบวนการหนึ่งที่สำคัญมากในการจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีสรรคนิยมนี้ โดยเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการสรุปบทเรียนเพื่อตรวจสอบและเชื่อมโยงระหว่างจุดประสงค์ของการเรียนกับบทสรุปที่ได้มาจากการเรียนรู้หรือทำกิจกรรม นอกจากนี้การกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายโดยการใช้คำถามระดับสูงที่ส่งเสริมการคิดของผู้เรียนให้มีการตอบสนองเกี่ยวกับบทสรุปของการเรียนโดยใช้คำถาม 2 ระดับ เป็นอย่างน้อย (ความรู้ความเข้าใจ และวิเคราะห์ สังเคราะห์) ควรเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายให้มากที่สุด

7. การฝึกเพิ่มเติมโดยอิสระ วัชรา เล่าเรียนดี (2550, หน้า 46–49) กล่าวถึงการฝึกเพิ่มเติมหรือการให้ทำโดยอิสระว่า เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง ทั้งการที่ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโดยตรง การใช้ความรู้และทักษะในสถานการณ์อื่น ๆ ที่แตกต่างจากที่ฝึกเพียงเล็กน้อย การแสดงรูปแบบหรือระบุผลลัพธ์จากความรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้

8. วัดและประเมินผล นักการศึกษาให้ความสำคัญกับขั้นการสอนขั้นนี้ในการจัดการเรียนรู้เพราะถือว่าเป็นการวัดคุณลักษณะ (Attribute) ของผู้เรียนทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพผ่านการรวบรวมข้อมูล เช่น การทดสอบ การสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ การตรวจผลงาน และนำข้อมูลดังกล่าวมาตีค่าหรือตัดสินคุณค่าของผู้เรียนภายใต้เกณฑ์การตัดสินที่กำหนดขึ้น ซึ่งการวัดผลและการประเมินผลเป็นกระบวนการที่มีความต่อเนื่อง เมื่อมีการวัดผลจะนำข้อมูลมาวิเคราะห์เพื่อเทียบกับเกณฑ์ใดเกณฑ์หนึ่งในการตีค่าหรือสรุปคุณค่าของคุณลักษณะที่เกิดจาก การเรียนรู้นั้น การวัดผลประเมินผลตามหลักการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยม Saettler (1990) และ Duch (2001) กล่าวถึงการวัดผลและประเมินผลไว้ว่า ควรวัดและประเมินผลผู้เรียนตามสภาพจริงของผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับวัชรา เล่าเรียนดี (2550, หน้า 46–49) และ Fosnot (1996) ที่กล่าวว่า ประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนในบริบทของการสอนว่าผู้เรียนได้บรรลุจุดประสงค์ของบทเรียนหรือไม่ เช่น การบันทึกผลการเรียนรู้ของผู้เรียนลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ การประเมินผลความสามารถของผู้เรียนผ่านการสังเกตและแบบประเมินต่าง ๆ ที่จัดทำขึ้นทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน และภายหลังการเรียน

จากการศึกษาหลักการจัดการเรียนการสอนของนักการศึกษาและนักวิชาการพบว่า มีกระบวนการที่สำคัญในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองผ่านการให้เหตุผลเชื่อมโยงองค์ความรู้เดิมเพื่อพัฒนาและปรับปรุง

โครงสร้างทางปัญญาซึ่งสอดคล้องกับธรรมชาติของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนการสอนควรเริ่มด้วยการเตรียมความพร้อมผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน เปิดโอกาสโดยจัดสถานการณ์ให้เกิดการปฏิบัติจริง สะท้อนบทเรียน และการวัดและประเมินผล

**บทบาทหน้าที่ของผู้สอนตามทฤษฎีสรรคนิยม**

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวทางของทฤษฎีสรรคนิยม เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้คิดและสร้างองค์ความรู้ผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเองเป็นหลัก ซึ่งจากการศึกษาที่ผ่านมาผู้สอนต้องยอมรับและเข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคล ซึ่งส่งผลให้การเรียนรู้ของผู้เรียนอาจไม่เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการเรียนหรือไม่เป็นไปตามแนวทางที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้นั้นได้ ดังนั้นผู้สอนจึงมีบทบาทสำคัญที่จะทำหน้าเป็นผู้ให้การสนับสนุนช่วยเหลือหรือส่งเสริม ซึ่งการปล่อยผู้เรียนไว้กับปัญหาโดยปราศจากการช่วยเหลือหรือปล่อยให้ผู้เรียนจัดทำข้อมูลด้วยตนเองทั้งหมดโดยขาดการชี้แนะหรือแม้กระทั่งการให้ความ ช่วยเหลือที่ไม่เพียงพออาจจะทำให้ผู้เรียนไม่สามารถจัดการหรือกระทำกับงานหรือกิจกรรมต่าง ๆ โดยคิดว่าตนเองยังไร้ความสามารถ (Polya, 1957, p. 1; Perkins, 1991, p. 20) ดังนั้น บทบาทของผู้สอนจึงเป็นส่วนสำคัญอีกประการหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์และได้ความรู้ตามที่ต้องการ ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้สอนตามแนวคิดนี้ บทบาทสำคัญของผู้สอน คือ การทำหน้าเป็นผู้ช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการคิดและการกระทำที่ส่งผลให้เกิดการเรียนรู้ในทิศทางที่ถูกต้อง ให้ความช่วยเหลือวางกระบวนการเรียนรู้ ควบคุมขั้นตอนการทำงานของผู้เรียนที่ยังไม่สามารถกระทำได้ด้วยตนเอง ตลอดจนการเพิ่มกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถขยายแนวคิดหรือการกระทำได้ด้วยตนเอง โดยบทบาทที่สำคัญของผู้สอนตามทฤษฎีสรรคนิยม ดังนี้

1. บทบาทในการจัดทำโครงสร้างบทเรียน บทบาทนี้ถือเป็นบทบาทสำคัญหนึ่งที่ผู้สอนตามแนวคิดทฤษฎีนี้ ต้องให้ความสำคัญ โดย ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544) กล่าวว่า บทบาทในการจัดทำโครงสร้างบทเรียนผู้สอนควรจัดเตรียมกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้อย่างตื่นตัว (Active) และเป็นผู้จัดกระทำกับข้อมูลหรือประสบการณ์ต่าง ๆ และเป็นผู้สร้างความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ด้วยตนเอง มิใช่รับรู้จากการรับข้อมูลเท่านั้น ดังนั้น โครงสร้างจะต้องสอดคล้องกับหลักสูตรและความสนใจของผู้เรียน ซึ่งประกอบไปด้วยสถานการณ์หรือกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดและสร้างความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนั้นในการจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนผู้สอนมีบทบาทสำคัญ

ในการเร้าความสนใจของผู้เรียน ดังนั้นการจัดเตรียมคำถาม บทสนทนา หรืองานที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจเป็นไปตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

2. บทบาทในการใช้คำถาม Fosnot (1996) กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในส่วนนี้ว่า ผู้สอนจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักผู้เรียนเกิดความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนรู้ โดยการเตรียมปัญหาที่น่าสนใจสำหรับการเรียนรู้นั้น ผ่านคำถามลักษณะต่าง ๆ เช่น คำถามใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรู้ หรือคำถามย้อนกลับจากคำถามของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้สืบเสาะวิธีการแก้ปัญหานั้น ซึ่งผู้สอนจะเป็นผู้กระตุ้นให้ผู้เรียนอยากเรียนด้วยตนเองและกระตุ้นให้เกิดการคิดให้มากที่สุด ดังนั้นผู้สอนควรจัดเตรียมคำถามที่ท้าทายผู้เรียนให้เกิดการคิด การสำรวจข้อมูล การประมวลผลจนนำไปสู่การสร้างความรู้หรือขยายมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ และสามารถตรวจสอบความคิดของตนเองได้ ลักษณะคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่ให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผลและอธิบายรายละเอียดของขั้นตอนการทำงาน คำถามที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง รวมถึงการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกตั้งคำถามกับผู้เรียนด้วยกันเอง หรือแม้กระทั่งการฝึกให้ตั้งคำถามกับตนเอง นอกจากนี้ Gredler (1997, p. 177) กล่าวถึงการฝึกตั้งคำถามกับผู้อื่นหรือแม้แต่คำถามที่ถามตนเอง ระหว่างการแก้ปัญหาหรือกิจกรรมต่าง ๆ เป็นเทคนิคที่สำคัญทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้มีทักษะในการคิดเชิงเหตุผลด้วยตนเองทั้งสิ้น และยังเป็นการฝึกตั้งเป้าหมายย่อย ๆ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้

3. บทบาทในการช่วยเหลือผู้เรียนในการสื่อสาร ภาษาและสัญลักษณ์ เป็นที่ทราบกันดีว่าการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองของผู้เรียนนั้น ผู้เรียนจะต้องประสบกับความรู้ใหม่ มโนทัศน์ใหม่ ซึ่งผู้สอนมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการสร้างความชัดเจนในการสื่อสาร การแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่เหมาะสม รวมถึงการใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้อธิบายและขยายความเพิ่มเติม ซึ่งในแต่ละรายวิชาจะมีคำศัพท์หรือสัญลักษณ์ซึ่งมีความหมายเฉพาะที่ผู้เรียนอาจไม่รู้มาก่อน ดังนั้น เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักคำศัพท์หรือสัญลักษณ์เหล่านั้นและนำมาใช้ในการสื่อสารได้อย่างถูกต้อง ผู้สอนควรแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักคำศัพท์หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่าน Carre (1995) และ Driver and Bell (1986) มีความเห็นที่สอดคล้องกันว่า ผู้สอนควรเป็นผู้แนะนำให้ผู้เรียนรู้จักและใช้คำศัพท์เหล่านั้นหลังจากที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์ของคำเหล่านั้นหรือมีภาพแทนทางสมองของคำเหล่านั้นตามต้องการแล้ว เพื่อใช้คำศัพท์ใหม่เป็นเครื่องมือในการสื่อสารที่ต้องใช้ในบทเรียนและช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

4. บทบาทในการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้และการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียน การสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้นั้นผู้สอนควรหลีกเลี่ยงการตีค่าแนวคิดของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีความภาคภูมิใจและเห็นคุณค่าในแนวคิดของตน ในกรณีที่ผู้เรียนยังไม่สามารถสร้างแนวคิดได้ อาจมีการกระตุ้นด้วยคำถามเพื่อให้ผู้เรียนสามารถค้นพบหลักการหรือแนวคิดได้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนอีกอย่างหนึ่ง ส่วนการให้ข้อมูลย้อนกลับในเวลาที่ผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือหรือเมื่อผู้สอนประเมินแล้วว่า ผู้เรียนยังต้องการข้อมูลเพิ่มเติมนั้น Troutman and Lichtenberg (1995, pp. 25-26) ให้ข้อเสนอว่า เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้สอนควรมีการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยทันที ซึ่งการปล่อยให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยปราศจากข้อมูลย้อนกลับดังกล่าวในกรณีที่ผู้เรียนได้หลักการหรือแนวคิดที่ผิดพลาดนั้น มักจะทำให้ผู้เรียนจดจำรูปแบบผิด ๆ นั้นได้ง่าย เพราะจากการศึกษา พบว่า ผู้เรียนมักจดจำรูปแบบหรือวิธีการคิดครั้งแรกซึ่งจะเป็นสิ่งที่ติดแน่น และแก้ไขได้ยาก ดังนั้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยทันทีเมื่อพบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนจะช่วยป้องกันการจดจำรูปแบบหรือวิธีการที่ผิดพลาดของผู้เรียนเป็นการแก้ไขปัญหาก่อนที่ผู้เรียนจะจดจำสิ่งนั้นแบบผิด ๆ ซึ่งจะทำให้การแก้ไขยากขึ้นนั่นเอง

5. บทบาทในการศึกษาและทำความเข้าใจในรายละเอียดของแนวคิดและคำตอบของผู้เรียน เป้าประสงค์ของการจัดการเรียนการสอนภายใต้ทฤษฎีการสร้างความรู้นั้น เราต้องการให้ผู้เรียนได้เป็นผู้สร้างแนวคิดหรือหาคำตอบได้ด้วยตนเอง มีทักษะการคิดเชิงเหตุผลและมีมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนอย่างลึกซึ้ง ดังนั้นผู้สอนจำเป็นต้องศึกษาและทำความเข้าใจคำตอบและแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับ Clements (1997, p. 199) ที่กล่าวว่า ผู้สอนจำเป็นต้องศึกษาผู้เรียนว่าผู้เรียนคิดอย่างไร มีมุมมองต่าง ๆ ของผู้เรียนจะแสดงให้เห็นการให้เหตุผลของผู้เรียน การรับรู้ถึงมุมมองจะช่วยให้ผู้สอนสามารถจัดการเรียนการสอนได้ตรงกับความต้องการและมีความหมายต่อผู้เรียน นอกจากนี้การสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนเพื่อวินิจฉัยความก้าวหน้าในการเรียนเป็นอีกส่วนหนึ่งที่จำเป็นเช่นกัน

จากการศึกษาบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม สรุปได้ว่า บทบาทหน้าที่ของผู้สอนควรเริ่มต้นโดยการเป็นผู้สร้างและออกแบบหลักสูตร บทเรียนหรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ตรงกับความสนใจของผู้เรียน การจัดเตรียมปัญหาหรือคำถามลักษณะต่าง ๆ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความสนใจที่จะเรียนรู้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และสามารถคิดได้ด้วยตนเอง รวมถึงบทบาทที่ผู้สอนจะต้องให้คุณค่ากับคำตอบของผู้เรียนโดยการศึกษาและทำความเข้าใจในรายละเอียดของแนวคิดและคำตอบ ซึ่งผู้สอนจะไม่เป็นผู้ตัดสินหรือตีค่าคำตอบของผู้เรียน นอกจากนี้ ผู้สอนจะต้องปรับเปลี่ยน

บทบาทจากผู้ถ่ายทอดความรู้เป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียน ช่วยเหลือผู้เรียนในการสื่อสาร การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ และการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ รวมถึงการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนเพื่อช่วยส่งเสริมพัฒนาการของผู้เรียนไม่ให้เกิดแนวคิดที่ผิดพลาดจากการเรียนรู้ การให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนการจัดบรรยากาศในการเรียนรู้ให้มีการแลกเปลี่ยนและมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอนด้วยเช่นกัน

**การประเมินผลการเรียนตามทฤษฎีสรรคนิยม**

จากสมมติฐานในการสร้างความรู้ของทฤษฎีสรรคนิยมที่มีความแตกต่างออกไปจากการเรียนการสอนที่เน้นการบรรยายแบบปกติ โดยการสร้างความรู้ของทฤษฎีสรรคนิยมมุ่งเน้นที่กระบวนการการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองผ่านการจัดกระทำข้อมูลและมวลประสบการณ์ต่าง ๆ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ดังนั้น ในการประเมินผลผู้เรียนจะเน้นการวัดความสามารถที่เป็นคุณสมบัติของผู้เรียนที่พึงมีในการจัดการเรียนการสอนภายใต้ทฤษฎี ซึ่งประกอบไปด้วย ความสามารถในการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารและทำงานร่วมกับผู้อื่น ความสามารถทางด้านเหตุผล ความสามารถในการปฏิบัติงาน ความเข้าใจในมโนทัศน์ของเนื้อหาอย่างลุ่มลึกและเจตคติที่ดีต่อการเรียน (Watts and Fofili, 1998, p. 175) นอกจากนี้ วรรณทิพา รอดแรงค้า (2541, หน้า 116) ยังได้กล่าวเพิ่มเติมในเรื่องการประเมินผู้เรียนตามทฤษฎีการสร้างความรู้ว่าการรายงานผลการเรียนของผู้เรียนนั้นจะเน้นไปที่การแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างมากกว่าที่จะรายงานว่าผู้เรียนยังไม่รู้อะไร ดังนั้นการประเมินตนเองของผู้เรียนก็เป็นสิ่งสำคัญที่สะท้อนให้เห็นถึงคุณค่าของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้สอนได้จัดเตรียมไว้ จึงแบ่งประเด็นในการประเมินผลการเรียนไว้ดังนี้ และ Jonassen (1991, pp. 28-32) ยังกล่าวถึงแนวทางการประเมินผลการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้ไว้ดังนี้

1. การประเมินการเรียนรู้ ควรเป็นการประเมินกระบวนการ จากการศึกษาแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม การสร้างความรู้จะมุ่งเน้นไปที่กระบวนการการเรียนรู้และสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียน ดังนั้น การประเมินจะต้องเป็นประเมินกระบวนการที่เป็นทักษะการคิดในระดับสูง ซึ่งประกอบไปด้วย ทักษะการคิดเชิงเหตุผล การรู้คิด และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้กับสถานการณ์ใหม่รวมถึงการบูรณาการความรู้เพื่อสร้างสรรค์ผลงาน โดยการประเมินควรแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนมีความก้าวหน้าในกระบวนการคิดของตนเอง (Metacognition)

2. การประเมินผลการเรียนรู้โดยใช้ประเด็นปัญหา การจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีสรรคนิยมมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีการปรับโครงสร้างทางปัญญาโดยการนำเข้าข้อมูลใหม่ซึ่งเป็นปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่เคยประสบเพื่อประมวลเข้ากับความรู้เดิมที่มีอยู่จนสามารถสร้างความรู้ใหม่ ดังนั้นประเด็นปัญหาที่นำมาใช้ในการประเมินเป็นสิ่งสำคัญและเป็นส่วนหนึ่งที่สามารถประเมินผู้เรียนได้ ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เหมาะสมที่นำมาใช้ในการประเมินควรประกอบด้วยบริบทที่หลากหลายมีความซับซ้อนและสอดคล้องกับชีวิตจริง เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นการศึกษาที่เป็นจริง (Authentic Tasks) นั่นคือ ทุกภาระงานในกิจกรรมการเรียนการสอนมีประโยชน์และสัมพันธ์กับชีวิตจริง เป็นงานที่ซับซ้อนประกอบด้วยหลายบริบท และเป็นงานที่ผสมผสานเนื้อหาต่าง ๆ ของหลักสูตรไว้ด้วยกัน

3. การประเมินผลประเมินตามสภาพจริง การจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีสรรคนิยมเป็นกระบวนการในการสร้างความรู้ของผู้เรียน ซึ่งผู้เรียนย่อมมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเมื่อเกิดการเรียนรู้ในกระบวนการหรือกิจกรรมต่าง ๆ ที่ถูกจัดขึ้น ดังนั้นการประเมินควรเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการจัดการเรียนรู้ เพราะเป็นการประเมินความสามารถของผู้เรียนในขณะที่ทำกิจกรรมต่าง ๆ ทำให้ผู้สอนทราบความสามารถของผู้เรียนได้มากกว่าการวัดหลังจบบทเรียนเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้ยังทำให้ผู้สอนสามารถวางแผนในการแก้ไขปัญหาของผู้เรียนได้อย่างรวดเร็ว

4. การประเมินผลการเรียนรู้ไม่ควรสร้างเป้าหมายหรือเกณฑ์การประเมินไว้ก่อน ในประเด็นนี้แสดงให้เห็นว่าเมื่อผู้สอนรู้และกำหนดเป้าหมายหรือเกณฑ์ที่จะทำการประเมินไว้อาจเกิดการชี้นำในการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนมากเกินไปทำให้การประเมินผลที่ได้เป็นความรู้ที่ถูกสร้างขึ้นจากการชี้นำมิได้เกิดจากตัวผู้เรียน ซึ่งผลจากการประเมินผลไม่เป็นไปตามศักยภาพที่แท้จริงของผู้เรียน นอกจากนี้อาจทำให้ผู้สอนมีความลำเอียงในการประเมินผลก็เป็นได้

5. การประเมินจากแฟ้มสะสมผลงาน การประเมินลักษณะนี้จะทำให้ผู้สอนสามารถทราบถึงพัฒนาการของผู้เรียน การประเมินควรประเมินจากแฟ้มสะสมผลงานมากกว่า 1 ชิ้น เพื่อดูพัฒนาการในการทำงานในแต่ละชิ้น นั่นคือผู้สอนสามารถประเมินผลงานที่แสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของผู้เรียนในด้านการตีความภาระงานที่ได้รับมอบหมาย พัฒนาการในการวางแผนขั้นตอนและการดำเนินการในการทำงานเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมาย ซึ่งในแต่ละชิ้นงานควรแสดงให้เห็นการพัฒนาที่เกิดขึ้นจากชิ้นงานถัดไป

6. การประเมินควรเป็นการประเมินแบบมีส่วนร่วม การประเมินไม่ควรเกิดจากการตัดสินผู้สอนเพียงฝ่ายเดียว ควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการประเมินตนเองด้วย

ซึ่งการประเมินจะเป็นการประเมินความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านความรู้ ความคิดเห็น การทำกิจกรรมต่างๆ และภาระงานที่ได้รับมอบหมาย นอกจากนี้การประเมินตนเองยังเป็นการฝึกให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเอง สามารถใช้การประเมินตนเองเป็นเครื่องมือในการควบคุมการเรียนรู้และวิเคราะห์ตนเองได้มากขึ้น

สรุป การประเมินผลการเรียนรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยม เป็นการประเมินที่เน้นการประเมินตามสภาพจริง โดยเป็นการประเมินกระบวนการในการเรียนรู้ของผู้เรียนในการสร้างความรู้ผ่านสถานการณ์ปัญหาและกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งการสร้างความหมายของแต่ละบุคคลย่อมมีความแตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความรู้เดิมและความสนใจ จึงทำให้ผลจากการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นมีลักษณะที่หลากหลาย ดังนั้น การประเมินผลการเรียนรู้ควรมีความยืดหยุ่นต่างกันไปในแต่ละบุคคล รวมถึงใช้วิธีการประเมินผลที่หลากหลายและการวัดผลควรอาศัยบริบทจริง

**การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์**

การสืบเสาะหาความรู้เป็นรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivism) ที่กล่าวถึงกระบวนการการได้มาซึ่งองค์ความรู้ของผู้เรียนนั้น ที่ต้องผ่านการสืบค้น เสาะหา สำรวจตรวจสอบและค้นคว้าด้วยวิธีการต่าง ๆ จนทำให้ตนเองเกิดความเข้าใจและเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย จึงจะสามารถสร้างเป็นความรู้ที่เก็บเป็นข้อมูลไว้ในสมองของตนเองอย่างคงทนสามารถนำความรู้นั้นมาใช้เมื่อเผชิญกับสถานการณ์นั้น ๆ อีกครั้งหรือใช้เป็นความรู้ตั้งต้นในการพัฒนาความรู้ใหม่เมื่อสถานการณ์ที่ต้องเผชิญเปลี่ยนไป (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550) โดยการสืบเสาะหาความรู้เป็นกระบวนการที่นักวิทยาศาสตร์ใช้ศึกษาอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ซึ่งต้องอยู่บนพื้นฐานของปรากฏการณ์หรือหลักฐานภายใต้เหตุและผลต่าง ๆ ซึ่งเป็นกระบวนการพื้นฐานที่นำไปสู่การศึกษาในศาสตร์ต่าง ๆ ที่ต้องการอธิบายความเป็นเหตุและเป็นผลของข้อมูล Budnitz (2003, Online) ได้กล่าวว่า การสืบเสาะหาความรู้เป็นแนวคิดที่มีความซับซ้อนและให้ความหมายต่างกันออกไปตามบริบทและ Budnitz (2003, Online) ได้กล่าวไปในแนวทางเดียวกับ Hogan and Berkowitz (2000) ว่า การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้นั้นผู้เรียนจะเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ผ่านกระบวนการต่าง ๆ ในการสืบเสาะหาความรู้ตามบริบทของแหล่งการเรียนรู้ที่มีอยู่ตามความเหมาะสมโดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้ผู้เรียนได้สำรวจปรากฏการณ์ต่าง ๆ และกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจทางวิทยาศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สำหรับ Dewey (1938, p. 108) การสืบเสาะเป็นพื้นฐานของการค้นพบและการเรียนรู้

เป็นกระบวนการทำงานร่วมกันระหว่างความรู้ที่มีอยู่และสิ่งยังไม่รู้จักในสถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มของบุคคลต้องเผชิญกับความท้าทาย โดยบางส่วนของสถานการณ์มักพบสิ่งที่ไม่รู้จักและเป็นสิ่งที่ท้าทายหรือน่าสนใจ เพียงแต่ต้องสืบเสาะเพิ่มเติมในสิ่งที่ไม่รู้จักเข้ากับสิ่งที่รู้ (ความรู้ที่มีอยู่เดิม) ซึ่งสามารถพัฒนาได้ แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับการสืบเสาะเหล่านี้ถือเป็นการสอนที่ท้าทายเมื่อนำไปปฏิบัติในการจัดการศึกษาและไม่สงวนไว้สำหรับกิจกรรมทางวิทยาศาสตร์เท่านั้น

การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ถูกพัฒนาขึ้นจากแนวคิดพื้นฐาน ในความพยายามที่จะเชื่อมโยงการศึกษาคณิตศาสตร์เข้ากับการศึกษาที่ใช้การสืบเสาะเป็นฐาน (Inquiry-based Education) มักจะมีการอ้างอิงถึงการแก้ปัญหา (Problem-Solving) โดย Cai (2010) อธิบายว่า เป็นแนวทางการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น การสอนควรเริ่มต้นด้วยการสำรวจปัญหาที่มีแนวโน้มจะทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเข้าใจแง่มุมที่สำคัญของคิดทางคณิตศาสตร์ ปัญหาควรเปิดกว้างและปล่อยให้ผู้เรียนได้สืบเสาะแนวทางแก้ไขที่หลากหลายเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องจากความพยายามของแต่ละคนภายใต้การแนะนำของครู เน้นการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและการอภิปรายแนวคิดที่แตกต่าง ความพยายามและวิธีแก้ปัญหาเหล่านั้นจะช่วยให้ผู้เรียนค้นพบและหารือแนวทางและแนวทางแก้ไขเพื่อเป็นทางเลือก และชี้แจงความคิดของพวกเขาเอง สุดท้าย ครูจะเป็นผู้ทำหน้าที่ช่วยในการสรุปที่กระชับและชี้ให้ผู้เรียนให้เข้าใจประเด็นสำคัญของแนวคิดที่ได้จากปัญหาและแนวทางแก้ไขที่หลากหลาย

การเข้าสู่แนวคิดการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ได้ผ่านการวิเคราะห์ที่พัฒนาขึ้นเป็นมุมมองทางการศึกษา ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสได้สัมผัสกับวิธีการและความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายและกลายเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพผ่านความพยายามส่วนบุคคลและการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกับผู้อื่นในการตอบคำถามที่สำคัญ คำถามทำให้ประสบการณ์เหล่านี้ไม่ใช่แค่เรื่องไร้สาระแต่สร้างแรงบันดาลใจและการจัดโครงสร้างสำหรับการศึกษาทั้งหมด ภายใต้แนวปฏิบัติที่อ้างอิงจากการสืบเสาะทางวิทยาศาสตร์ (Inquiry-based Science Education) ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมหลากหลายรูปแบบรวมกันในการสืบเสาะ ซึ่งประกอบไปด้วย กระบวนการการใช้คำถามที่ซับซ้อน การแก้ปัญหา การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การค้นหาทรัพยากรและความคิด การสำรวจ การวิเคราะห์เอกสารและข้อมูล ทดลอง การคาดเดา การทดสอบ การอธิบาย การให้เหตุผล การโต้เถียง และการพิสูจน์ เป็นการกำหนดและการจัดโครงสร้างเชื่อมต่อการปฏิบัติการและการสื่อสาร การกระทำเหล่านี้นำไปสู่ความรู้และความสามารถ

ของผู้เรียน นอกจากนี้ยังรวมถึงการสร้างนิสัยของจิตใจเพื่อการสืบเสาะด้วย Hanna and de Villiers (2012) ยังกล่าวเพิ่มเติมอีกว่า เมื่อใดก็ตามที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กระบวนการสืบเสาะจะถูกส่งไปยังการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ อีกด้วย ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ จึงไม่ได้มีรูปแบบต่างจากการจัดการเรียนการสอนการสืบเสาะทางวิทยาศาสตร์ ซึ่ง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้เผยแพร่รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ในพัฒนาครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับนักวิชาการหลายท่านที่ได้กล่าวเกี่ยวกับ รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ บทบาทของครูและผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ และบรรยากาศการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

**รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้**

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) รูปแบบการเรียนการสอน แบบสืบเสาะหาความรู้ 5Es ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยการกระตุ้นผู้เรียนด้วยเรื่องที่สนใจหรือกำลังเป็นประเด็นที่สนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรืออาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือเริ่มจากความสนใจของตัวผู้เรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม สำหรับหัวข้อหรือประเด็นที่สนใจอาจเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นน่าสนใจจากผู้เรียน ครูอาจกระตุ้นให้ผู้เรียนศึกษาจากสื่อต่าง ๆ หรือเป็นผู้กระตุ้นด้วยการเสนอประเด็นขึ้นมาก่อน แต่ไม่ควรบังคับให้ผู้เรียนยอมรับประเด็นหรือคำถามที่ครูกำลังสนใจ เมื่อมีคำถามที่น่าสนใจและผู้เรียนส่วนใหญ่ยอมรับให้เป็นประเด็นที่ต้องการศึกษาจึงร่วมกันกำหนดขอบเขตและแจกแจงรายละเอียดของเรื่องที่จะศึกษาให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น อาจรวมทั้งการรวบรวมความรู้ ประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นำไปสู่ความเข้าใจเรื่อง หรือประเด็นที่จะศึกษามากขึ้นและมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสนเทศหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษา

หาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลที่ได้ในรูปต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือวาดรูป สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่ เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ได้กำหนดไว้ แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่าง ๆ ได้มากก็แสดงว่าข้อจำกัดน้อย ซึ่งก็จะช่วยให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

4.1 ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าทดลองเพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้ผู้เรียน ชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซักถามให้ผู้เรียนชัดเจนหรือกระจ่างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับความรู้เดิม

4.2 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่นอธิบายและขยายความรู้เพิ่มเติมมีความละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ้งยิ่งขึ้น หรือสมบูรณ์ละเอียดขึ้นนำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้นประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ในเรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจค้นหาและรวบรวมเพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่า ผู้เรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไรและมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ การนำความรู้หรือแบบจำลองไปใช้อธิบายหรือประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์หรือเรื่องอื่น ๆ จะนำไปสู่ข้อโต้แย้งหรือข้อจำกัดซึ่งก่อให้เป็นประเด็นหรือคำถามหรือปัญหาที่จะต้องสำรวจตรวจสอบต่อไป ทำให้เกิดเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกันไปเรื่อย ๆ จึงเรียกว่า Inquiry Cycle กระบวนการสืบเสาะหาความรู้จึงช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งเนื้อหาหลัก และหลักการ ทฤษฎี ตลอดจนการลงมือปฏิบัติเพื่อให้ได้ความรู้ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

Bybee (2006) นักพัฒนาหลักสูตรทางการศึกษา ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นสร้างความสนใจ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นผ่านกิจกรรมสั้น ๆ และการค้นหาความรู้เดิมเพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้และประสบการณ์เดิมเชื่อมโยงกับปัจจุบัน

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่ผ่านสถานการณ์โดยใช้ความรู้เดิมผ่านการวางแผน ตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูลและลงมือปฏิบัติ

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นที่ให้โอกาสผู้เรียนได้แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติ รวมถึงการเปิดโอกาสให้ครูแนะนำความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติ เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นในการกระตุ้นและขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและทักษะผ่านประสบการณ์ใหม่ ให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้ให้กว้างและลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น รวมถึงการพัฒนาความตั้งใจในการปฏิบัติงาน

5. ขั้นประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนได้ประเมินความเข้าใจและความสามารถของตนเอง และครูเป็นผู้ประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียนตามวัตถุประสงค์ของเรื่องที่กำลังศึกษา

พันธ์ ทองชุมนุม (2547) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น ดังนี้

1. จัดทำสถานการณ์หรือปัญหาจากเนื้อหาให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหานั้น สถานการณ์ควรเป็นสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวัน ดึงดูดความสนใจของผู้เรียนและสามารถเชื่อมโยงสู่การออกแบบการค้นคว้าได้

2. ใช้คำถามในการร่วมกันอภิปราย เพื่อนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบของปัญหาและนำไปสู่การตั้งสมมติฐานของผู้เรียน

3. ใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การออกแบบการค้นคว้า การกำหนดเครื่องมือ เก็บรวบรวมข้อมูลและการกำหนดแหล่งข้อมูล

4. ผู้เรียนเป็นผู้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าจากแหล่งค้นคว้าที่กำหนด ทำการบันทึกผลและจัดหมวดหมู่ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

5. ใช้คำถามในการอภิปรายเพื่อสรุปผลการศึกษาค้นคว้า คำถามที่ใช้ต้องอาศัยข้อมูลจากการสืบค้นของผู้เรียนเป็นหลัก เพื่อนำไปสู่คำตอบในการแก้สถานการณ์

หรือปัญหาข้างต้นและควรมีคำถามที่ท้าทายในการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน หรือเรื่องที่กำลังจะเรียนต่อไป

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545, หน้า 42-43) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น ดังนี้

1. สร้างความสนใจ

1.1 จัดสถานการณ์หรือเรื่องราวที่น่าสนใจ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสังเกตและเกิดความสงสัยในสถานการณ์นั้น

1.2 กระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างคำถามและกำหนดประเด็นปัญหาที่จะศึกษา

2. สำรวจและค้นหา

2.1 ผู้เรียนวางแผนและกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐานและกำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้

2.2 ผู้เรียนลงมือปฏิบัติเพื่อรวบรวมข้อมูล สารสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบ อาจทำได้ หลายวิธี เช่น การทดลอง การทำกิจกรรมภาคสนาม การศึกษาข้อมูลจากแหล่งเอกสารอ้างอิง หรือแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลอย่างเพียงพอ สรุปสิ่งที่คาดว่าจะเป็นคำตอบของปัญหานั้น

3. อธิบายและลงข้อสรุป

3.1 ผู้เรียนนำข้อมูล สารสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลในรูปแบบต่าง ๆ

3.2 การค้นพบอาจสนับสนุนหรือโต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ตั้งไว้เลย แต่ไม่ว่าผลจะเป็นอย่างไรผู้เรียนก็สามารถสร้างองค์ความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. ขยายความรู้ โดยผู้เรียนนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม ไปใช้ในการอธิบายเหตุการณ์อื่น ๆ

5. ประเมินผล เป็นการประเมินการเรียนรู้ ว่าผู้เรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด ด้วยวิธีการประเมินที่หลากหลาย จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น

นันทกา คันธิยงค์ (2547, หน้า 19) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่ผู้สอนกระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่ผู้เรียนหรือตรวจสอบความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

2. ขั้นสำรวจหรือขั้นสำรวจเพื่อการค้นพบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดหรือค้นพบมโนทัศน์ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม อาจปฏิบัติเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม เป็นการนำความรู้เดิมมาเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ค้นพบหรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผู้สอนมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ เป็นที่ปรึกษา และเป็นผู้กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบและสร้างความรู้ด้วยตนเอง

3. ขั้นอธิบายหรือขั้นนำข้อมูลเพื่อการค้นพบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนอธิบายหรือนำเสนอมโนทัศน์หรือความรู้ที่ค้นพบ ผู้สอนมีบทบาทในการตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น

4. ขั้นขยายหรือประยุกต์ใช้มโนทัศน์หรือขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนประยุกต์ใช้มโนทัศน์ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่เป็นจริงหรืออาจเป็นการเชื่อมโยงสู่มโนทัศน์ที่สัมพันธ์และเกี่ยวข้องกันเป็นการขยายมโนทัศน์นั้นทำให้เกิดความรู้ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

5. ขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นขั้นที่เปลี่ยนแปลงจากรูปแบบเดิม คือ ขั้นประเมินผล เพราะชุดกิจกรรมนี้ได้ระบุตัวบ่งชี้ผลการเรียนรู้ หรือหลักฐานการเรียนรู้ไว้ในทุกขั้นของกิจกรรมการเรียนการสอน คือการวัดและประเมินผลอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา จึงเปลี่ยนเป็นขั้นที่ 5 เป็นขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ซึ่งมุ่งให้ผู้เรียนนำผลการประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบข้อมูลมาแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิด ทักษะและเจตคติต่อการทำกิจกรรมต่าง ๆ โดยมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนซึ่งก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้

สรุปได้ว่า รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองจากความสนใจผ่านกระบวนการสืบเสาะ ค้นคว้า รวบรวมหรือทดลองจนได้ข้อสรุปของความรู้นั้น รวมถึงสามารถขยายความรู้ที่ได้ในการนำไปใช้หรือเชื่อมโยงกับความรู้อื่น โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สำคัญ 5 ขั้นตอน คือ 1. ขั้นสร้างความสนใจ 2. ขั้นสำรวจและค้นหา 3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4. ขั้นขยายความรู้ และ 5. ขั้นประเมิน

**บทบาทของครูและผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้**

การศึกษารูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ พบว่า รูปแบบมีขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ไปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนของการเรียนรู้ ดังนั้น การนำไปใช้จึงต้องคำนึงถึงการจัดเตรียมกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนให้มีเหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของผู้เรียน นอกจากนั้นแล้วบทบาทของครูและผู้เรียนในการปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนต่าง ๆ ถือว่าเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการปฏิบัติกิจกรรม

ซึ่ง Bybee (2006) ได้นำเสนอบทบาทของครูและผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ดังนี้

**ตาราง 7 แสดงบทบาทของครูในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้**

| ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน | บทบาทของครู | |
|---|---|---|
| | **สอดคล้องกับ** | **ไม่สอดคล้องกับ** |
| **1. การสร้างความสนใจ** | 1. สร้างความสนใจ<br>2. กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น<br>3. ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิด<br>4. กระตุ้นให้ผู้เรียนตอบคำถามที่เป็นความคิดรวบยอดหรือเนื้อหาสาระในส่วนที่ยังไม่ครอบคลุม(ความรู้เดิม/ความรู้พื้นฐาน) | 1. บรรยาย<br>2. ให้คำจำกัดความและคำตอบ<br>3. อธิบายความคิดรวบยอด<br>4. สรุปประเด็นให้<br>5. จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ |
| **2. การสำรวจและค้นหา** | 1. ให้เวลาผู้เรียนในการคิดข้อสงสัยจากปัญหาต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่การวางแผนการสำรวจ<br>2. ซักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบ<br>3. ส่งเสริมการทำงานร่วมกันในการสำรวจตรวจสอบ<br>4. สังเกตและฟังการโต้ตอบในการทำงานร่วมกันของผู้เรียน<br>5. ให้คำปรึกษา | 1. ให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่ใช้ในการแก้ปัญหา<br>2. บอกหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา<br>3. เตรียมคำตอบให้กับผู้เรียน<br>4. เป็นผู้นำในการแก้ปัญหา<br>5. บอกผู้เรียนทันทีเมื่อทำไม่ถูกต้อง<br>6. จัดหมวดหมู่ของคำตอบให้กับผู้เรียน |
| **3. การอธิบาย** | 1. ส่งเสริมให้ผู้เรียนอธิบายความคิดรวบยอดหรือแนวคิดหรือคำจำกัดความด้วยภาษาและความเข้าใจของตนเอง<br>2. ส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้หลักฐานอ้างอิงที่เชื่อถือได้ประกอบการให้เหตุผลและการอธิบาย | 1. แสดงออกถึงไม่สนใจคำอธิบายของผู้เรียน<br>2. ยอมรับคำอธิบายโดยไม่มีหลักฐานหรือให้เหตุผลประกอบ<br>3. ให้แนะนำโดยไม่มีการเชื่อมโยงแนวคิดหรือความคิดรวบยอดหรือทักษะที่นำไปใช้ |

**ตาราง 7 (ต่อ)**

| ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน | บทบาทของครู | |
|---|---|---|
| | **สอดคล้องกับ** | **ไม่สอดคล้องกับ** |
| | 3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานในการอธิบายความคิดรวบยอดหรือแนวคิด<br>4. ส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้แผนภาพในการอธิบายความคิดรวบยอดหรือแนวคิด หรือคำจำกัด | |
| **4. การขยายความรู้** | 1. คาดหวังให้ผู้เรียนได้ใช้ประโยชน์จากคำจำกัดความและการอธิบายสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้ว<br>2. ส่งเสริมให้ผู้เรียนนำสิ่งที่เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่<br>3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการอธิบายอย่างหลากหลาย<br>4. ตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงถึงสิ่งที่เรียนรู้ แนวคิดที่ได้รับและให้นักเรียนอ้างอิงข้อมูลที่มีอยู่พร้อมทั้งแสดงหลักฐานในการนำกลวิธีที่ได้จากการสำรวจไปใช้ในการตรวจสอบครั้งต่อไป | 1. ให้คำตอบที่ชัดเจน<br>2. บอกผู้เรียนทันทีเมื่อทำไม่ถูกต้อง<br>3. เป็นผู้นำในการแก้ปัญหา<br>4. บอกหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา<br>5. ใช้เวลากับการบรรยายมาก |
| **5. การประเมินผล** | 1. สังเกตนักเรียนในการนำความคิดรวบยอดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้<br>2. ประเมินความรู้และทักษะของผู้เรียน | 1. ทดสอบคำนิยามศัพท์และข้อเท็จจริง<br>2. ให้แนวคิดหรือความคิดรวบยอดใหม่<br>3. สร้างความคลุมเครือ |

**ตาราง 7 (ต่อ)**

| ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน | บทบาทของครู | |
|---|---|---|
| | **สอดคล้องกับ** | **ไม่สอดคล้องกับ** |
| | 3. ค้นหาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนได้ เปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม<br>4. ให้ผู้เรียนประเมินตนเองในส่วนของการเรียนรู้และทักษะกระบวนการในการทำงานเป็นกลุ่ม<br>5. การใช้คำถามปลายเปิดในการตรวจสอบ เช่น ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น มีหลักฐานอะไร นักเรียนเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับสิ่งนั้นและจะอธิบายสิ่งนั้นอย่างไร | 4. ส่งเสริมการอภิปรายที่ไม่เชื่อมโยงความคิดรวบยอดหรือทักษะ |

**ตาราง 8 แสดงบทบาทของผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้**

| ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน | บทบาทของผู้เรียน | |
|---|---|---|
| | **สอดคล้องกับ** | **ไม่สอดคล้องกับ** |
| **1. การสร้างความสนใจ** | 1. แสดงความสนใจ<br>2. ถามคำถาม เช่น ทำไมสิ่งนี้จึงเกิดขึ้น ฉันได้เรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับสิ่งนี้ | 1. ถามหาคำตอบที่ถูก<br>2. ตอบเฉพาะคำตอบที่ถูก<br>3. ยืนยันคำตอบหรือคำอธิบาย<br>4. มีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว |
| **2. การสำรวจและค้นหา** | 1. คิดอย่างอิสระภายในขอบเขตของกิจกรรม<br>2. คาดคะเนและตั้งสมมติฐานใหม่<br>3. พยายามหาทางเลือกในการแก้ปัญหาและอภิปรายทางเลือกเหล่านั้นกับคนอื่น | 1. ให้คนอื่นคิดและสำรวจตรวจสอบ<br>2. ทำงานเพียงลำพังโดยมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นน้อยมาก<br>3. ปฏิบัติอย่างสับสนไม่มีเป้าหมายที่ชัดเจน ขาดการวางแผน |

**ตาราง 8 (ต่อ)**

| ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน | บทบาทของผู้เรียน | |
|---|---|---|
| | **สอดคล้องกับ** | **ไม่สอดคล้องกับ** |
| | 4. ทดสอบการคาดคะเนและสมมติฐาน<br>5. บันทึกการสังเกตและให้ข้อคิดเห็น<br>6. ลงข้อสรุป | 4. เมื่อแก้ปัญหาได้แล้วไม่พยายามคิดที่จะแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ |
| **3. การอธิบาย** | 1. อธิบายการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่ซับซ้อน<br>2. ฟังคำอธิบายของคนอื่น ๆ และวิเคราะห์ไปด้วย<br>3. ถามคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่คนอื่นได้อธิบาย<br>4. ฟังและทำความเข้าใจในสิ่งที่ครูอธิบาย<br>5. มีการอ้างอิงกิจกรรมที่ได้ปฏิบัติมาแล้ว<br>6. ใช้ข้อมูลที่ได้จากการบันทึก/สังเกตในการอธิบาย | 1. อธิบายโดยไม่มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม<br>2. ยกตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวข้องกับความรู้<br>3. ยอมรับคำอธิบายโดยไม่ให้เหตุผล<br>4. ไม่สนใจคำอธิบายของคนอื่นซึ่งมีเหตุผลพอที่จะเชื่อถือได้ |
| **4. การขยายความรู้** | 1. นำการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ คำจำกัดความ คำอธิบายและทักษะไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกับสถานการณ์เดิม<br>2. ใช้ข้อมูลเดิมในการถามคำถามกำหนดจุดประสงค์ในการแก้ปัญหาตัดสินใจ และออกแบบการทดลอง<br>3. ลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลจากหลักฐานที่ปรากฏ<br>4. บันทึกการสังเกตและอธิบาย<br>5. ตรวจสอบความเข้าใจกับเพื่อน ๆ | 1. ปฏิบัติโดยไม่มีเป้าหมายชัดเจน<br>2. ไม่สนใจข้อมูลหรือหลักฐานที่มีอยู่<br>3. ลอกเลียนคำอธิบายของครู |

**ตาราง 8 (ต่อ)**

| ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน | บทบาทของผู้เรียน | |
|---|---|---|
| | **สอดคล้องกับ** | **ไม่สอดคล้องกับ** |
| **5. การประเมินผล** | 1. ตอบคำถาม โดยใช้การสังเกตจากหลักฐานและคำอธิบายที่ยอมรับมาแล้ว<br>2. แสดงออกถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือทักษะที่ได้รับ<br>3. ประเมินความก้าวหน้าของตนเอง<br>4. ใช้คำถามเพื่อให้มีการตรวจสอบต่อไป | 1. ลงข้อสรุปโดยปราศจากหลักฐานหรือคำอธิบายที่เป็นที่ยอมรับมาแล้ว<br>2. ตอบสั้น ๆ ว่าถูกหรือผิดและอธิบายด้วยความจำ<br>3. ไม่พยายามที่จะอธิบายเพื่อแสดงความเข้าใจด้วยคำภาษาหรือการสื่อสารของตนเอง |

สรุปได้ว่า รูปแบบการสอนนี้สามารถสะท้อนบทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนว่าครูผู้สอนควรปฏิบัติสิ่งใดหรือไม่ควรปฏิบัติสิ่งใดในขั้นการเรียนรู้ เป็นการเตรียมความพร้อมและกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ผ่านขั้นการเรียนรู้ รวมถึงการปฏิบัติตนของผู้เรียนในแต่ละขั้นการเรียนเพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ ดังนั้น รูปแบบการสอนนี้จึงถือได้ว่าเป็นทั้งเป็นรูปแบบการสอนสำหรับครู ที่ใช้ในการพัฒนาผู้เรียนอย่างเป็นระบบและเป็นรูปแบบสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ผ่านกระบวนการเพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและรับรู้อย่างมีความหมายในสร้างเป็นความรู้ด้วยตนเอง

**บรรยากาศการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้**

การจัดบรรยากาศการเรียนการสอนเป็นสิ่งสำคัญอันดับต้น ๆ อันจะเป็นแรงกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนและการร่วมกิจกรรมต่าง ๆ ภายในห้องเรียนและนำไปสู่ความสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพและได้ประสิทธิผลสูงสุด ดังนั้น การเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้แสวงหา สำรวจ ตรวจสอบความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวก ให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำเท่านั้น การจัดบรรยากาศการเรียนการสอน จึงเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้ศึกษาต้องทราบ ซึ่งนักการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการจัดบรรยากาศการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

อารี พันธ์มณี (2540) กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญในการทำให้เกิดบรรยากาศการเรียนการสอน คือ ผู้สอนและผู้เรียน ต่างมีบทบาทสำคัญในการสร้างบรรยากาศโดยบรรยากาศในการ สืบเสาะ ครูจะเป็นผู้ริเริ่มในการสร้างบรรยากาศและผู้เรียนเป็นผู้ตอบสนองและเติมสีสันให้กับบรรยากาศการเรียนการสอนให้เป็นไปในรูปแบบต่าง ๆ กัน โดยบรรยากาศการเรียนการสอน ที่เป็นอิสระ ท้าทาย ตื่นเต้น ปลอดภัย เป็นประชาธิปไตย นอกจากนี้ผู้สอนต้องให้ความอบอุ่นทั้งทางกายและจิตใจ สร้างความรู้สึกไว้วางใจให้กับผู้เรียน มีความเข้าใจเป็นมิตร เอื้ออาทร ห่วงใย ให้ความดูแล ช่วยเหลือ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความกล้าและอยากเรียนรู้มากขึ้น รวมถึงควรแสดง ความรู้สึกยอมรับผู้เรียนอย่างจริงใจ มองเห็นคุณค่าในตัวผู้เรียน ว่าเป็นบุคคลสำคัญ มีคุณค่าสามารถพัฒนาและเรียนรู้ได้ และกระตุ้นผู้เรียนยอมรับซึ่งกันและกันและเชื่อว่าตนเองเรียนรู้และสามารถทำได้สำเร็จ ซึ่งสอดคล้องกับ Massialas and Cox (1966) ที่กล่าวถึง ลักษณะของห้องเรียนที่เป็นแบบสืบเสาะหาความรู้ สรุปได้ดังนี้

1. ห้องเรียนต้องเป็นประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่

2. ปัญหาที่นำมาอภิปรายต้องน่าสนใจและเหมาะต่อการที่จะขบคิดและต้องสามารถตัดสินได้โดยผู้เรียนเอง ซึ่งครูมีบทบาทเพียงกระตุ้นให้กิจกรรมการเรียนการสอนดำเนินไปด้วยดี

3. ทุกคนในห้องเรียนต้องให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี ประกอบไปด้วย บรรยากาศภายในห้องเรียน ปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน และปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ควรมีลักษณะดังนี้

3.1 บรรยากาศภายในห้องเรียน

3.1.1 เป็นบรรยากาศในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นอย่างสร้างสรรค์ สมเหตุสมผลระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนเรียนและผู้เรียนด้วยกันเอง

3.1.2 เป็นบรรยากาศที่ผู้เรียนรู้สึกอบอุ่นใจ ปลอดภัย ไม่มีการตำหนิ วิพากษ์วิจารณ์ความคิด ไม่มีการตัดสินความคิดว่าถูกหรือผิด

3.1.3 เป็นบรรยากาศที่กระตุ้นสนใจ ตื่นเต้น สนุกสนาน ทำให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างอิสระและสร้างสรรค์

3.1.4 เป็นบรรยากาศที่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น

3.2 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน

3.2.1 ครูมีความเป็นกัลยาณมิตร เป็นกันเอง ให้กำลังใจกับนักเรียน

3.2.2 ครูใจกว้าง ให้โอกาสในการโต้และยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน

3.2.3 ครูเป็นผู้คอยช่วยเหลือสนับสนุน ให้คำปรึกษา ชี้แนะ แต่ไม่ใช่การบอกคำตอบ

3.3 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน

3.3.1 ร่วมมือ ร่วมใจในการปฏิบัติกิจกรรม ช่วยกันคิด ช่วยกันทำอย่างถ้อยทีถ้อยอาศัย

3.3.2 อภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและโต้แย้งกันอย่างสร้างสรรค์

**การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน**

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดังนั้น ในการจัดทำต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบการสอนและหลักการแนวคิดที่ใช้ในการออกแบบรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อเป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนต่อไป

**ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอน**

พื้นฐานของการศึกษาในเรื่องใดก็ตาม ผู้ศึกษาควรทราบความหมายของสิ่งที่ต้องการศึกษาเป็นประเด็นแรกเพื่อต่อยอดในการศึกษาเรื่องนั้น ๆ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้เป็นการพัฒนารูปแบบการสอน ดังนั้น ผู้ศึกษาควรทราบความหมายของรูปแบบการสอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

นักการศึกษาได้ให้ความหมายเกี่ยวกับรูปแบบการสอน (Teaching Model) ในลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดย ทิศนา แขมมณี, 2548, หน้า 477; Saylor, William and Arthur, 1981, p. 271; Joyce, Weil and Showers, 1992, pp. 1-4; Joyce, Weil and Calhoun, 2009, p. 2 กล่าวว่า รูปแบบการสอน คือ แบบแผนของการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมที่ต้องการ โดยมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งในแต่ละรูปแบบจะมีแนวทางในจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่างกันออกไป และ ทิศนา แขมมณี (2548, หน้า 477) ยังกล่าวเพิ่มเติมว่าการจัดทำรูปแบบการสอนควรดำเนินการอย่างเป็นระบบแบบแผน ภายใต้หลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการหรือแนวคิดต่าง ๆ ประกอบกับวิธีการสอน เทคนิคการสอน นอกจากนี้ Joyce, Weil and Showers, 1992, pp. 1-4;, Joyce, Weil and Calhoun, 2009, p. 2) ได้พูดถึงการจัดการเรียนการสอนในการใช้รูปแบบการสอนว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนอาจเป็นรูปแบบที่จัดสอนโดยตรงให้กับผู้เรียน

หรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ๆ รวมถึงการจัดเตรียมสื่อ หนังสือ ภาพยนตร์ โปรแกรมคอมช่วยสอน หลักสูตรรายวิชาที่สอน เพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนที่มีคุณภาพ

จากความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษา สรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอน หมายถึง การจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบแบบแผน ภายใต้หลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด ความเชื่อ วิธีการสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่จัดทำขึ้น

**คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน**

คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน จากแนวคิดของ Joyce, Weil and Calhoun (2004) สรุปได้ดังนี้

1. รูปแบบการสอนจะต้องมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน รูปแบบการสอนจะถูกกำหนดและจัดระเบียบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ในรูปแบบให้สอดคล้องต่อเนื่องและสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหา กิจกรรมและกระบวนการเรียนรู้ ภายใต้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ซึ่งอาจมาจากแนวคิดทางการศึกษา ทฤษฎีการสอน ทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ หรือแนวคิดเกี่ยวกับศาสตร์เฉพาะที่ใช้ในรูปแบบนั้น เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบ

2. มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ การจัดทำหรือพัฒนารูปแบบการสอนสิ่งที่ผู้ออกแบบต้องคำนึงถึง คือ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในรูปแบบต้องเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน นอกจากนี้การกำหนดองค์ประกอบต้องใช้ความละเอียดรอบคอบในการวิเคราะห์ จนสามารถเห็นถึงความสำคัญในแต่ละองค์ประกอบได้ตลอดจนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดกระบวนการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบและมีประสิทธิภาพตามต้องการ โดยต้องให้ความสำคัญกับองค์ประกอบทั้งหมดร่วมกัน (Multi Factor View) โดยแต่ละองค์ประกอบจะต้องมีความสำคัญทัดเทียมกัน มีบทบาทและมีความสัมพันธ์ร่วมกัน

3. มีการพัฒนาหรือออกแบบอย่างเป็นระบบ รูปแบบการสอนเกิดขึ้นภายใต้แนวคิดทฤษฎีหรือหลักการพื้นฐาน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่จัดทำขึ้น ดังนั้น ย่อมส่งผลต่อการออกแบบองค์ประกอบต่าง ๆ ให้เป็นระบบและเป็นขั้นเป็นตอน โดยเริ่มจากการศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลและองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน การกำหนดองค์ประกอบสำคัญ การจัดลำดับความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้สอดคล้อง นำแผนที่ได้จากการจัดองค์ประกอบไปทดลองใช้สอนในห้องเรียนจริง ตรวจสอบ

ความเป็นไปได้ในการปฏิบัติ และยืนยันผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนว่าเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบจริง จึงยอมรับได้ว่าองค์ประกอบของรูปแบบการสอนที่พัฒนาหรือจัดทำขึ้นเป็นรูปแบบที่มีประสิทธิภาพ

4. มีผลต่อพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ จากการศึกษารูปแบบการสอนถูกสร้างและพัฒนาขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนและเกิดพฤติกรรมที่ต้องการ โดยรูปแบบการสอนจะมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะ ย่อมส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนที่แตกต่างกันออกไปตามแนวคิดและหลักการของรูปแบบซึ่งเป็นผลจากรูปแบบนั้น ๆ ดังนั้น รูปแบบการสอนต้องมีผลต่อพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ตามตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบ ซึ่ง Joyce, Weil and Calhoun (2004) ได้ยกตัวอย่าง รูปแบบการสอนการฝึกสืบเสาะ (Inquiry Training) โดยรูปแบบดังกล่าวมีวัตถุประสงค์ในการพัฒนากระบวนการคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเองผ่านกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีกระบวนการสืบสอบอย่างเป็นเหตุและเป็นผล

สรุปได้ว่า คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ควรมีคุณลักษณะสำคัญคือ รูปแบบการสอนจะต้องถูกสร้างหรือพัฒนาภายใต้แนวคิด ทฤษฎี หลักการพื้นฐานต่าง ๆ ทั้งด้านการสอน จิตวิทยา หรือศาสตร์อื่น ๆ มีการวิเคราะห์องค์ประกอบและสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงองค์ประกอบต่าง ๆ อย่างเป็นระบบและส่งต่อพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ตามแนวคิดและหลักการของรูปแบบนั้น ๆ

**ประเภทของรูปแบบการสอน**

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของรูปแบบการสอนภายใต้จุดเน้นและวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่ถูกพัฒนาขึ้น ดังนี้

Joyce, Weil and Calhoun (2004, pp. 25-38); Joyce, Weil and Calhoun (2009, pp. 21-37) แบ่งประเภทของรูปแบบการสอนเน้นตามผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งจัดแบ่งเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่

1. รูปแบบการสอนที่เน้นสารสนเทศและกระบวนการคิด (The Information-Processing Family) รูปแบบการสอนประเภทนี้จะเน้นผลที่เกิดกับผู้เรียนในด้านกระบวนการของการได้มาซึ่งข้อมูลสารสนเทศและกระบวนการคิด เป็นการพัฒนาความสามารถในกระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดกระทำข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การแปลผลและนำเสนอการนำเสนอข้อมูลอย่างมีประสิทธิภาพ รวมถึงการให้ความสำคัญไปที่ความสามารถในการคิดของผู้เรียนในการสร้างความคิด รวบยอดของการเรียนและข้อมูลสารสนเทศ ตัวอย่างรูปแบบการสอนประเภทนี้ ได้แก่ กระบวนการสืบเสาะทางวิทยาศาสตร์

(Scientific Inquiry) กระบวนการฝึกสืบเสาะ (Inquiry Training) การสอนการสร้างมโนทัศน์ (Concept Attainment) การสอนการคิดเชิงอนุมาน (Inductive Thinking) การสอนช่วยจำ (Memory Assists or Mnemonics) เป็นต้น

2. รูปแบบการสอนที่เน้นปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (The Social Family) รูปแบบการสอนประเภทนี้จะเน้นผลที่เกิดกับผู้เรียนในด้านความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลของผู้เรียน เป็นการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถทำงานร่วมกันอย่างได้มีประสิทธิภาพ โดยใช้หลักประชาธิปไตย หลักการประนีประนอม การเกื้อกูลช่วยเหลือกันอย่างกัลยาณมิตรในการทำงานและการแก้ปัญหาต่าง ๆ ตัวอย่างรูปแบบการสอนประเภทนี้ ได้แก่ การสอนแบบค้นคว้าเป็นกลุ่ม (Group Investigation) การแสดงบทบาทสมมติ (Role Playing) การศึกษาสังคมด้วยกระบวนการสืบสอบ (Jurisprudential Inquiry) เป็นต้น

3. รูปแบบการสอนที่เน้นรายบุคคล (The Personal Family) รูปแบบการสอนประเภทนี้จะเน้นผลที่เกิดกับผู้เรียนเป็นรายบุคคล เป็นการพัฒนาเอกัตภาพของผู้เรียน โดยให้ความสำคัญในกระบวนการสร้างและพัฒนาทางด้านอารมณ์ของตนเอง การแสดงพฤติกรรมที่เหมาะสม เสริมสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และรับผิดชอบเพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น ตัวอย่างรูปแบบการสอนประเภทนี้ ได้แก่ การสอนแบบไม่สั่งการ (Nondirective Teaching) การสอนเพื่อเพิ่มความมีคุณค่าในตนเอง (Enhancing Self-Esteem) เป็นต้น

4. รูปแบบการสอนที่เน้นระบบพฤติกรรม (The Behavioral System Family) รูปแบบการสอนประเภทนี้จะเน้นผลที่เกิดกับผู้เรียนด้านพฤติกรรมจากแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้เชิงพฤติกรรม เป็นการพัฒนาด้านพฤติกรรมอย่างเป็นระบบ โดยให้ความสำคัญกับการตอบสนองเมื่อผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมผู้เรียน ตัวอย่างรูปแบบการสอนประเภทนี้ ได้แก่ การสอนแบบรอบรู้ (Mastery Learning) การสอนตรง (Direct Instruction) การสอนจากสถานการณ์จำลอง (Simulation) การเรียนรู้สังคม (Social Learning) การสอนด้วยตารางโปรแกรมเสริมทักษะการปฏิบัติงาน (Programmed Schedule or Task Performance Reinforcement) เป็นต้น

Keeves (1997, pp. 386-393) ได้แบ่งประเภทของรูปแบบการสอนตามลักษณะความเหมาะสมของการสอนเนื้อหาที่ทำการสอนไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. รูปแบบการสอนเปรียบเทียบหรืออุปมาได้กับสิ่งอื่น (Analogue Models) เป็นรูปแบบที่ใช้การอุปมาอุปมัยโดยการนำเสนอปรากฏการณ์ที่เป็นรูปธรรมเพื่อสร้างความเข้าใจปรากฏการณ์ที่เป็นนามธรรม เช่น รูปแบบในการทำนายจำนวนนักเรียนที่จะเข้าสู่

ระบบโรงเรียนและจำนวนนักเรียนในโรงเรียนต้องคงที่ ซึ่งอนุมานแนวคิดมาจากการเปิดน้ำเข้าและปล่อยน้ำออกจากถัง อาจเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนทั้งหมดในระบบโรงเรียนเท่ากับความจุของถังและจำนวนนักเรียนที่จะเข้าสู่ระบบกับน้ำที่เปิดออกจากถัง ดังนั้น เพื่อให้น้ำในถังมีความจุเท่าเดิมต้องเติมน้ำเท่ากับน้ำที่ปล่อยออก จึงทำนายได้ว่านักเรียนที่จะเข้าสู่ระบบเท่ากับจำนวนนักเรียนทั้งหมดในระบบโรงเรียนลบด้วยนักเรียนที่ออกจากระบบ เป็นต้น

2. รูปแบบการสอนความหมาย (Semantic Model) รูปแบบที่ใช้ภาษาเป็นสื่อในการบรรยายหรืออธิบายปรากฏการณ์ที่ศึกษาให้ความหมายด้วยภาษา แผนภูมิ หรือรูปภาพเพื่อให้เห็นโครงสร้างทางความคิดองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของปรากฏการณ์

3. รูปแบบการสอนโดยหลักทางคณิตศาสตร์ (mathematical models) เป็นรูปแบบที่ใช้สมการทางคณิตศาสตร์มีความถูกต้องแน่นอนเชิงเป็นสื่อในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ รูปแบบประเภทนี้นิยมใช้ทั้งในสาขาการศึกษา สาขาวิทยาศาสตร์และสาขาจิตวิทยา

4. รูปแบบการสอนในการศึกษาสาเหตุ (Causal Models) เป็นรูปแบบที่พัฒนามาจากเทคนิค Path Analysis และหลักการสร้าง Semantic Model โดยการนำเอาตัวแปรต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันเชิงเหตุและผลเพื่อศึกษาปรากฏการณ์ เช่น The Standard Deprivation Model เป็นรูปแบบที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพทางเศรษฐกิจ สังคมของบิดา มารดา สภาพแวดล้อมทางการศึกษาที่บ้านและระดับสติปัญญาของเด็ก เป็นต้น

Saylor, William and Arthur (1981) ได้แบ่งประเภทของรูปแบบการสอนตามจุดเน้นของหลักสูตร ซึ่งแบ่งเป็น 5 กลุ่ม ดังนี้

1. รูปแบบการสอนที่หลักสูตรเน้นเนื้อหาวิชา (Subject Matters Discipline) เป็นรูปแบบที่ใช้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ทฤษฎี วิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่เกี่ยวกับการบรรยาย การอภิปราย การใช้ถามคำถามกระตุ้น เป็นต้น

2. รูปแบบการสอนที่หลักสูตรเน้นสมรรถนะ (Specific Competencies/Technology) เป็นรูปแบบที่ใช้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ทฤษฎี วิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่เกี่ยวกับการฝึก การปฏิบัติ การทบทวน และการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เป็นต้น

3. รูปแบบการสอนที่หลักสูตรที่เน้นคุณลักษณะ (Human Traits/Processes) เป็นรูปแบบที่ใช้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ทฤษฎี วิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่เกี่ยวกับกระบวนการกลุ่ม การใช้บทบาทสมมุติ การสืบสอบ เป็นต้น

4. รูปแบบการสอนที่หลักสูตรเน้นกิจกรรมและปัญหาสังคม (Social Functions/Activities) เป็นรูปแบบที่ใช้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ทฤษฎี วิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่เกี่ยวกับความตระหนัก การร่วมกิจกรรมกับชุมชน เป็นต้น

5. รูปแบบการสอนที่หลักสูตรเน้นความต้องการและความสนใจของผู้เรียน (Interests and Needs/Activities) เป็นรูปแบบที่ใช้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ทฤษฎี วิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่เกี่ยวกับการเรียนด้วยตนเอง เป็นต้น

สรุปได้ว่า ประเภทของรูปแบบการสอน จะถูกแบ่งและจัดกลุ่มภายใต้เงื่อนไขของจุดเน้น วัตถุประสงค์หรือเป้าหมายของรูปแบบ โดยองค์ประกอบของรูปแบบการสอนจะแตกต่างกันตามเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนของรูปแบบการสอนนั้น

**การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดของจอยซ์ และเวลล์**

Joyce and Weil (1996 อ้างอิงใน วารีรัตน์ แก้วอุไร, 2541, หน้า 99-102) ได้นำเสนอหลักการสำคัญในการพัฒนารูปแบบการสอน ไว้ดังนี้

1. หลักการพัฒนารูปแบบการสอน

1.1 รูปแบบการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้

1.2 รูปแบบการสอนต้องผ่านกระบวนการวิจัย รูปแบบที่ถูกพัฒนาขึ้นก่อนนำไปใช้อย่างแพร่หลายต้องผ่านกระบวนการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอน จากนั้นจึงนำข้อค้นพบต่าง ๆ มาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้ในสถานการณ์จริงต่อไป ในส่วนของรูปแบบการสอนที่ได้รับการยอมรับตามแนวทางการพัฒนาของจอยซ์และเวลล์ รูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นมานั้นก็ต้องผ่านกระบวนทดลองใช้ในห้องเรียนจริง รวมถึงมีงานวิจัยรองรับ จึงยอมรับได้ว่ารูปแบบที่พัฒนาขึ้นมานั้นสามารถนำไปใช้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบนั้น ๆ ได้อย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ

1.3 รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นอาจจัดทำขึ้นเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งหรืออาจออกแบบให้ใช้ได้อย่างกว้างขวางก็ได้

1.4 รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมาต้องมีจุดมุ่งหมายหลักที่ชัดเจนว่าต้องการพัฒนาผู้เรียนในด้านใด ดังนั้น ถ้านำรูปแบบการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักย่อมทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด แต่อย่างไรรูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นมาอาจนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนที่มีจุดมุ่งหมายใกล้เคียงและพิจารณาว่าเหมาะสม ซึ่งผลที่ได้อาจทำให้ประสิทธิภาพลดน้อยลงบ้าง

นอกจากนี้จอยซ์และเวลล์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนามาโดยส่วนใหญ่จะเป็นการสอนที่เน้นวิธีการเรียน (How to Learn) ซึ่งวิธีการจะเป็นสิ่งสำคัญที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนสามารถส่งเสริมและพัฒนาความ สามารถของผู้เรียนทั้งขณะที่กำลังเรียนอยู่และในระยะยาวต่อไปเมื่อผู้เรียนนำวิธีการเรียนรู้ดังกล่าวไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคตรวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเองและสิ่งที่ผู้เรียนควรได้รับเมื่อเกิดการเรียนรู้จากรูปแบบการสอนคือ การพัฒนาแนวทางในการคิด ทักษะ ค่านิยม รวมถึงข้อมูลสารสนเทศต่าง ๆ หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่ารูปแบบการสอนของจอยซ์และเวลล์ เน้นความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียนเพื่อพัฒนากลวิธีการเรียนรู้ (Learning Strategies) ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งเป็นเป้าหมายสำคัญในการจัดการศึกษาในปัจจุบัน

2. องค์ประกอบของรูปแบบการสอน Joyce, Weil and Calhoun (2009) นำเสนอแนวคิดเกี่ยวองค์ประกอบของรูปแบบการสอนในแต่ละรูปแบบควรประกอบไปด้วย

2.1 การวางแนวทางรูปแบบการสอน (Orientation to the Model) เป็นการแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการจัดทำรูปแบบ ซึ่งประกอบไปด้วยเป้าหมายของรูปแบบ (Goal) ทฤษฎี สมมติฐานและข้อตกลงเบื้องต้น (Assumptions) ที่รองรับรูปแบบหลักการและมโนทัศน์สำคัญ (Major Concepts) ที่ใช้เป็นพื้นฐานของรูปแบบการสอน

2.2 รูปแบบการสอน (The Models of Teaching) เป็นการแสดงรายละเอียดต่าง ๆ ในรูปแบบเน้นกระบวนการที่จะนำไปสู่การปฏิบัติ โดยแบ่งเป็น 4 ประเด็น ดังนี้

2.2.1 กระบวนการเรียนการสอน (Syntax) เป็นการนำเสนอรายละเอียดการสอนของรูปแบบว่าประกอบไปด้วยกี่ขั้นตอน ซึ่งเรียงลำดับกิจกรรมที่ใช้ในการสอนเป็นขั้นตอนตามลำดับ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีจำนวนขั้น (Phases) การสอนแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับการออกแบบกิจกรรม

2.2.2 ระบบของปฏิสัมพันธ์ (Social System) เป็นการนำเสนอบทบาทของผู้เรียนและผู้สอน รวมถึงความสัมพันธ์ในการจัดการเรียนการสอนระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนและผู้เรียนกับผู้สอน

2.2.3 หลักการของการตอบสนอง (Principles of Reaction) เป็นการนำเสนอให้เห็นว่าในรูปแบบนั้น ๆ การแสดงออกของผู้สอนที่มีต่อผู้เรียนโดยการที่ผู้สอนตอบสนองกับสิ่งที่ผู้เรียนกระทำ เช่น การสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนที่เป็นอิสระทางความคิด ไม่ประเมินความคิดเห็นหรือเหตุผลของผู้เรียนว่าถูกหรือผิดเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนพัฒนาการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

2.2.4 ระบบสนับสนุน (Support System) เป็นการนำเสนอสิ่งที่จำเป็นในการใช้รูปแบบดังกล่าวในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและสัมฤทธิ์ผล เช่น การเรียนการสอนผ่านการปฏิบัติ (Action Learning) เป็นวิธีการที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง (Learning by Doing) จากประสบการณ์ตรงและจากปัญหาจริง (Real Problem) โดยให้สถานการณ์ที่ใกล้เคียงหรือเป็นจริงมากที่สุดเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการฝึกปฏิบัติ

2.3 การนำรูปแบบการสอนไปใช้ (Application) เป็นการแนะนำวิธีการนำรูปแบบการสอนไปใช้ให้ข้อสังเกตต่าง ๆ ของรูปแบบ เช่น เนื้อหาประเภทใดที่นำใช้ในการสอนจึงจะเหมาะสมกับรูปแบบ ความเหมาะสมในการนำรูปแบบใช้เหมาะกับผู้เรียนในระดับใด รวมถึงคำแนะนำในการใช้รูปแบบให้เกิดประสิทธิผลมากที่สุด

2.4 ผลที่เกิดขึ้นจากการจัดการเรียนการสอน (Instructional and Nurturant Effects) เป็นการแสดงให้เห็นว่ารูปแบบแต่ละรูปแบบนั้น จะส่งผลอย่างไรกับผู้เรียนบ้าง ทั้งผลทางตรงและทางอ้อม ซึ่งผลทางตรงที่เกิดจากรูปแบบมาจากการจัดการเรียนการสอนตามขั้นการสอนของรูปแบบ ส่วนผลทางอ้อมมาจากสภาพแวดซึ่งเป็นผลกระทบแฝงอาจส่งผลกับผู้เรียนได้

นอกจากนี้ นักการศึกษาท่านอื่น ๆ ยังได้อธิบายองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ไว้ดังนี้

Anderson (1997, pp. 521-522) กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนประกอบด้วยหลักการ โดยมีแนวคิดหรือทฤษฎีพื้นฐาน วัตถุประสงค์เนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้การใช้รูปแบบการเรียนการสอนเกิดผลสัมฤทธิ์

ทิศนา แขมมณี (2550, หน้า 219-220) กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ดังนี้ 1) ปรัชญา ทฤษฎีหลักการแนวคิดหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบฯนั้น 2) มีการบรรยายและอธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ 3) มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบ ให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น ๆ และ 4) มีการอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่จะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

จากแนวคิดการพัฒนารูปแบบการสอนและองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอน สรุปได้ว่า การพัฒนารูปแบบการสอนใด ๆ นั้น ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ ทฤษฎีการสอน

กระบวนการเรียนรู้และกลวิธีการสอนต่าง ๆ ที่จะพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่ตั้งไว้ โดยองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ กระบวนการเรียนการสอน สาระความรู้และสิ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้ ระบบสังคม หลักการตอบสนอง ระบบสนับสนุน และเงื่อนไขการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์รูปแบบการสอนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้จากทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ เพื่อการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งประกอบไปด้วย 1) หลักการ หรือแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ 3) เนื้อหา 4) กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5) สื่อและแหล่งเรียนรู้ 6) การวัดและประเมินผล ดังตาราง 9

**ตาราง 9 แสดงผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน**

| Anderson (1997, pp.521–522) | Joyce, Weil and Calhoun (2009, p. 100) | ทิศนา แขมมณี (2550, หน้า 219–220) | ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน |
|---|---|---|---|
| องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. หลักการของรูปแบบ<br>2. เป้าหมายและวัตถุประสงค์<br>3. สาระการเรียนรู้หรือเนื้อหา<br>4. การสอน สื่อและแหล่งเรียนรู้<br>5. การวัดและประเมินผล | องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. แนวคิดและหลักการของรูปแบบ<br>2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ<br>3. เนื้อหาหรือสาระการเรียนรู้ที่จะใช้ในการเรียนการสอน<br>4. กิจกรรมการเรียนการสอน ขั้นตอนของการปฏิบัติในการนำรูปแบบไปใช้<br>5. การวัดและประเมินผล | องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. ปรัชญา ทฤษฎีหลักการแนวคิดหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบ<br>2. การบรรยายหรืออธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้อง กับหลักการที่ยึดถือ<br>3. การจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ของระบบสามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น<br>4. การอธิบาย ให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนหรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่จะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด | องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. หลักการหรือแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ<br>2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ<br>3. เนื้อหา<br>4. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้<br>5. สื่อและแหล่งเรียนรู้<br>6. การวัดและประเมินผล |

ผลการสังเคราะห์ รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดังนี้

**1. หลักการ**

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบรูปและความสัมพันธ์ โดยนักคณิตศาสตร์ใช้กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ในการสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ การจัดกระทำข้อแถลงทางคณิตศาสตร์ และการนำผลการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ สิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการเหล่านั้นคือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้างหลักการหรือข้อแถลงทั่วไปที่ผูกรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ เข้าไว้ด้วยกัน และการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลเพื่อทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุงข้อแถลงนั้น ซึ่งนักคณิตศาสตร์ใช้กระบวนการเหล่านี้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรตั้งอยู่บนพื้นฐานของการสร้างความรู้ผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม โดยการให้เหตุผลเป็นการเปิดโอกาสให้นักศึกษาได้ใช้ประสบการณ์และความรู้เดิมเพื่อสร้างความรู้ใหม่ ทั้งนี้นักศึกษาอาจจำเป็นต้องได้รับการส่งเสริมหรือการสนับสนุนจากอาจารย์ เพื่อนผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการใช้ภาษาการตั้งคำถาม การอภิปราย และการแลกเปลี่ยนความคิด ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีสรรคนิยมทางสังคม ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนการสอนได้ผ่านกระบวนการสังเคราะห์ตามทฤษฎีสรรคนิยม การจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคุณลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูต่อไป

**2. วัตถุประสงค์**

เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิด ความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

**3. เนื้อหา**

เนื้อหาในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาตามที่กำหนดในหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง

พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย โดยเลือกรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หน่วยกิต 3(2-2-5) และได้ทำการวิเคราะห์เนื้อหาที่มีส่วนเกี่ยวข้อง กำหนดวัตถุประสงค์ และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยเน้นให้ผู้ศึกษาเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสามารถอธิบายความคิดรวบยอดในเรื่องที่ศึกษาผ่านกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การประเมินผลและการลงข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ในเนื้อหาเรื่อง เซต ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน โดยเริ่มการวิจัยในสัปดาห์ที่ 9–16 รวมเวลาที่ใช้ในจัดการเรียนการสอนสำหรับการการวิจัยทั้งสิ้น 8 สัปดาห์ เป็นกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน 6 สัปดาห์ และการทดสอบ 2 สัปดาห์ คิดเป็น 30 ชั่วโมง ดังนี้

**ตาราง 10 แสดงเนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 9 | **เซต**<br>– สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets)<br>– เซตย่อย (subset) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตย่อย (subset) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 9–10 | – การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets)<br>– เซตกำลัง (Power Set ) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตกำลัง (Power Set) ได้ | 6 ชั่วโมง |
| 11 | – การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 11 | ทดสอบย่อย | หัวข้อที่ได้ศึกษาผ่านมา สัปดาห์ที่ 9–10 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) | 2 ชั่วโมง |

**ตาราง 10 (ต่อ)**

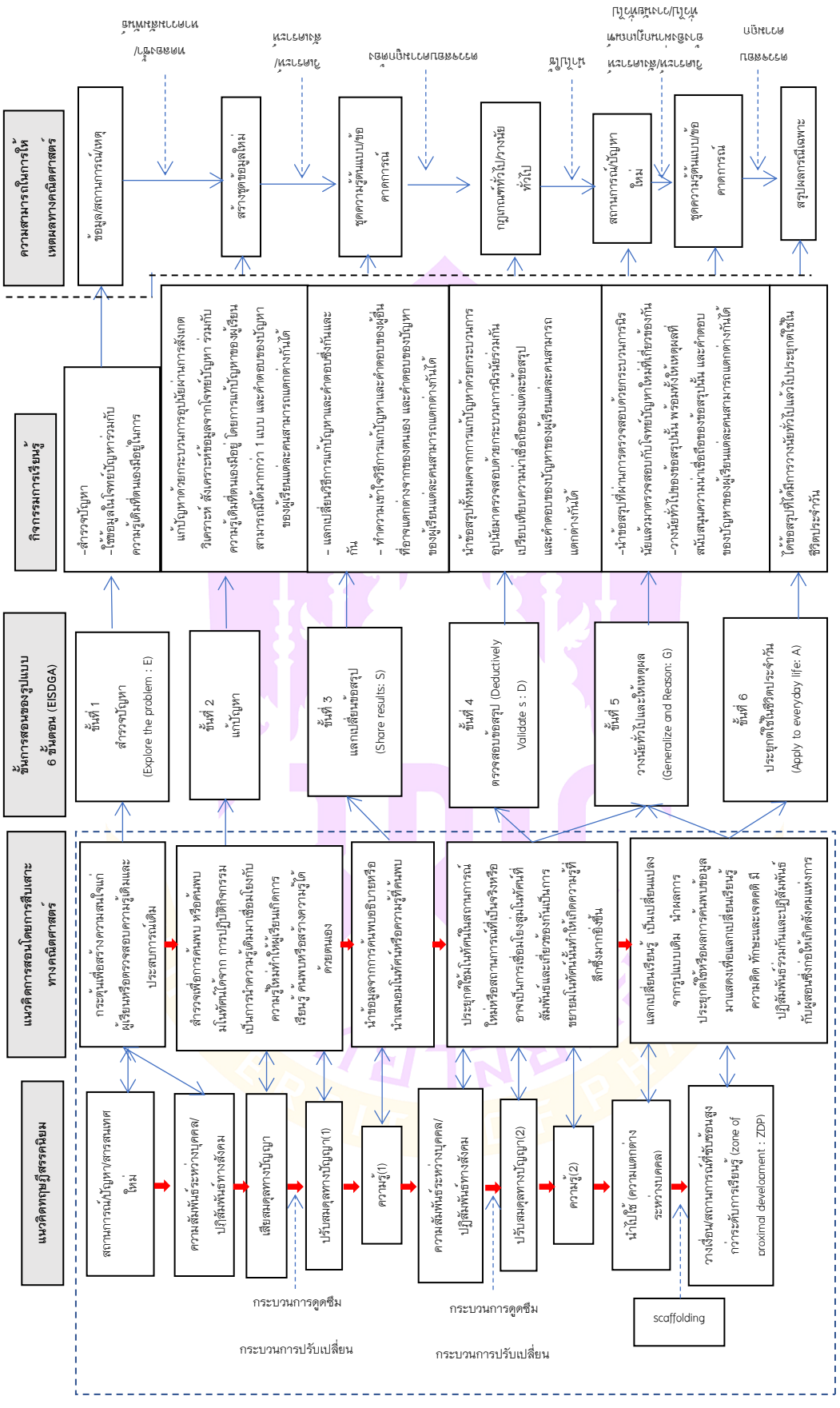
| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 12 | **ความสัมพันธ์**<br>– คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products)<br>– ความสัมพันธ์ (Relations)<br>– โดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของคู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของความสัมพันธ์ (Relations) ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของโดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 13 | – ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์<br>– ส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของโดเมนและพิสัยของตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 14 | **ฟังก์ชัน**<br>– แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function)<br>– ฟังก์ชันผกผัน<br>– ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึง (One to One Function and Onto Function) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของแนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชันได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันผกผันได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึงได้ | 4 ชั่วโมง |

**ตาราง 10 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 15 | – ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function)<br>– ฟังก์ชันค่าจริง (Real–Value Function) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันประกอบได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันค่าจริงได้ | 4 ชั่วโมง |
| 16 | ทดสอบปลายภาค | หัวข้อที่ได้ศึกษาผ่านมา สัปดาห์ที่ 12–15<br>แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) | 2 ชั่วโมง |

**4. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

กระบวนการจัดการเรียนการสอน เป็นการพัฒนาขึ้นจากขั้นการสอนในทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ โดยในขั้นตอนของการเรียนรู้ผู้วิจัยได้เสนอความสัมพันธ์ขั้นตอนการเรียนการสอนที่ทำการวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูในแต่ละขั้นตอนของการเรียนรู้ ดังภาพ 8 การวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) และตาราง 12 การวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ขั้นตอนการสอน (EISDGA)




ภาพ 9 การจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนที่ 6 ขั้นตอน (EISDGA)

**ตาราง 11 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ขั้นตอนการสอน (EISDGA)**

| แนวคิด | | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | ขั้นการสอนของรูปแบบ 6 ขั้นตอน (EISDGA) | กิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบ |
|---|---|---|---|---|
| ทฤษฎีสรรคนิยม | การสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ | | | |
| เป็นการกระตุ้นการใช้ความรู้เดิม activate prior knowledge ประสบกับสถานการณ์/ปัญหา/สารสนเทศใหม่ | กระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่ผู้เรียนหรือตรวจสอบความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม | สำรวจปัญหาวิเคราะห์ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ ที่กำหนดให้ได้จากความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา | ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา |
| เชื่อมโยงความรู้และทักษะเดิม เข้ากับความรู้และทักษะที่ใหม่ ค้นพบมโนทัศน์หรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง | สำรวจเพื่อการค้นพบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดหรือค้นพบมโนทัศน์ได้จาก การปฏิบัติกิจกรรม เป็นการนำความรู้เดิมมาเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ค้นพบหรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง | แก้ปัญหาผ่านการสังเกต สืบเสาะวิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ สร้างชุดข้อมูลใหม่ ความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์ | ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ |
| กระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมอง แนวคิด และข้อมูล รวมถึงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อให้เกิดข้อเปรียบเทียบและการประเมิน ข้อสรุปในการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมเน้นการสร้างความรู้ใหม่ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเป็นการแลกเปลี่ยน สร้างความสัมพันธ์ | นำข้อมูลจากการค้นพบ ที่ผู้เรียนอธิบายหรือนำเสนอมโนทัศน์หรือความรู้ที่ค้นพบ ผู้สอนมีบทบาทในการตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น | วิเคราะห์/สังเคราะห์แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง สร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป | ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง |

**ตาราง 11 (ต่อ)**

| แนวคิด | | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | ขั้นการสอนของรูปแบบ 6 ขั้นตอน (EISDGA) | กิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบ |
|---|---|---|---|---|
| ทฤษฎีสรรคนิยม | การสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ | | | |
| เชื่อมโยง จูงใจ และวัตถุประสงค์ภายใต้แนวคิดของแต่ละบุคคล อย่างไรก็ตาม การทำงานร่วมกันจะไม่ได้ยึดติดว่าจะต้องมีลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง | | | | |
| การเชื่อมโยงความรู้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ผู้เรียนจะเป็นผู้ตัดสินใจในการนำความรู้และทักษะที่ได้จาก การเรียนรู้ไปใช้เพื่อถ่ายโยงความรู้และทักษะในเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ในการแก้ปัญหา ตลอดจนมีการแลกเปลี่ยนข้อมูลและความคิดต่าง ๆ การตั้งคำถามใหม่ ๆ ซึ่งเป็นการพัฒนาผลที่เกิดขึ้นและสนับสนุนการคิดของผู้เรียน | ขยายหรือประยุกต์ใช้มโนทัศน์หรือขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนประยุกต์ใช้มโนทัศน์ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่เป็นจริงหรืออาจเป็นการเชื่อมโยงสู่มโนทัศน์ที่สัมพันธ์และเกี่ยวข้องกันเป็นการขยายมโนทัศน์นั้นทำให้เกิดความรู้ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น | เผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ที่สามารถใช้กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไปจากกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบความถูกต้องด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน | ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: E) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป |
| เป็นการฝึกใช้ความรู้และฝึกปฏิบัติผ่านกิจกรรมจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ตลอดจนปรับปรุงความรู้หรือทักษะของตนเองต่อไป | แลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นเปลี่ยนแปลงจากรูปแบบเดิมนำผลการประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบข้อมูลมาแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิด ทักษะและเจตคติ มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและปฏิสัมพันธ์กับผู้สอน ซึ่งก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้ | นำไปใช้ตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น | ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น |
| การเปิดโอกาสให้เกิดการปฏิบัติจริง ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในปัญหาหรือสถานการณ์ผ่านรูปแบบการปฏิบัติจริงและแสดงผลลัพธ์ที่ปฏิบัติออกมาได้ | | สรุปผลกรณีเฉพาะ | ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน |

จากการวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงพบว่า รูปแบบการสอนควรมีขั้นตอนการเรียนรู้ ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

**5. สื่อและแหล่งเรียนรู้**

5.1 เอกสารประกอบการสอนรายวิชา หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) MED1101 (เอกสารหลัก)

5.2 เอกสารตำราที่เกี่ยวข้องกับวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น เอกสารตำราหลักการทางคณิตศาสตร์ (เล่มอื่นๆ) เอกสารตำราวิชาทฤษฎีเซต เอกสารตำราวิชาระบบจำนวน

5.3 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

5.4 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

5.5 สื่อออนไลน์ เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ใช้ประกอบการสืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมในส่วนของเนื้อหา การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ในเนื้อหาต่าง ๆ ตามหัวข้อ

1. สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets)และเซตย่อย (Subset)
   - https://www.mathsisfun.com/sets/index.html
   - https://www.youtube.com/watch?v=dvV7leCBNCA
   - https://www.math-only-math.com/worksheet-on-set.html
   - https://www.youtube.com/watch?v=k4GRwBBLXaA
   - https://www.youtube.com/watch?v=ZVmdsEaZYiU&t=651s
   - https://www.krusunan.com/homepage/%E0%B9%80%E0%B8%AD%E0%B8%81%E0%B8%AA%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B0%E0%B8%81%E0%B8%AD%E0%B8%9A%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B9%80%E0%B8%A3%E0%B8%A2%E0%B8%99/%E0%B9%80%E0%B8%8B%E0%B8%95
2. การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets)และเซตกำลัง (Power Set )
   - https://www.youtube.com/watch?v=d6XrA0XFZdM
   - https://www.youtube.com/watch?v=tQiaaCtuEb4
   - https://www.youtube.com/watch?v=JfDTYKKtRms
   - https://www.youtube.com/watch?v=eTuZJsWE010
   - https://www.youtube.com/watch?v=kHoOlfi-M2U&list=RDCMUCcErZD9wUPQONYaoRXWX-hw&start_radio=1&rv=kHoOlfi-M2U&t=502
   - https://www.youtube.com/watch?v=6sEd_gAdKsI
   - https://www.youtube.com/watch?v=OvXFIW2LGcA
   - https://www.youtube.com/watch?v=PloGLmlSmtU
   - https://www.youtube.com/watch?v=bYRwxh0LdHk
   - https://www.youtube.com/watch?v=H5D6EAezsXQ
   - https://www.youtube.com/watch?v=B3L8ZzrZwzA
3. การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets)
   - https://www.youtube.com/watch?v=mxsoTa92wqo

- https://www.youtube.com/watch?v=WVvSe86SRWM
- https://www.youtube.com/watch?v=EzPu51HxRrk

เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ และการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์ เช่น

1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) ความสัมพันธ์ (Relations) และโดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์

- https://www.youtube.com/watch?v=CHO3BdKLu2s
- https://www.youtube.com/watch?v=-9zEilNffiA&list=RDCMUCATCEFt28C4VUrLQabjELjA&index=3
- https://www.youtube.com/watch?v=GsatumI6Jm8&list=RDCMUCATCEFt28C4VUrLQabjELjA&index=2
- https://www.youtube.com/watch?v=DqUDpAAuuMI
- https://www.youtube.com/watch?v=Cx9tKf46OCs&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl
- https://www.youtube.com/watch?v=1FdcQ8sPtmM&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=2
- https://www.youtube.com/watch?v=CEZWNplS8V0&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=3
- https://www.youtube.com/watch?v=cNbeOZKSHXQ&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=4
- https://www.youtube.com/watch?v=uV6xur55Cjo&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=5
- https://www.youtube.com/watch?v=LbUOzY6gPFI&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=6
- https://www.youtube.com/watch?v=F6-JvaCc-cU&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=7
- https://www.youtube.com/watch?v=mtscfMQNL7Q&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=8
- https://www.youtube.com/watch?v=NnEkVooAsxk

- https://www.youtube.com/watch?v=NnEkVooAsxk&list=RDCMUCGYSfZbPp3BiAFs531PBY7g&index=1
- https://www.youtube.com/watch?v=FI6j5QZNVx0&list=RDCMUCGYSfZbPp3BiAFs531PBY7g&index=3
- https://www.youtube.com/watch?v=_IUP114x2gM
- https://www.youtube.com/watch?v=hV1_wvsdJCE
- https://www.youtube.com/watch?v=FdK9_Fp76cw
- https://www.youtube.com/watch?v=zbeWEkFz_cI

ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์และส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์

- https://www.youtube.com/watch?v=8 UolQDF5 Ihc&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=9
- https://www.youtube.com/watch?v=AVwRwtj53LA&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=10
- https://www.youtube.com/watch?v=iFNDaMGhmGU&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=11
- https://www.youtube.com/watch?v=gq__5KDTH_0&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=14
- https://www.youtube.com/watch?v=B4V-olwJr_I
- https://www.youtube.com/watch?v=oD1T3DA91iA

เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องความฟังก์ชัน และการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน เช่น

แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function) ฟังก์ชันผกผัน ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึง (One to One Function and Onto Function)

- https://www.youtube.com/watch?v=p3bzUv2yFrY
- https://www.youtube.com/watch?v=qFVLXIippLY
- https://www.youtube.com/watch?v=hRRuy36KpP0
- https://www.youtube.com/watch?v=6re5hqUPx6o
- https://www.youtube.com/watch?v=zDhYZQCgkzw

- https://www.youtube.com/watch?v=c5loBtRU2pc
- https://www.youtube.com/watch?v=YQqnBuJVgl4
- https://www.youtube.com/watch?v=b-dhDJg8_cU
- https://www.youtube.com/watch?v=1qy_TQCcYVk
- https://www.youtube.com/watch?v=ciDcXfTwnqc
- https://www.youtube.com/watch?v=HGXjHOYngnw
- https://www.youtube.com/watch?v=kvGsIo1TmsM
- https://www.youtube.com/watch?v=GY6Q2f2kvY0
- https://www.youtube.com/watch?v=7UOdI1BTeGc
- https://www.youtube.com/watch?v=0tDXI8tEgd4
- https://www.youtube.com/watch?v=xKNX8BUWR0g
- https://www.youtube.com/watch?v=bZred_Ksz2k
- https://www.youtube.com/watch?v=plSzGYwo-ew
- https://www.youtube.com/watch?v=MY4-5mXfWzo

ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function)และฟังก์ชันค่าจริง (Real-Value Function)

- https://www.youtube.com/watch?v=03YnwqhEv7k
- https://www.youtube.com/watch?v=Tk7-jdy-R6U
- https://www.youtube.com/watch?v=mMhYLh2foBU
- https://www.youtube.com/watch?v=qUpLoio6f-I
- https://www.youtube.com/watch?v=MOdkyKJCcjg
- https://www.youtube.com/watch?v=BlzCoId7afE
- https://www.youtube.com/watch?v=qxBmISCJSME
- https://www.youtube.com/watch?v=hvfOLQstMWU
- https://www.youtube.com/watch?v=-mYTnaWpNME
- https://www.youtube.com/watch?v=SNa-qCi-qps
- https://www.youtube.com/watch?v=ZKkBqe-NgSs
- https://www.youtube.com/watch?v=rqsHFmqKxMs
- https://www.youtube.com/watch?v=xOAvdJiNURk
- https://www.youtube.com/watch?v=dx86gaXuQeo

**6. การวัดและประเมินผล**

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูดำเนินการ การวัดและประเมินผลทั้งการวัดผลก่อนเรียน ระหว่างเรียนและการวัดผลหลังเรียน ซึ่งเป็นการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**

ทำแบบทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 1 เรื่อง เซต 4 ข้อ และแบบทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 2-3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเขียนอธิบาย โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผล 3 ด้าน คือ

1. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย
   1.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   1.2 สามารถหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล
   1.3 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป
2. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย
   2.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์
   2.3 สามารถสรุปผลกรณีเฉพาะ

**ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**

ผู้สอนทำการสังเกตพฤติกรรมการเรียนในการทำกิจกรรมโดยแบบสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสังเกตแบบตรวจสอบรายการ (Check List) เพื่อจำแนกและจัดระบบข้อมูล โดยการจำแนกและจัดระบบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ส่วน และทำการสังเกตพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ในคาบเรียนที่ 9, 12 และ 15 เพื่อดูพัฒนาการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา โดยใช้ครูผู้ช่วยที่ผู้สอนได้ทำการอบรมและให้ความรู้ในการตรวจสอบรายการพฤติกรรมที่แสดงออกในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**หลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**

ทำแบบทดสอบหลังเรียน โดยแบบทดสอบเป็นข้อสอบชนิดเขียนอธิบายฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 1 เรื่อง เซต 4 ข้อ ทดสอบ (คาบเรียนที่ 11) แบบทดสอบ

ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 2-3 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผล 3 ด้าน คือ

1. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย
   1.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   1.2 สามารถหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล
   1.3 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป
2. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย
   2.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์
   2.3 สามารถสรุปผลกรณีเฉพาะและทำการสัมภาษณ์นักศึกษาหลังการทดสอบ (คาบเรียนที่ 16)

**การตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล**

ดัชนีประสิทธิผล เป็นคะแนนที่ได้จากการทดสอบแปลงเป็นร้อยละหาค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ จากการทดสอบก่อนเรียนซึ่งเป็นตัววัดว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในระดับใด นำมาคำนวณค่าร่วมกับผลการทดสอบหลังเรียนหลังจากการทดลองใช้สื่อหรือรูปแบบการสอนเสร็จสิ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาหาประสิทธิผล ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อหาคุณภาพของสื่อหรือรูปแบบการสอนที่ถูกผลิตขึ้น มีผู้กล่าวถึงดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.) ไว้ดังต่อไปนี้

รัตนะ บัวสนธ์ (2554ก, หน้า 151) และ เผชิญ กิจระการ (2544, หน้า 1-6) ได้กล่าวถึงดัชนีประสิทธิผลในแนวทางเดียวกันว่า ดัชนีประสิทธิผล คือ การประเมินสื่อการสอนสื่อหรือรูปแบบการสอนที่ผลิตขึ้น โดยดูจากประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนผ่านสื่อนั้นและประเมินผลสื่อการสอนนั้นจากความรู้พื้นฐานของผู้เรียนและความรู้ที่เกิดขึ้นเมื่อผ่านกระบวนการในการจัดการเรียนการสอนภายใต้สื่อหรือรูปแบบการสอนที่ถูกผลิตขึ้น สามารถประเมินความแตกต่างของค่าคะแนนมี 2 ลักษณะ คือ ความแตกต่างของคะแนนทดสอบก่อนเรียนและคะแนนการสอบหลังเรียนหรือเป็นการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม หาได้จากการหาความแตกต่างของการทดสอบก่อนการทดลองและการทดสอบหลังการทดลองด้วยคะแนนพื้นฐาน (คะแนนทดสอบก่อนเรียน) และคะแนนที่สามารถทำได้สูงสุด ดัชนีประสิทธิผลจะเป็นตัวบ่งชี้ถึงขอบเขตและการหาประสิทธิภาพสูงสุดของสื่อหรือรูปแบบการสอน นอกจากนี้ ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2546, หน้า 170) ยังกล่าวเพิ่มเติม

อีกว่า ค่าที่ได้จากคำนวณดัชนีประสิทธิผลจะมีค่าเป็นทศนิยม ซึ่งถ้าค่าดังกล่าวที่ได้มามีค่าใกล้ 1 มาเพียงใดยิ่งแสดงว่าสื่อนั้นมีประสิทธิภาพมาก

ค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) จาก

$$E.I. = \frac{P_2 - P_1}{Total - P_1}$$

เมื่อ $P_1$ แทน ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนของผู้เรียนทุกคน

$P_2$ แทน ผลรวมของคะแนนหลังเรียนของผู้เรียนทุกคน

Total แทน ผลคูณของจำนวนผู้เรียนคูณกับคะแนนเต็ม

(รัตนะ บัวสนธ์, 2554ก, หน้า 151)

สรุปได้ว่า ดัชนีประสิทธิผลสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อการประเมินสื่อ การสอนสื่อหรือรูปแบบการสอนที่ผลิตขึ้น โดยเริ่มจากการทดสอบก่อนเรียนซึ่งเป็นตัววัดว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในระดับใด อาจรวมถึงการวัดความเชื่อ เจตคติและความตั้งใจของผู้เรียนที่ผ่านมา จากนั้น นำนักเรียนเข้ารับการทดลองเรียนผ่านสื่อหรือรูปแบบที่พัฒนาขึ้นเสร็จแล้วทำการทดสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนที่ได้มาหาดัชนีประสิทธิผล โดยนำผลรวมของคะแนนหลังเรียนของผู้เรียนทุกคนลบผลรวมของคะแนนก่อนเรียนของผู้เรียนทุกคนได้ค่าเป็นเท่าใดนำมาหารด้วยค่าที่ได้จากผลคูณของจำนวนผู้เรียนคูณกับคะแนนเต็มลบด้วยผลรวมของคะแนนก่อนเรียนของผู้เรียนทุกคน โดยทำให้อยู่ในรูปร้อยละดัชนีประสิทธิผลจะมีค่าอยู่ระหว่าง –1.00 ถึง 1.00 หากค่าคะแนนหลังเรียนเท่ากับคะแนนก่อนเรียน ค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับศูนย์ และหากคะแนนหลังเรียนมากกว่าคะแนนก่อนเรียน ค่าดัชนีประสิทธิผลจะมีค่ามากกว่าศูนย์ ดังนั้น จึงอาจกล่าวได้ว่าดัชนีประสิทธิผลสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประเมินนวัตกรรม โดยเริ่มจากการทดสอบก่อนใช้นวัตกรรม ซึ่งเป็นการวัดว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในระดับใด ทดลองใช้นวัตกรรมกับผู้เรียน เสร็จแล้วทำการทดสอบหลังการใช้นวัตกรรมแล้วนำคะแนนที่ได้นำมาหาประสิทธิผล โดยค่าดัชนีประสิทธิผลมีค่าตั้งแต่ –1 ถึง 1 แล้วในการแปลความหมายของดัชนีประสิทธิผลจะแปลความหมายในรูปร้อยละโดยถ้าค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 1 แสดงว่า ผู้เรียนมีค่าความก้าวหน้าทางการเรียนรู้เพิ่มขึ้นร้อยละ 100

**งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**

ผู้วิจัยทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivism) และความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ ทั้งงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศ เพื่อศึกษาถึงรูปแบบและวิธีการที่ประสบความสำเร็จในการพัฒนาผู้เรียน ดังนี้

**งานวิจัยในประเทศ**

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552) ได้ศึกษาวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนเพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบการวิจัยสรุปได้ดังนี้ รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างประสบการณ์ 2) ขั้นการฝึกปฏิบัติการใช้ความรู้ 3) ขั้นการถ่ายโยงการเรียนรู้ 4) ขั้นสะท้อนความคิด และรูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง

สุดใจ พละศักดิ์ (2556) ศึกษา เรื่อง การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8 จังหวัดกาญจนบุรี การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการทำนายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปี การศึกษา 2556 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8 จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 400 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi Random Sampling) ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยสถิติวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ ผลการวิจัย พบว่า 1. ตัวแปรพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .675, .702, .712, .595, .568, .648 ตามลำดับ 2. สมการทำนายความสามารถในการให้ผลทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8 จังหวัดกาญจนบุรี ในรูปของคะแนนดิบและในรูปของคะแนนมาตรฐานตามลำดับ คือ

$$Y' = -32.231 + .214x_3 + .162x_4 + .152x_2 + .107x_6 + .118x_1$$ และ

$$Z' = .256z_3 + .182z_4 + .161z_2 + .131z_6 + .130z_1$$

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน และสมยศ ชิดมงคล (2557) เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มทดลอง ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ 1) แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ 2) แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลทำโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t–test) ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แวตีเยาะ แวยูโซะ (2559) ได้ศึกษาวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่ม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 2) เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 3) เพื่อทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎี พหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 4) เพื่อประเมินและปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4/2 โรงเรียนเทศบาล 1 บ้านจะบังติกอ เทศบาลเมืองปัตตานี จังหวัดปัตตานี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 29 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แบบสอบถาม แบบสัมภาษณ์ แบบวิเคราะห์เอกสาร รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบประเมินรูปแบบการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบทีแบบไม่อิสระและการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ ที่นักเรียนต้องการ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ต้องการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพราะนักเรียนมีความรู้ มีทักษะในการคิดคำนวณมากขึ้น บรรยากาศในการเรียน สนุกสนาน นักเรียนได้เรียนร่วมกลุ่มกับเพื่อน กิจกรรมการเรียนการสอนหลากหลาย นักเรียนได้ร่วมกิจกรรมทุกคน และนักเรียนสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ 2) ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ ได้ค่าประสิทธิภาพ E1/E2 แบบรายบุคคล (Individual Tryout) เท่ากับ 76.86/75.00 ค่าประสิทธิภาพ E1/E2 แบบกลุ่มเล็ก (Small Group Tryout) เท่ากับ 80.72/80.56 และจากการทดลองภาคสนามประสิทธิภาพของการรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ มีค่าเท่ากับ 81.04/80.83 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 3) ผลการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ ได้ค่าประสิทธิภาพ E1/E2 เท่ากับ 83.73/82.07 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4. ผลการประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้และมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด นักเรียนมีความพึงพอใจต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด

ชนานันท์ สิงห์มุ้ย และวีรยุทธ นิลสระคู (2560) ศึกษา เรื่อง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ความน่าจะเป็น การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ใช้การวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้การการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/13 โรงเรียนอำนาจเจริญ จังหวัดอำนาจเจริญ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 29 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 32 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน-หลังเรียน และแบบสัมภาษณ์ ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐานและการทดสอบทีรายคู่ (Paired t-test) ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่เรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจากการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) พบว่าก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 1 และระดับ 2 แต่หลังเรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถึงระดับ 3 และระดับ 4

ธนพรรษ พฤกษะวัน (2560) ศึกษา เรื่อง การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาหลักสูตร ศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ และ 2) ศึกษาปัญหาในการ พิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต ชั้นปีที่ 1 ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชา 4091112 ขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย จำนวน 60 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นแบบทดสอบทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับข้อความรูป $p \rightarrow q$ สถิติที่ใช้ในงานวิจัย คือ ค่าความถี่ และร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า จำนวน นักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow q$

โดยใช้วิธีพิสูจน์ทางตรงมากที่สุด คิดเป็น ร้อยละ 45 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง รองลงมา คือ การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ คิดเป็นร้อยละ 41.67 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง และการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง คิดเป็นร้อยละ 28.33 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยปัญหาในการพิสูจน์ที่พบว่า เกิดขึ้นมากที่สุดสำหรับวิธีการพิสูจน์ทางตรง ได้แก่ ปัญหาในขั้นการแสดงการพิสูจน์ ซึ่งนักศึกษาขาดความระมัดระวังในการเขียนการพิสูจน์ มีจำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 15 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง และปัญหาที่พบว่าเกิดขึ้นมากที่สุดสำหรับวิธีการพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้ง สลับที่ ได้แก่ ปัญหาในขั้นการแสดงการพิสูจน์ โดยนักศึกษาขาดความระมัดระวังในการเขียนการพิสูจน์เช่นกัน ซึ่งมี จำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ในขณะที่ปัญหาในการพิสูจน์ที่พบว่า เกิดขึ้นมากที่สุดสำหรับวิธีการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง ได้แก่ ปัญหาในขั้นการค้นหาเครื่องมือเพื่อใช้ในการพิสูจน์ โดยนักศึกษาไม่เข้าใจวิธีการเขียนเริ่มต้นการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง มีจำนวน34 คน คิดเป็นร้อยละ 56.67 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

ยุภาดี ปณะราช (2560) ศึกษา เรื่อง ผลการใช้กระบวนการเรียนรู้คู่ความสนุกสนานเพื่อส่งเสริมทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบของนักศึกษาวิชาชีพครู การศึกษานี้เป็นการบูรณาการการเรียนการสอนกับการวิจัย โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อส่งเสริมทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และศึกษาทักษะความสัมพันธ์ ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบของนักศึกษาวิชาชีพครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาวิชาชีพครูโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร ที่ลงทะเบียนเรียนในรายวิชา หลักการคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 38 คน เครื่องมือวิจัย ได้แก่ กระบวนการเรียนรู้คู่ความสนุกสนาน (5T Model) แบบวัดทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที ผลการศึกษา พบว่า 1. นักศึกษาวิชาชีพครูมีทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการเรียนรู้คู่ความสนกุสนาน (5T Model) อยู่ในระดับสูงร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อพิจารณาในระหว่างการจัดการเรียนการสอน พบว่า ผลจากการใช้กระบวนการกลุ่ม นักศึกษาวิชาชีพครูมีคะแนนทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 83.74 และผลจากการฝึกปฏิบัติรายบุคคล พบว่า นักศึกษาวิชาชีพครู มีคะแนนทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 74.39 2. นักศึกษาวิชาชีพครูมีทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

โดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน อยู่ในระดับมากที่สุดทุกด้าน โดยมีค่าเฉลี่ยสูงสุด 3 อันดับแรก คือ ทุกคนยอมรับผลจากการทำงานด้วยความเต็มใจ สมาชิกทุกคนมีความสำคัญต่อการทำงานให้สำเร็จตามเป้าหมาย และทุกคนเชื่อว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนสามารถทำงานให้บรรลุเป้าหมาย ตามลำดับ และวิธีการที่นักศึกษาช่วยให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจโดยการไปศึกษาทำความเข้าใจเนื้อหาที่ตนได้รับมอบหมายแล้วนำมาอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟัง พร้อมยกตัวอย่าง ซักถามกันจนกว่าเพื่อนจะเข้าใจ เมื่อต้องเป็นตัวแทนไปทำข้อสอบ รู้สึกภาคภูมิใจเมื่อตนเองทำข้อสอบถูก ดีใจ อยากทำข้อต่อไปอีก และเสียใจที่ตอบผิด คิดว่าต้องศึกษาให้มากกว่านี้ และเมื่อเพื่อนเป็นตัวแทนไปทำข้อสอบ ถ้าเพื่อนตอบถูกจะแสดงความยินดีกับเพื่อนแต่ถ้าเพื่อนตอบผิดบอกเพื่อนว่าไม่เป็นไรและให้กำลังใจเพื่อน ก็มีรู้สึกเสียใจบ้างแต่คิดว่าเพื่อนทำดีที่สุดแล้ว

เตือนใจ ครองญาติ (2560) ได้ศึกษาวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ 2) เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์โดยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนเรียนและหลังเรียนและศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนและ 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนกเรียน ที่มีต่อการเรียนโดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยและพัฒนา กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปี ที่ 1 จำนวน 140 คน ผลการวิจัย พบว่า 1. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์มีขั้นการสอน 6 ขั้น คือ 1) ใช้รูปธรรม 2) นำปัญหา 3) พาให้คิด 4) พิชิตปัญหา 5) หาหลักเกณฑ์และ 6) เจนวิชา มีประสิทธิภาพ 88.11/85.21 2. ผลการใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและนักเรียนส่วนใหญ่มีความคล่องในการคิด มีความคิดละเอียดลออและมีความคิดยืดหยุ่นอยู่ในระดับปานกลาง มีความคิดริเริ่ม อยู่ในระดับพอใช้ 3. ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนโดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์โดยรวม อยู่ระดับมาก

อรทัย ชินาภาษ (2560) ได้ศึกษาวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดการสร้างองค์ความรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 มีวัตถุระสงค์ของการวิจัย 1) เพื่อศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานและเอกสารที่เกี่ยวข้องสำหรับการพัฒนา

การพัฒนารูปแบบการสอนฯ 2) เพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของการพัฒนารูปแบบการสอนฯ 3) เพื่อทดลองใช้การพัฒนารูปแบบการสอนฯ และเพื่อประเมินคุณภาพของการพัฒนารูปแบบการสอนฯ เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาสาระในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเมืองเดช จำนวน 16 คน ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) คือรูปแบบการสร้างองค์ความรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 (IPDSPIL Model) ตัวแปรตาม (Dependent Variables) ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นของนักเรียนต่อการใช้รูปแบบการเรียนการสอน วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติที ผลการวิจัย พบว่า 1. รูปแบบการสอนฯ (IPDSPIL Model) ประกอบด้วยองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบเชิงหลักการและวัตถุประสงค์ องค์ประกอบเชิงกระบวนการ และองค์ประกอบเชิงเงื่อนไขการนำรูปแบบไปใช้ กระบวนการเรียนการสอนมี 6 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมและนำเข้าสู่บทเรียน (Introduction) ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอปัญหา (Problem Presentation) ขั้นที่ 3 ขั้นการวิเคราะห์ข้อมูล (Data Analysis) ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ (Sharing) ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกทักษะและ (Practical) และขั้นที่ 6 ขั้นบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงสู่ชีวิตประจำวันและชื่นชมความสำเร็จ (Integration and Linking to Life) รูปแบบการเรียนการสอนมีค่าประสิทธิภาพเท่ากับ 81.05/80.00 2. หลังการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน (IPDSPIL Model) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนคณิตศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูงมากและสูงกว่าก่อนเรียน 3. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ (IPDSPIL Model) ในภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมากที่สุด

นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2561) ศึกษา เรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) สร้างและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ 2) ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิชาหลักการคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง การดำเนินการวิจัย มี 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสังเคราะห์มาจากแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และผลการวิเคราะห์ขั้นตอนการสอนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้ทรง คุณวุฒิ 3 ท่าน ระยะที่ 2 การพัฒนา

รูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้และการประเมินความเหมาะสมของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านมีค่าความเหมาะสมอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ( $\overline{X}$ = 4.33, S.D. = 0.48) และระยะที่ 3 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาหลักการคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 30 คน ได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดการ เรียนรู้ 4 แผน จำนวน 12 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ และสถิติที (t–test) ผลการวิจัย พบว่า 1. รูปแบบการจัด การเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจข้อความที่จะพิสูจน์ โดยการยกตัวอย่างสิ่งเป็นไปตามข้อความที่ต้องการพิสูจน์ สิ่งที่ไม่เป็นไปตามข้อความ ที่ต้องการพิสูจน์หรืออาจเขียนแผนภาพประกอบ ขั้นที่ 2 เขียนข้อความให้อยู่ในรูปประโยคตรรกศาสตร์ ขั้นที่ 3 เลือกวิธิพิสูจน์โดยพิจารณาจากประโยคตรรกศาสตร์ ขั้นที่ 4 เขียนแสดงบทพิสูจน์ โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้ สิ่งที่จะต้องพิสูจน์ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่จะต้องพิสูจน์และเขียนบทพิสูจน์โดยใช้เทคนิคการคิดไปข้างหน้าหรือการคิดไปข้างหลังหรือผสมผสานกัน 2. ผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวน โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 8.43 (ร้อยละ 33.73) คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 16.27 (ร้อยละ 65.07) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 พบว่า คะแนนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**งานวิจัยต่างประเทศ**

Simon and Deborah (1993) ทำการศึกษาโดยการจัดอบรมผู้สอนรายกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลจนถึงเกรด 12 ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิซึม เป็นเวลา 12 สัปดาห์ ติดตามผลการนำไปใช้สอนในชั้นเรียนทุกสัปดาห์ จากการศึกษา พบว่า ผู้สอนและนักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดีขึ้น ครูมีการปรับเปลี่ยนวิธีการสอน

มาเป็นการเน้นการสร้างมโนมติทางคณิตศาสตร์มากกว่าทักษะการคำนวณ และผลการสอบของนักเรียนยังคงเดิม เมื่อทดสอบด้วยแบบทดสอบมาตรฐาน

Slater (1993) ทำการศึกษาเพื่อหาประสิทธิผลของแนวทางญาณวิทยาคอนสตรัคติวิสต์ต่อการศึกษาดาราศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นในครูประจำการ โดยทดลองกับผู้สอนจำนวน 25 คนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นในกลุ่มสาระการเรียนรู้ดาราศาสตร์ ใช้เวลาทดลอง 15 สัปดาห์ จากการศึกษา พบว่าการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดดังกล่าวสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น

Alsup (1996) ได้ศึกษาประสิทธิผลของการเรียนรู้เมื่อใช้การสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมของนักศึกษาฝึกสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อความเข้าใจในมโนมติเรื่องเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละกับความเครียดในการสอนคณิตศาสตร์และความมั่นใจในการสอนคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษาการศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพโดยใช้เครื่องมือ 2 ชนิด คือ แบบประเมินความเข้าใจของนักเรียนเรื่องเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละและแบบประเมินความมั่นใจในการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีมาตราวัดความวิตกกังวลของนักศึกษา การวิเคราะห์เชิงปริมาณใช้ t-test ส่วนการวิเคราะห์เชิงคุณภาพโดยการสัมภาษณ์และข้อมูลจากการสังเกตการสอนของนักเรียนฝึกสอน ผลการศึกษา พบว่า การสอนภายใต้แนวคอนสตรัคติวิซึมสามารถพัฒนาการเรียนเรื่องเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ ของนักศึกษาฝึกสอน ลดความวิตกกังวลในการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และช่วยให้นักศึกษาฝึกสอนมั่นใจที่จะสอนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Heron (1997) ได้ศึกษาผลการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมกับการสร้างเจตคติทางบวกต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การเก็บข้อมูลแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้วิธีสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมกับการเปลี่ยนแปลงเจตคติ รูปแบบการทดลองครั้งนี้มีการสอบก่อนและหลังการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้ชีววิทยา เคมี หรือวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม จำนวน2 โรงเรียนนักเรียนจำนวน 28 ห้อง รวม 249 คน ครู 10 คน ซึ่งแบ่งเป็นครูกลุ่มทดลอง 6 คน ครูกลุ่มควบคุม 4 คน ซึ่งแต่ละคนถูกสังเกตด้วยแบบสำรวจเพื่อวัดความถี่ของพฤติกรรมการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึม ค่าเฉลี่ยของพฤติกรรมที่สังเกตได้จากครูกลุ่มควบคุมเท่ากับ 12.89 ส่วนกลุ่มทดลองเท่ากับ 20.67 แสดงว่าพฤติกรรมการสอนของครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างสองกลุ่มจากการวิเคราะห์คะแนนสอบก่อนและหลังการสอน พบว่า นักเรียนได้คะแนนเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้

วิทยาศาสตร์ก่อนและหลังการเรียนแตกต่างกัน และจากสมมติฐานหลักที่ว่าเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมกับการสอนตามปกติไม่เปลี่ยนแปลง จึงปฏิเสธสมมติฐานหลัก กลุ่มควบคุมโดยส่วนใหญ่ได้เกรดกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ครั้งที่ผ่านมา สูงกว่ากลุ่มทดลอง แต่หลังจากผ่านไป 4 เดือน กลุ่มควบคุมมีเจตคติทางลบต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ (–1.18) ในกลุ่มทดลอง มีเจตคติทางบวกต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ (+1.34) เมื่อวิเคราะห์เจตคติทางวิทยาศาสตร์แยกตามเพศ ตอนแรกพบว่า เพศชายและเพศหญิงในกลุ่มทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 แต่หลังจากการทดลองแล้ว เจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของเพศชายและเพศหญิงไม่แตกต่างกัน เมื่อพิจารณาเฉพาะเพศหญิงในกลุ่มควบคุมจะมีเจตคติทางบวกต่อวิทยาศาสตร์ (ค่าเฉลี่ย 43.40) สูงกว่าเพศหญิงในกลุ่มทดลอง (ค่าเฉลี่ย 39.26) อย่างมีนัยสำคัญ ถึงแม้ว่าภายหลังการทดลองจะพบว่า เพศหญิงในทั้งสองกลุ่ม จะมีเจตคติในวิทยาศาสตร์ไม่แตกต่างกัน แต่ค่าเฉลี่ยเจตคติของเพศหญิงในกลุ่มทดลอง เพิ่มขึ้น 2.04 แต่คะแนนเจตคติของเพศหญิงในกลุ่มควบคุมลดลง 1.75

Leighon (2006) ได้ทำการศึกษาและตรวจสอบประสิทธิภาพของการฝึกอบรมในตรรกะสัญลักษณ์เพื่อปรับปรุงการอนุมานเหตุผลของนักศึกษา นักศึกษาระดับปริญญาตรีจำนวน 116 คน (ชายและหญิงประมาณเท่ากัน) ที่ลงทะเบียนเรียนในหลักสูตรปรัชญามหาวิทยาลัยปีที่ 1 ในรูปสัญลักษณ์เชิงตรรกะเข้าร่วมในการศึกษา 2 ครั้ง ในการศึกษาทั้งสองนี้นักศึกษาได้จัดทำหนังสือ เกี่ยวกับการแบ่งหมวดหมู่และแบบมีเงื่อนไข ในตอนต้นของหลักสูตรและอีกครั้งในตอนท้ายของหลักสูตรในการศึกษา 2 นักศึกษายังได้กำหนดกลยุทธ์การใช้เหตุผลด้วย ผลการวิจัย พบว่า กลยุทธ์ของนักศึกษาเปลี่ยนไปจากการฝึกอบรม (นักศึกษาเพิ่มการใช้แบบจำลองทางความคิดและกฎทางความคิดด้วยการแบ่งหมวดหมู่และเงื่อนไขตามลำดับ) แต่ประสิทธิภาพการใช้เหตุผลของพวกเขาดีขึ้นเพียงเล็กน้อยซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่ได้รับจากการสำรวจในการการศึกษาครั้งนี้

Bert (2014) ได้ศึกษาเกี่ยวกับแนวคิดที่ว่านักเรียนไม่สามารถพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้ดีเท่าที่ควร ปัญหานี้บางส่วนเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนตามรูปแบบขั้นตอนในการสอนคณิตศาสตร์ ถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสอนที่เป็นกระบวนการที่ดีแต่มีข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับการวิจัย ที่มุ่งประเด็นไปว่าทำไมบางวิธีสามารถใช้ในการดำเนินการได้ดีกว่าวิธีอื่นและเงื่อนไขที่ใช้วิธีการเหล่านี้คืออะไร บทความนี้เป็นการประเมินแบบจำลองตามการสร้างความรู้ของนักเรียนแสดงถึงเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ (CMR) เพื่อเปรียบเทียบกับรูปแบบการสอนตามขั้นตอนที่คล้ายกับสิ่งที่พบได้ทั่วไปในโรงเรียน (AR) ในการศึกษาครั้งนี้

พบว่า CMR มีประสิทธิภาพสูงกว่า AR นอกจากนี้ยังพบว่า ความสามารถทางปัญญามีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญในการ ทดสอบประสิทธิภาพของการดำเนินการ อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์ยังแสดงให้เห็นว่าผลกระทบนั้นเกิดขึ้นเด่นชัดมากในกลุ่ม AR

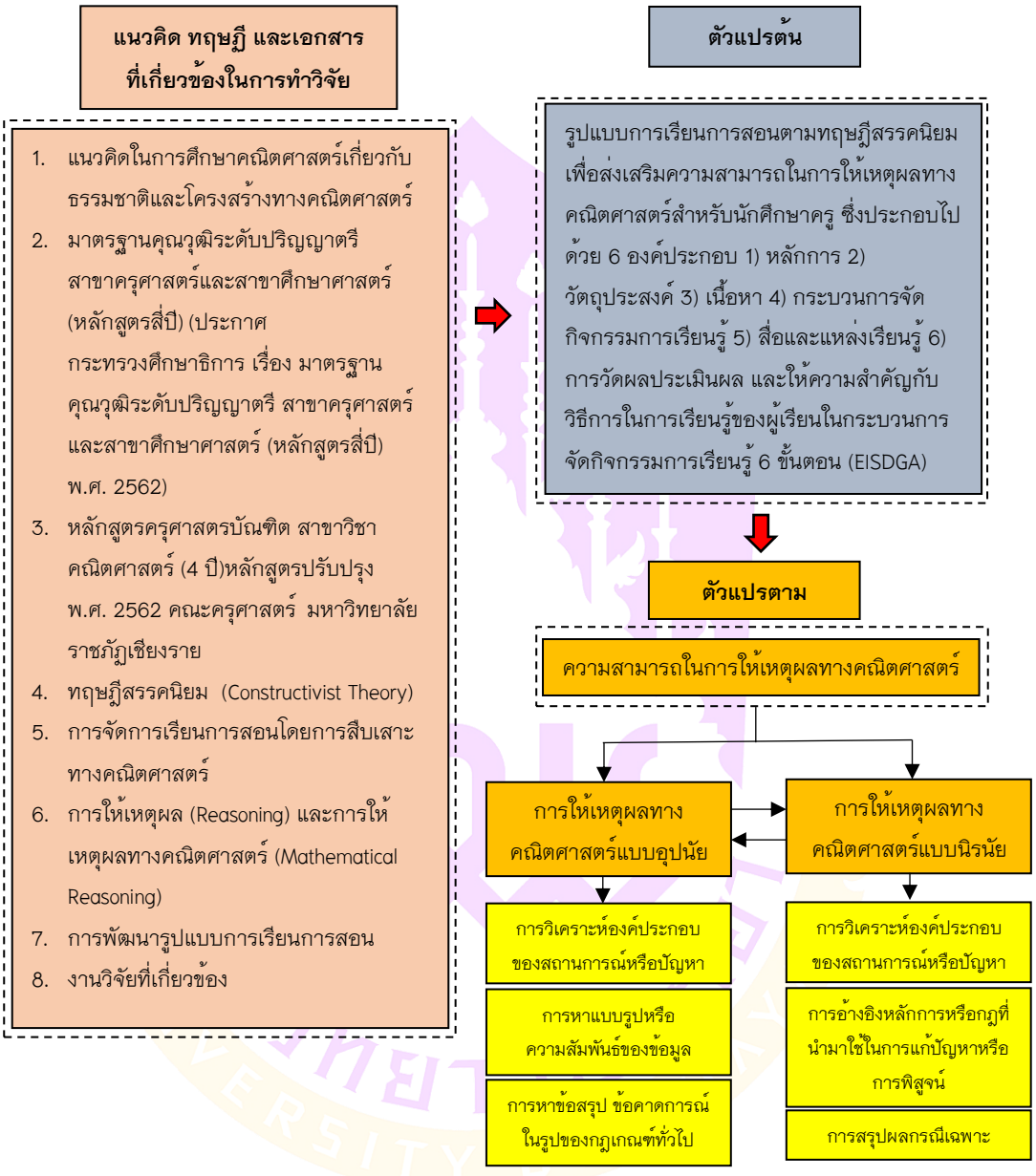
Johansson (2016) ได้ทำการศึกษามุ่งเน้นไปที่ความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้านหนึ่ง คือ ทางคณิตศาสตร์ในการใช้เหตุผลและความสามารถนี้มีผลต่อการรู้ฟิสิกส์ของนักเรียนอย่างไรอิทธิพลนี้ศึกษา โดยวิเคราะห์ความต้องการในการใช้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเมื่อต้องการแก้ปัญหาในการทดสอบฟิสิกส์แห่งชาติ การทดสอบระดับชาติถูกสร้างขึ้นเพื่อสะท้อน ถึงเป้าหมายที่ระบุไว้ในหลักสูตร โดยกรอบการทำงานที่ใช้สำหรับการอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการแก้ปัญหาในการทดสอบฟิสิกส์ระดับชาตินั้นแยกความแตกต่างระหว่างคณิตศาสตร์เลียนแบบและเชิงสร้างสรรค์ การให้เหตุผล กระบวนการวิเคราะห์ประกอบด้วยการเปรียบเทียบเชิงโครงสร้างระหว่างการหาคำตอบของนักเรียนและประวัติการศึกษาของนักเรียน จากชิ้นงาน 209 งาน สำหรับหนึ่งในสามของงาน ผลลัพธ์ที่ได้แสดงหลักฐานที่ชัดเจนว่ามีความคิดสร้างสรรค์ในการใช้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีเพื่อให้ได้คะแนนที่สูงขึ้นในการทดสอบและยังได้รับการยืนยันว่าการใช้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญและเป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรฟิสิกส์ และยังบ่งบอกว่าความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างสรรค์มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ควรเชี่ยวชาญหลักสูตรฟิสิกส์

Mathias and Bert (2019) ได้ศึกษาวิธีการเรียนการสอนและการเรียนรู้แบบลอกเลียนแบบซึ่งมีอิทธิพลอย่างมากในการศึกษาคณิตศาสตร์ แม้ว่าจะมีการเสนอและนำวิธีการที่สร้างสรรค์มาใช้ (เช่น การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก) ความท้าทายหลักของการวิจัยในการศึกษาการเรียนคณิตศาสตร์ คือ การจัดเตรียมข้อมูลที่ดีเพื่อใช้เชื่อมโยงระหว่างการสอนและกิจกรรมรวมถึงการเรียนรู้ของนักเรียน การศึกษาครั้งนี้ ศึกษาแง่มุมหนึ่งของการเชื่อมโยงดังกล่าว โดยการจัดแบ่งขั้นตอนการหาคำตอบของงานกับคำตอบของงานที่ต้องการการแก้ปัญหาของนักเรียนและเกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนรู้และผลลัพธ์ของนักเรียนข้อมูลเกี่ยวกับกลยุทธ์การแก้ปัญหางานของนักเรียนถูกรวบรวมโดยการติดตามผ่านการสังเกตซึ่งเกี่ยวข้องกับการแสดงให้เห็นว่าการทดสอบและการแปรผันของแต่ละบุคคลในการรับรู้ความชำนาญ ผลลัพธ์ แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ฝึกแก้ปัญหาโดยสร้างสรรค์มีประสิทธิภาพสูงกว่านักเรียนที่ฝึกโดยลอกเลียนแบบขั้นตอนการทำงานจากครูผู้สอนในการทดสอบหลังเรียน แต่ยังพบว่า นักเรียนที่ดำเนินการหรือแก้ปัญหาด้วยวิธีการสร้างสรรค์ได้ไม่ดีมักจะพยายามใช้กลยุทธ์การลอกเลียนแบบที่ไม่มีประสิทธิภาพด้วย

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ พบว่า ผู้ทำการศึกษาได้พัฒนารูปแบบและวิธีสอนการสอนโดยอาศัยแนวคิดตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อปรับเปลี่ยนมโนมติ พัฒนาผลสัมฤทธิ์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ โดยเน้นการปฏิบัติด้วยตัวของผู้เรียนเอง ส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการส่งเสริมความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และยังส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติและมีความมั่นใจในการเรียนรู้ที่ดีมากยิ่งขึ้น นอกจากนั้นยังส่งผลดีในการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนและผู้สอนตลอดจนสามารถส่งผลต่อความมั่นใจของผู้สอนให้มากยิ่งขึ้นเช่นกัน

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้จัดทำเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้

## กรอบแนวคิดในการวิจัย




**ภาพ 10 กรอบแนวคิดในการวิจัย**

จากภาพ 10 อธิบายกรอบแนวคิดในการวิจัยเชื่อมโยง แนวคิด ทฤษฎี และเอกสารที่เกี่ยวข้องในการทำวิจัยในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากการศึกษามาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี)

พ.ศ. 2562 และเอกสารแนบท้าย มคอ.1 สาขาครุศาสตร์ และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) และหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์และมาตรฐานผลการเรียนรู้ นักศึกษาครูต้องเป็นผู้มีความรู้ ความสามารถในการคิด วิเคราะห์ การคิดขั้นสูง หลักการและแนวคิดของกระบวนการในการให้เหตุผล และเป็นผู้มีความรอบรู้ในหลักการ แนวคิด ทฤษฎีในเนื้อหาวิชาที่สอน รวมถึงการส่งเสริมทักษะทางปัญญาของนักศึกษาครูในการพัฒนาความสามารถในการคิด ค้นหา วิเคราะห์ข้อเท็จจริงและประเมินข้อมูล ซึ่งการพัฒนานักศึกษาครูคณิตศาสตร์จำเป็นต้องให้นักศึกษาเข้าใจลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง “แบบรูปและความสัมพันธ์” การสร้างแบบรูปและความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ นักคณิตศาสตร์ใช้นั่นก็คือ “กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์” และสิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล 2 ประเภทหลัก ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมากในการศึกษาคณิตศาสตร์ ในส่วนของการเป็นผู้เรียน การให้เหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำคัญในศึกษาคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจแนวคิด การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์และการส่งเสริมการคิดอย่างเป็นระบบ และในส่วนการเป็นของผู้สอน (ครูในอนาคต) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลโดยตรงกับการจัดการเรียนการสอน ด้านการวิเคราะห์หลักสูตร/การจัดเตรียมแบบเรียน ตำรา ซึ่งเป็นการจัดเตรียมอย่างเป็นระบบเน้นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเพื่อการให้เหตุผลเชื่อมโยงระหว่างแนวคิด/หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะความเป็นนามธรรมในตัวของเนื้อหา ด้านการจัดทำแผนการสอน/การปฏิบัติการสอน การใช้สถานการณ์หรือตัวอย่างที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นภายใต้เหตุผลของตนเอง รวมถึงการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดฝึกให้ผู้เรียนยอมรับฟังความคิดเห็นและเหตุผลของผู้อื่น ด้านการทดสอบ/การวัดผลประเมินผล เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน การวัดและประเมินผลจึงต้องสอดคล้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มิได้มองเพียงผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาที่อาจเกิดจากการเลียนแบบเท่านั้น จะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางสำคัญในการวางกลยุทธ์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังนั้น นักศึกษาครูจึงต้องมีมุมมองต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ในฐานะ “ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่มนุษย์สร้างขึ้น”

ผ่านกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามลักษณะและธรรมชาติของวิชา ซึ่งนักคณิตศาสตร์หลายท่าน ชี้ให้เห็นว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นไม่ใช่ความรู้ที่มีอยู่แล้วหรือเป็นปรนัย สัมบูรณ์ แน่นอน ไม่สามารถแก้ไขได้ แต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นผลลัพธ์ของกระบวนการทางสังคมที่ผิดพลาดได้และเปิดกว้างต่อการปรับปรุงแก้ไข ผ่านการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีวัตถุประสงค์ในการแสวงหาความจริงและการวางนัยทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยมที่อธิบายว่า ความรู้เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นจากประสบการณ์กับโลกทางกายภาพและถูกตรวจสอบความน่าเชื่อถือผ่านกระบวนการทางสังคม ดังนั้นแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมจึงเป็นแนวคิดที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่ต่าง ๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น จากนั้นการใช้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่จะช่วยเหลือในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปราย แนะนำ วิพากษ์ สังเกตการณ์ดำเนินงานระหว่างผู้เรียนด้วยกันเพื่อปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียน นอกจากนี้ผู้ที่มีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมาก คือ ผู้สอนที่จะต้องจัดเตรียมสถานการณ์ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนข้ามผ่านพัฒนาการหรือการเรียนรู้ตามพัฒนาการในช่วงวัยหรือความสามารถที่ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามปกติเพื่อศักยภาพของผู้เรียนให้ไปถึงศักยภาพสูงสุดที่ผู้เรียนสามารถที่จะพัฒนาไปถึงได้ (Zone of Proximal Development: ZDP) โดยผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือผู้เรียนเมื่อผู้เรียนประสบกับสถานการณ์หรือปัญหาทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการหรือเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพ (Scaffolding) โดยการแนวทางในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากการศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนการสอน เป็นแบบแผนของการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมที่ต้องการ โดยมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งในแต่ละรูปแบบจะมีแนวทางในจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่างกันออกไป ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักศึกษาครูเป็นผู้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านการเรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษาอย่างเป็นระบบ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่จัดทำขึ้น สังเคราะห์รูปแบบการสอนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ จากทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ เพื่อการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งประกอบไปด้วย 1) หลักการหรือแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

3) เนื้อหา 4) กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5) สื่อและแหล่งเรียนรู้ 6) การวัดและประเมินผล โดยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการพัฒนาขึ้นจากขั้นการสอนในทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ขั้นตอนการเรียนการสอนที่ทำการวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ประกอบไปด้วย ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกตวิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทั้งทั้ง 6 ขั้นตอนในกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์ ความสามารถในการหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล และความสามารถในการหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ในการตรวจสอบข้อคาดการณ์นั้น ๆ ผ่านการการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์และการสรุปผลกรณีเฉพาะอย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

# บทที่ 3

# วิธีดำเนินการวิจัย

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูในครั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งขั้นตอนการดำเนินการออกเป็น 2 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย**

1. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพด้านความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

2. การหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**ขั้นตอนที่ 2 การใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ประกอบด้วย**

1. การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู สรุปเป็นแผนภาพขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

**ภาพ 11 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย**

**ขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎี สรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

การพัฒนารูปแบบการสอน ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Joyce and Weil (1996 อ้างอิงใน วารีรัตน์ แก้วอุไร, 2541, หน้า 99–102) และนักการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ ทฤษฎีการสอน กระบวนการเรียนรู้และกลวิธีการสอนต่าง ๆ ที่จะพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่ตั้งไว้ โดยองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ กระบวนการเรียนการสอน สาระความรู้และสิ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้ ระบบสังคม หลักการตอบสนอง ระบบสนับสนุน และเงื่อนไขการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์รูปแบบการสอนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ จากทฤษฎีสรรคนิยม แนวคิดในการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ เพื่อการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งผลการสังเคราะห์ รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดังนี้

**วัตถุประสงค์**

เพื่อสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**แหล่งข้อมูล**

ผู้ให้ข้อมูลในขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ประกอบด้วย

1. ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยวางคุณสมบัติของผู้เชี่ยวชาญไว้ ดังนี้

1.1 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน เป็นคณาจารย์ในสถาบันการศึกษาระดับอุดมศึกษาเป็นผู้ที่มีความเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์และปฏิบัติหน้าที่เป็นผู้สอนในสาขาคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษามีตำแหน่งเป็นผู้ช่วยศาสตราจารย์ขึ้นไปหรือจบการศึกษาระดับปริญญาเอกที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์หรือการสอนคณิตศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ศึกษา

1.2 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานเป็นครูผู้สอนในโรงเรียนสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 1 ท่าน เป็นผู้ที่มีความเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์และปฏิบัติหน้าที่เป็นผู้สอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่า 10 ปี หรือมีวิทยฐานะชำนาญการพิเศษขึ้นไป

1.3 ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยและประเมินผลการศึกษา จำนวน 1 ท่าน เป็นคณาจารย์สาขาการวิจัยและประเมินผลการศึกษาในสถาบันการศึกษาระดับอุดมศึกษา มีตำแหน่งเป็นผู้ช่วยศาสตราจารย์ขึ้นไปหรือจบการศึกษาระดับปริญญาเอกที่เกี่ยวกับการวิจัยและประเมินผลการศึกษา

1.4 ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จำนวน 2 ท่าน เป็นคณาจารย์สาขาหลักสูตรและการสอนในสถาบันการศึกษาระดับอุดมศึกษา มีตำแหน่งเป็นผู้ช่วยศาสตราจารย์ขึ้นไปหรือจบการศึกษาระดับปริญญาเอกสาขาหลักสูตรและการสอน

2. นักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ที่รายงานตัวเป็นนักศึกษาในปีการศึกษา 2565 กลุ่มที่ 1 จำนวน 29 คน ทำการทดลองในช่วงการปรับพื้นฐานนักศึกษา เพื่อหาค่าดัชนีประสิทธิผล E.I. ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน**

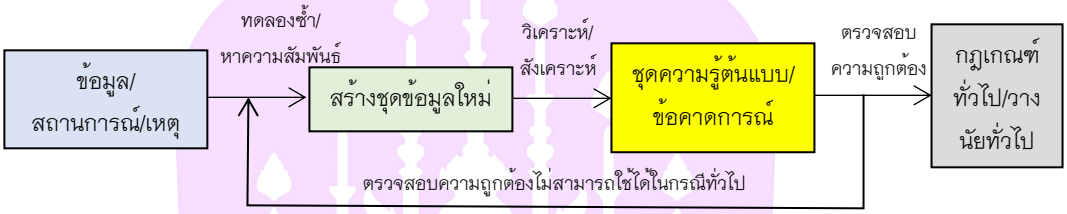
การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษามาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี)

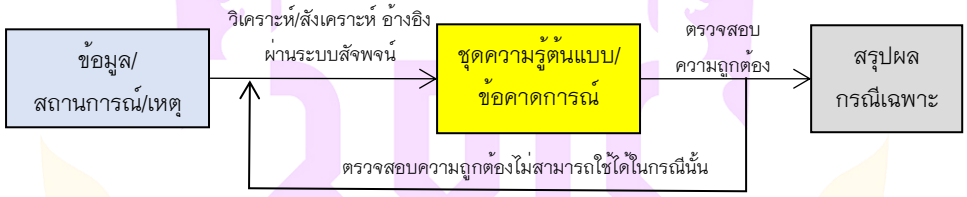
2. ศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย

3. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลของการศึกษาผู้วิจัยได้กำหนดจากกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักศึกษาครูมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถคิดและสามารถอธิบายแสดงออกถึงกระบวนการคิดที่สามารถใช้ข้อมูลที่ได้มาในการอธิบายสมบัติและโครงสร้าง ค้นหาหลักการใหม่ รูปแบบทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์และการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ

และความสามารถในการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลที่ถูกสร้างและถูกยอมรับจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อนำไปทดสอบ พิสูจน์หรือประยุกต์ใช้กับข้อเท็จจริงใหม่มาเชื่อมโยงเพื่อสร้างความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยไว้ดังนี้ ความสามารถในการคิดและความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัยและความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง




**ภาพ 12 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**




**ภาพ 13 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

4. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องทฤษฎีสรรคนิยม การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลของการศึกษาผู้วิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนการสอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) (แสดงการวิเคราะห์ในบทที่ 2 การพัฒนารูปแบบการสอน หน้า 86-88) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E)

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I)

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: D)

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G)

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A)

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบ ซึ่งประกอบด้วย 6 องค์ประกอบ ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล

6. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับรายวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) และศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับธรรมชาติและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ตรรกศาสตร์ และระเบียบวิธีพิสูจน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจำนวน เซต ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เพื่อกำหนดเนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ดังตาราง 12

**ตาราง 12 แสดงเนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 1 | **บทนำ** ธรรมชาติของคณิตศาสตร์และโครงสร้างของคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายลักษณะสำคัญพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายโครงสร้างของคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure) ได้ | 1 ชั่วโมง |
| 1 | ระบบสัจพจน์ (Axiomatic System) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายระบบสัจพจน์ทางคณิตศาสตร์ อย่างเป็นเหตุและเป็นผลภายใต้หลักตรรกศาสตร์ โดยผ่านกระบวนการพิสูจน์ตามหลักทางคณิตศาสตร์ได้ | 1 ชั่วโมง |
| 1 | กระบวนการของการให้เหตุผล | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive Reasoning) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning) ได้ | 2 ชั่วโมง |

**ตาราง 12 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| | | 3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายการให้เหตุผลเชิง สหัสญาณ (Intuitive Reasoning) ได้ | |
| 2 | **ตรรกศาสตร์**<br>ประพจน์และตัวเชื่อม (Statements and Connectives) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายประพจน์ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการใช้ตัวเชื่อมประพจน์ต่าง ๆ ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของข้อความที่เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology) และข้อขัดแย้ง (Contradiction) ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 3 | ประพจน์ที่สมมูลกัน (Equivalent Statements) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของประพจน์ที่สมมูลกัน (Equivalent Statements) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 3 | การอ้างเหตุผล (Argument) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย การอ้างเหตุผล (Argument) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของหลักการสาธิต (Principle of Demonstration) ในการอ้างเหตุผลได้ | 2 ชั่วโมง |
| 4 | ตัวบ่งปริมาณ (Quantifiers) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการหาค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ (Quantifiers) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 4 | ทดสอบย่อย | หัวข้อที่ได้ศึกษาผ่านมา สัปดาห์ที่ 1–4 ข้อสอบอัตนัย | 2 ชั่วโมง |
| 5 | **การพิสูจน์**<br>1. การพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow q$ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow q$ ได้ | 4 ชั่วโมง |

**ตาราง 12 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| | 2. การพิสูจน์ข้อความ $p \leftrightarrow q$ | 2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ข้อความ $p \leftrightarrow q$ ได้ | |
| 6 | 1. การพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow (q \vee r)$<br>2. การพิสูจน์แบบการแจกแจงกรณี (Proof by Cases)<br>3. การพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow (q \wedge r)$<br>1. การพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง (Proof by Contradiction)<br>2. การพิสูจน์ข้อความเพื่อแสดงว่ามีจริง (Proof of Existence)<br>3. การพิสูจน์ข้อความเพื่อแสดงว่ามีจริงเพียงอย่างเดียว (Proof of Exist Uniqueness)<br>4. การพิสูจน์ว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะเกิดขึ้น (Proof of Impossible)<br>5. การพิสูจน์แย้งโดยยกตัวอย่างค้าน (Disproof by Counter Example)<br>6. การพิสูจน์โดยการกำจัดกรณีที่ไม่ต้องการออกไป (Proof by Elimination) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow (q \vee r)$ ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้นประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์แบบการแจกแจงกรณี (Proof by Cases) ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของ $p \rightarrow (q \wedge r)$ ได้<br>4. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง (Proof by Contradiction) ได้<br>5. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ข้อความเพื่อแสดงว่ามีจริง (Proof of Existence) ได้<br>6. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ข้อความเพื่อแสดงว่ามีจริงเพียงอย่างเดียว (Proof of Exist Uniqueness) ได้<br>7. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะเกิดขึ้น (Proof of Impossible) ได้ | 4 ชั่วโมง |

**ตาราง 12 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| | | 8. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์แย้งโดยยกตัวอย่างค้าน (Disproof by Counter Example) ได้<br>9. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์โดยการกำจัดกรณีที่ไม่ต้องการออกไป (Proof by Elimination) ได้ | |
| 7 | การพิสูจน์โดยการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (Proof by Mathematical Induction) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้นประเมินผลและลงข้อสรุปของการพิสูจน์ โดยการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (Proof by Mathematical Induction) ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 8 | ทดสอบกลางภาค | หัวข้อที่ได้ศึกษาผ่านมา สัปดาห์ที่ 5–7 | 2 ชั่วโมง |
| 9 | **เซต**<br>1. สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets)<br>2. เซตย่อย (subset) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตย่อย (Subset) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 9 – 10 | 1. การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets)<br>2. เซตกำลัง (Power Set ) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของเซตกำลัง (Power Set) ได้ | 6 ชั่วโมง |
| 11 | 1. การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) ได้ | 4 ชั่วโมง |

**ตาราง 12 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 12 | **ความสัมพันธ์**<br>1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products)<br>2. ความสัมพันธ์ (Relations)<br>3. โดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของคู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของความสัมพันธ์ (Relations) ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของโดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 13 | 1. ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์<br>2. ส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของโดเมนและพิสัยของตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 14 | **ฟังก์ชัน**<br>1. แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function)<br>2. ฟังก์ชันผกผัน<br>3. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึง (One to One Function and Onto Function) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของแนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชันได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันผกผันได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึงได้ | |

**ตาราง 12 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 15 | 1. ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function)<br>2. ฟังก์ชันค่าจริง (Real–Value Function) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของฟังก์ชันประกอบได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของฟังก์ชันค่าจริงได้ | 4 ชั่วโมง |
| 16 | ทดสอบปลายภาค | แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 1–2) | 4 ชั่วโมง |

จากการวิเคราะห์เนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลา พบว่า ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเน้นให้ผู้ศึกษาเกิดความเข้าใจในเนื้อหา สามารถอธิบายความคิดรวบยอดในเรื่องที่ศึกษาผ่านกระบวนการ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การประเมินผลและการลงข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล เริ่มการวิจัยในสัปดาห์ที่ 9–15 รวมเวลาที่ใช้ในจัดการเรียนการสอนสำหรับการวิจัยทั้งสิ้น 7 สัปดาห์ คิดเป็น 28 ชั่วโมง

7. นำรายละเอียดขององค์ประกอบทั้งหมด ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลที่ผ่านการสังเคราะห์มาสร้างรูปแบบการจัดการจัดการเรียนการสอนได้ดังนี้

7.1 หลักการ มุ่งเน้นให้ผู้ศึกษาเกิดกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการคิด ความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย สามารถเชื่อมโยงเพื่อสร้างความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอนโดย อาศัยทฤษฎีสรรคนิยมเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดในการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ สร้างความเข้าใจในให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใช้กระบวนการของการให้เหตุผลเสริมต่อการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ การใช้คำถามกระตุ้นการคิด ช่วยเหลือให้คำแนะนำเมื่อผู้เรียนไม่สามารถทำงานนั้นได้ด้วยตนเองมาสังเคราะห์เป็นหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

7.2 วัตถุประสงค์ รูปแบบการเรียนการสอนมีความคาดหวังว่าต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยวัตถุประสงค์ของรูปแบบ

การเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู คือ เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิด ความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

7.3 เนื้อหา ได้แก่ เนื้อหาใน รายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หน่วยกิต 3(2–2–5) หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ในหัวข้อเรื่อง เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

7.4 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ที่พัฒนาขึ้นจากขั้นตอนการสอนในทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivist Theory) และการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเอง มีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: D) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหา

ใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้ เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

7.5 สื่อและแหล่งเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารประกอบการสอนรายวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) MED1101 เอกสารตำราที่เกี่ยวข้องกับวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ วิชาทฤษฎีเซต วิชาระบบจำนวน หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานและสื่อออนไลน์

7.6 การวัดและประเมินผล วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบสังเกตและแบบสัมภาษณ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และข้อสอบแบบเขียนตอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

8. นำเสนอร่างรูปแบบการจัดการเรียนการสอนให้กับอาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

9. จัดทำคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน โดยมีองค์ประกอบ ดังนี้

9.1 ความเป็นมา

9.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

9.3 คำแนะนำการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน

9.4 ข้อควรปฏิบัติก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้/บทบาทของอาจารย์ผู้สอน/บทบาทผู้เรียน/กำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบฯ

9.5 องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

9.6 กระบวนการจัดการเรียนรู้

9.8 สื่อและแหล่งเรียนรู้

9.9 วิธีการวัดและประเมินผล

9.10 แผนการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน โดยแผนการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ มี 7 องค์ประกอบ ดังนี้

9.10.1 คำอธิบายรายวิชา รายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์

9.10.2 สาระสำคัญ

9.10.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

9.10.4 เนื้อหา

9.10.5 กระบวนการจัดการเรียนการสอน

9.10.6 สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

9.10.7 การวัดและประเมินผล

10. นำรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ที่มีองค์ประกอบต่าง ๆ และคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 คน

11. ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสม โดยใช้แบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับและใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 จึงจะถือว่ามีความเหมาะสม

12. นำรูปแบบการจัดการเรียนการสอนและคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ ทำการปรับแก้ตามคำแนะนำและจัดพิมพ์เพื่อนำไปทดลองนำร่อง กับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 29 คน โดยทดลองใช้เวลาเรียนของระบบภาคเรียนที่ 3 ประมาณ 2 สัปดาห์ เวลา 14 ชั่วโมง/สัปดาห์ รวมเวลาในการทำกิจกรรม 28 ชั่วโมง เพื่อทำการ ทดลองนำร่องและหาค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนโดยใช้เกณฑ์ค่าดัชนีประสิทธิผล ไม่ต่ำกว่า 0.50 หรือร้อยละ 50 จึงถือว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิผล

13. นำรูปแบบการจัดการเรียนการสอนและคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมาปรับปรุง แก้ไขและจัดพิมพ์ จัดทำเป็นรูปเล่มสมบูรณ์ พร้อมที่จะนำไปใช้จริงภาคสนามกับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ภาคเรียน ที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 26 คน ต่อไป

**เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน**

เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย

1. แบบประเมินความเหมาะสมของของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน แบ่งออกเป็น 5 ตอน โดยตอนที่ 1–5 เป็นแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ ได้แก่ เหมาะสมมากที่สุด เหมาะสมมาก เหมาะสมปานกลาง เหมาะสมน้อย และเหมาะสมน้อยที่สุด ตามแนวคิดของลิเคิร์ท (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 183–184) ประกอบด้วย

ตอนที่ 1 ประเมินความเหมาะสมของความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบ

ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของทฤษฎีและแนวคิดในการพัฒนารูปแบบ

ตอนที่ 3 ประเมินความเหมาะสมของการกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบ

ตอนที่ 4 ประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของรูปแบบ ประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล

ตอนที่ 5 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เป็นแบบสอบถามปลายเปิด

ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพแบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน มีขั้นตอนดังนี้

1.1 ผู้วิจัยศึกษาแนวคิด และทฤษฎีที่เกี่ยวกับการสร้างแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ ตามแนวคิดของลิเคิร์ท (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 183-184)

1.2 กำหนดประเด็นที่ต้องการศึกษาเกี่ยวกับความเหมาะสมขององค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน

1.3 สร้างข้อคำถามในแบบประเมินตามประเด็นที่กำหนด

1.4 นำแบบประเมินที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เบื้องต้น และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

1.5 นำแบบประเมินที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยการคำนวณค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC)

1.6 ดำเนินการปรับปรุง แก้ไขแบบประเมิน ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วจัดพิมพ์แบบประเมินฉบับสมบูรณ์

2. แบบประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน มีลักษณะเป็นแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ได้แก่ เหมาะสมมากที่สุด เหมาะสมมาก เหมาะสมปานกลาง เหมาะสมน้อย และเหมาะสมน้อยที่สุด ตามแนวคิดของลิเคิร์ท (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 183-184)

ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพแบบประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบ การจัดการเรียนการสอน มีขั้นตอนดังนี้

2.1 ผู้วิจัยศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการสร้างแบบประเมินมาตรประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ ตามแนวคิดของลิเคิร์ท (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 183–184)

2.2 กำหนดประเด็นที่ต้องการศึกษาเกี่ยวกับความเหมาะสมขององค์ประกอบต่างๆ ของคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน

2.3 สร้างข้อคำถามในแบบประเมินตามประเด็นที่กำหนด

2.4 นำแบบประเมินที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เบื้องต้น และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

2.5 นำแบบประเมินที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยการคำนวณค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC)

2.6 ดำเนินการปรับปรุง แก้ไขแบบประเมิน ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วจัดพิมพ์แบบประเมินฉบับสมบูรณ์

**การหาดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.)** ผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ (Try Out) กับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 หมู่เรียนที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 29 คน

2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนการสอน ใช้เวลาเรียนของระบบภาคเรียนที่ 3 ประมาณ 2 สัปดาห์ เวลา 15 ชั่วโมง/สัปดาห์ รวมเวลาในการทำกิจกรรม 30 ชั่วโมง

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำการทดสอบหลังเรียนอีกครั้ง จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.)

**การวิเคราะห์ข้อมูล**

การวิเคราะห์ข้อมูลในขั้นตอนที่ 1 การสร้างและหาคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. การประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนเพื่อหาคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนการสอนดำเนินการ ดังนี้

1.1 นำแบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ซึ่งเป็นแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับที่ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญทั้ง 7 คน มาตรวจให้คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์ดังต่อไปนี้

5 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมากที่สุด

4 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมาก

3 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมปานกลาง

2 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมน้อย

1 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมน้อยที่สุด

1.2 นำผลคะแนนตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ มาหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่าเฉลี่ยที่ได้เทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 183–184)

1.3 เกณฑ์การตัดสินผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญว่าองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 คะแนน

2. การประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนเพื่อหาคุณภาพของคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนดำเนินการ ดังนี้

2.1 นำแบบประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนซึ่งเป็นแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับที่ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญทั้ง 7 คน มาตรวจให้คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์ดังต่อไปนี้

5 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมากที่สุด

4 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมาก

3 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมปานกลาง

2 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมน้อย

1 คะแนน เมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมน้อยที่สุด

2.2 นำผลคะแนนตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ มาหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่าเฉลี่ยที่ได้เทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 183-184)

ค่าเฉลี่ย 4.50-5.00 คะแนน หมายถึง คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50-4.49 คะแนน หมายถึง คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50-3.49 คะแนน หมายถึง คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50-2.49 คะแนน หมายถึง คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00-1.49 คะแนน หมายถึง คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมน้อยที่สุด

2.3 เกณฑ์การตัดสินผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญว่าคู่มือการใช้รูปแบบการจัด การเรียนรู้มีความเหมาะสมหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 คะแนน

3. การหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1 ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนโดยตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3.2 นำคะแนนของนักเรียนทุกคนไปคำนวณหาค่าดัชนีประสิทธิผล

3.3 นำค่าที่ได้ไปเทียบกับเกณฑ์ 0.50 หรือร้อย 50 ถือว่าผ่านเกณฑ์

**ขั้นตอนที่ 2 การใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู**

**วัตถุประสงค์**

เพื่อใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู

**แหล่งข้อมูล**

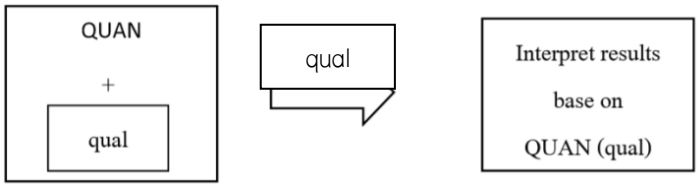
กลุ่มทดลอง ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ชั้นปีที่ 1 หมู่เรียนที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 26 คน ซึ่งได้จากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เพราะทุกปีการศึกษาสาขาคณิตศาสตร์จะรับนักศึกษาจำนวน 2 หมู่เรียน ซึ่งมีคุณลักษณะเหมือนกัน คือ ผ่านการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาต่อในสาขาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จการศึกษาไม่ต่ำกว่ามัธยมศึกษาตอนปลายหรือเทียบเท่า แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์หรือแผนการเรียนที่เรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ซึ่งผู้วิจัยใช้นักศึกษาหมู่เรียนที่ 1 ทำการทดลองนำร่องและหาค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนไปแล้ว ดังนั้นกลุ่มทดลองจึงเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย หมู่เรียนที่ 2

**แบบแผนการทดลอง**

แบบแผนที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัย (Research Designs) วิธีการวิจัยเชิงผสมผสานวิธี (Mixed-methods Research) ซึ่งจากการศึกษาการวิจัยเชิงผสมผสานวิธีใดก็ตาม Creswell and Plano Clark (2011) แสดงถึงจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนทัศน์ (Paradigm) ที่ผู้วิจัยเป็นต้องมีความชัดเจนในการนำมาใช้ในการวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้ผู้วิจัยมี “ระบบความเชื่อพื้นฐาน” (สุวิมล ว่องวานิช, 2563, หน้า 8) ที่เหมาะสมกับระเบียบวิธีวิจัย (Methodology) และได้มาซึ่งความรู้จากการวิจัยนั้นได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยชุดความเชื่อนี้เกี่ยวข้องกับปรัชญาสาขาต่าง ๆ ได้แก่ ภววิทยา (Ontology) ซึ่งเป็นสถานะของความรู้ที่จะถูกสร้างขึ้นจากการวิจัย ญาณวิทยา (Epistemology) ซึ่งเป็นวิธีการได้มาซึ่งความรู้จากการวิจัย และคุณวิทยา (Axiology) ซึ่งเป็นคุณค่าของความรู้จากการวิจัย (สุวิมล ว่องวานิช, 2563) จากการที่ Creswell and Plano Clark (2018) ได้กล่าวถึง กระบวนทัศน์แบบสรรคนิยม (Constructivism) หรือกระบวนทัศน์แบบตีความนิยม (Interpretivism) มีความเหมาะสมเป็นอย่างยิ่งกับการศึกษาเชิงผสมผสานวิธี โดยปรัชญาสรรคนิยม มองว่า ความรู้เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้น ไม่ใช่สิ่งที่มีอยู่แล้วและถูกค้นพบโดยมนุษย์ ดังนั้น ความรู้จึงมีได้หลากหลาย

และจำเพาะเจาะจงกับบริบทและเวลา ไม่ใช่สิ่งที่เป็นสากลทุกที่ทุกเวลา โดยการสร้างความรู้เกี่ยวกับปรากฏการณ์ใด ๆ สามารถเกิดขึ้นจากการที่ผู้วิจัยมีปฏิสัมพันธ์กับปรากฏการณ์นั้น ไม่วิธีการใดก็วิธีการหนึ่ง และนำประสบการณ์จากการมีปฏิสัมพันธ์นั้นมาวิเคราะห์ สะท้อนคิด และสร้างเป็นความรู้ที่สมเหตุสมผล อย่างไรก็ตาม ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์นั้นอาจมีจำกัด และปรากฏการณ์นั้นอาจเปลี่ยนแปลงไป ความรู้นั้นจึงอาจผิดพลาดและเปลี่ยนแปลงได้ในอนาคต (Lincoln and Guba, 1985)

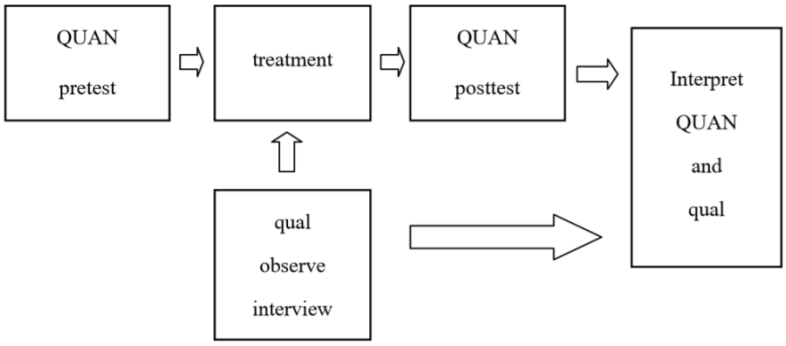
การวิจัยเชิงผสมผสานวิธี จากการศึกษา พบว่า มีหลายแบบแผน ไม่ว่าจะเป็น 1) แบบแผนสามเส้า (Triangulation Design) 2) แบบแผนรองรับภายใน (Embedded Design) 3) แบบแผนเชิงอธิบาย (Explanatory Design) และ 4) แบบแผนเชิงสำรวจบุกเบิก (Exploratory Design) (Creswell and Plano Clark, 2011) การวิจัยนี้ใช้แบบแผนรองรับภายใน โดยการเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพพร้อมกัน (Concurrently) เพื่อหาคำตอบในปัญหาวิจัยเดียวกัน ซึ่งก็คือนักศึกษาครูมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปหรือไม่ แต่ประเด็นในการศึกษามิใช่ประเด็นเดียวกัน อาทิ นักศึกษาครูมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปอย่างไร นักศึกษาครูมีความเข้าใจเกี่ยวกับการให้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่ และการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ การวิจัยเชิงผสมผสานวิธีครั้งนี้มีการจัดให้วิธีการเชิงปริมาณเป็นวิธีการหลัก และวิธีเชิงคุณภาพเป็นวิธีการรอง ซึ่ง (Creswell and Plano Clark, 2018, p. 315) ได้ให้ข้อเสนอแนะในขั้นตอนการออกแบบการวิจัยเชิงผสมผสานแบบรองรับภายใน ดังนี้ 1) ระบุการรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพในการศึกษาว่าข้อมูลดังกล่าวได้มาจากแหล่งข้อมูลใด 2) วาดไดอะแกรมของขั้นตอนในกระบวนการ ขั้นตอน (แสดงด้วยกล่อง) อาจเป็นขั้นตอนในการออกแบบการทดลอง 3) พิจารณาขั้นตอน (กล่อง) ว่าขั้นตอนใดในกระบวนการที่รวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณหรือข้อมูลเชิงคุณภาพ 4) หากขั้นตอน (กล่อง) มีการรวบรวมข้อมูลทั้งสองรูปแบบ จะต้องพิจารณาว่าฐานข้อมูลเชื่อมต่อกันอย่างไร 5) อภิปรายขั้นตอนการใช้การออกแบบวิธีผสมหลักโดยให้ความสนใจกับวิธีการรวมข้อมูลในแต่ละขั้นตอน ซึ่งสอดคล้องกับแบบแผนการวิจัยเชิงผสมผสานแบบรองรับภายในที่ รัตนะ บัวสนธ์ (2554ข) ได้เสนอเป็นแผนภูมิ ดังภาพ 14




**ภาพ 14 แบบแผนการวิจัยเชิงผสมผสานแบบรองรับภายใน**

**ที่มา:** รัตนะ บัวสนธ์, 2554ข

เมื่อ QUAN + หมายถึง วิธีการวิจัยเชิงปริมาณเป็นวิธีการหลักและวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพเป็นวิธีการรอง ดังนั้น แบบแผนการวิจัยที่ผู้วิจัยจะนำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้แสดงเป็นภาพ 15




**ภาพ 15 แผนการวิจัย**

**ที่มา:** รัตนะ บัวสนธ์, 2554ข

จากภาพ 15 อธิบายแผนการวิจัยตามที่ Creswell and Plano Clark (2018, p. 315) ได้นำเสนอไว้เป็นขั้นตอนการทดลอง ดังนี้

1. ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนการทดลอง (Pretest) กับนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และตรวจให้คะแนน ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบการให้คะแนนกับผู้เชี่ยวชาญ โดยหาค่า Rater Agreement Cohen's Unweighted Kappa เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องการตรวจให้คะแนนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ วิเคราะห์โดยโปรแกรม JASP (Open-source Program for Statistical Analysis Supported by

the University of Amsterdam) (ข้อมูลเชิงปริมาณ) และแปลความหมายคะแนนเฉลี่ยเป็นระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 4 ระดับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2535, หน้า 100) เพื่ออธิบายระดับความสามารถของนักศึกษาก่อนเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอน (ข้อมูลเชิงคุณภาพ)

2. ดำเนินการทดลองโดยจัดการจัดการเรียนสอนกับกลุ่มทดลอง โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู กับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ชั้นปีที่ 1 หมู่เรียนที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 26 คน ในคาบเรียนปกติ ตั้งแต่สัปดาห์ที่ 9 เป็นต้นไป เวลาในการทดลอง 4 ชั่วโมง/สัปดาห์ รวม 7 สัปดาห์ รวมเวลาจัดกิจกรรม 28 ชั่วโมง

3. ในขณะที่ดำเนินการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยจะทำการตรวจสอบพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคลจากการตรวจให้คะแนนการทำใบงานในคาบเรียนที่ 9, 12 และ 15 (ข้อมูลเชิงปริมาณ) แปลความหมายคะแนนเฉลี่ยเป็นระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 4 ระดับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2535, หน้า 100) เพื่อดูพัฒนาการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาและอธิบายคุณลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่มีการเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่อย่างไรในแต่ละครั้ง (ข้อมูลเชิงคุณภาพ)

4. หลังเสร็จสิ้นการทดลอง ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังการทดลอง (Posttest) โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับเดียวกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยการตรวจให้คะแนนผู้วิจัยได้เปรียบเทียบการให้คะแนนกับผู้เชี่ยวชาญ โดยหาค่า Rater Agreement Cohen's Unweighted Kappa เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องการตรวจให้คะแนนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ วิเคราะห์โดยโปรแกรม JASP (Open-source Program for Statistical Analysis Supported by the University of Amsterdam) (ข้อมูลเชิงปริมาณ) และแปลความหมายคะแนนเฉลี่ยเป็นระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 4 ระดับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2535, หน้า 100) เพื่ออธิบายระดับความสามารถของนักศึกษาก่อนเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอน (ข้อมูลเชิงคุณภาพ)

5. ตรวจสอบสมมติฐานโดยผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (เนื่องจากการตรวจสอบการแจกแจงของคะแนนไม่เป็นโค้งปกติ จากสถิติที่ใช้ในการทดสอบ Shapiro-Wilk Test และหาขนาดอิทธิพล (Effect Size) จากการคำนวณด้วย Rank-Biserial Correlation เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา (ข้อมูลเชิงปริมาณ)

6. หลังเสร็จสิ้นการตรวจให้คะแนนจากการทดสอบหลังการทดลองของนักศึกษา ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างกับนักศึกษา โดยเป็นตัวแทนจากนักศึกษา จำนวน 8 คน เป็นนักศึกษาที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยอยู่ในระดับดีมาก 2 คน ระดับดี 4 คน และระดับพอใช้ 2 คน เพื่อให้ข้อมูลเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความคิดเห็นส่วนตัวในการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ข้อมูลเชิงคุณภาพ) วิเคราะห์ข้อมูลโดยการตีความสร้างข้อสรุปแบบอุปนัยและนำเสนอข้อมูลแบบบรรยาย

ซึ่งแต่ละขั้นตอนจะมีวิธีการรวมข้อมูลใช้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเป็นหลักและนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพมาใช้ในการอธิบายเสริมเพื่อแสดงให้เห็นถึงระดับความสามารถและคุณลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแสดงออกทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอน รวมถึงการสัมภาษณ์เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการนำการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของผู้เรียนด้วย

**เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูและคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชนิดเขียนอธิบาย

2.1.1 ศึกษาเอกสาร หนังสือที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์

2.1.2 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับรายวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) และศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับ ธรรมชาติและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ตรรกศาสตร์ และระเบียบวิธีพิสูจน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจำนวน เซต ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน จำแนกตามเนื้อหาและรูปแบบการจัดการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

2.1.3 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดคุณลักษณะของข้อสอบตามสัดส่วนน้ำหนักความสำคัญ ดังนี้

**ตาราง 13 แสดงตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

| หน่วยการเรียนรู้/เนื้อหา | จำนวนที่สร้าง | จำนวนที่เลือกใช้ | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ |
|---|---|---|---|
| **หน่วยการเรียนรู้ที่ 1** | | | **การให้เหตุผลแบบอุปนัย** |
| **เซต** | – | – | 1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา |
| 1. สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) | 1 | – | 2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล |
| 2. เซตย่อย (subset) | | | 3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป |
| | | | **การให้เหตุผลแบบนิรนัย** |
| | | | 1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา |
| | | | 2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ |
| | | | 3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| 1. การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) | 3 | 1 | **การให้เหตุผลแบบอุปนัย** |
| 2. เซตกำลัง (Power Set ) | | | 1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา |
| | | | 2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล |
| | | | 3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป |

**ตาราง 13 (ต่อ)**

| หน่วยการเรียนรู้/เนื้อหา | จำนวนที่สร้าง | จำนวนที่เลือกใช้ | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ |
|---|---|---|---|
| | 2 | 2 | **การให้เหตุผลแบบนิรนัย**<br>1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา<br>2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์<br>3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| 1. การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) | 2 | 1 | **การให้เหตุผลแบบอุปนัย**<br>1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา<br>2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล<br>3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป<br>**การให้เหตุผลแบบนิรนัย**<br>1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา<br>2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์<br>3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| **หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความสัมพันธ์** | | | **การให้เหตุผลแบบอุปนัย**<br>1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา<br>2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล<br>3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป |
| 1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) | 2 | 1 | **การให้เหตุผลแบบนิรนัย**<br>1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา<br>2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์<br>3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| 2. ความสัมพันธ์ (Relations) โดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ | 1 | 1 | |
| 3. ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์ | 1 | – | |

**ตาราง 13 (ต่อ)**

| หน่วยการเรียนรู้/เนื้อหา | จำนวนที่สร้าง | จำนวนที่เลือกใช้ | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ |
|---|---|---|---|
| **หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชัน** | | | **การให้เหตุผลแบบอุปนัย** |
| 1. แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function) | 1 | 1 | 1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา<br>2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล<br>3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป |
| 2. แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชันผกผัน | 1 | 1 | **การให้เหตุผลแบบนิรนัย**<br>1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา |
| 3. ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function) | 2 | – | 2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์<br>3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| | | | **การให้เหตุผลในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย**<br>1. การให้เหตุผลเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปไปใช้ในการอ้างอิงในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์จนสามารถสรุปผลกรณีเฉพาะ |
| **รวม** | **16** | **8** | |

2.1.4 สร้างข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบายที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามหน่วยการเรียนและเนื้อหาที่กำหนด แบ่งเป็น 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 8 ข้อ ฉบับที่ 2 เป็น แบบทดสอบวัดความสามารถในหน่วยที่ 3–4 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 8 ข้อ เพื่อคัดเลือกให้เหลือฉบับจริง ฉบับที่ 1 จำนวน 4 ข้อ ฉบับที่ 2 จำนวน 4 ข้อ รวมทั้ง 2 ฉบับ จำนวน 8 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากหน่วยการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

2.1.5 นำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบายที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา

ความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ในการสอบ ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับวัตถุประสงค์ ความชัดเจนของภาษา รวมถึงข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1.6 นำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบายที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขปรับปรุงแล้วตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา พร้อมแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) และคำนวณหาดัชนีความสอดคล้อง (IOC)

2.1.7 ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2.1.8 นำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบายที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาไปทดลองใช้ (Try Out) กับนักศึกษากลุ่มทดลองนำร่อง

2.1.9 นำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบายที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อหาคุณภาพของข้อสอบ ดังนี้ ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) หาค่าความยาก (P) โดยใช้สูตรของ Whitney and Sabers

2) หาค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้สูตรของ Whitney and Sabers

3) คัดเลือกแบบวัดที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ทั้งความยากและอำนาจจำแนก จำนวน 16 ข้อ

4) นำแบบทดสอบวัดความสามารถหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach Alpha Coefficient) โดยมีเกณฑ์ว่า ความเชื่อมั่นต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

2.1.10 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ชนิดเขียนอธิบาย ฉบับสมบูรณ์จำนวน 8 ข้อ เพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

**วิธีดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล**

1. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ชนิดเขียนอธิบาย ฉบับสมบูรณ์จำนวน 8 ข้อ ทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 4 ชั่วโมง 1 วัน ดังนี้

เวลา 09.00–11.00 น. ทดสอบ ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 4 ข้อ เวลาที่ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

เวลา 13.00–15.00 น. ทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หน่วยที่ 3–4 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เวลาที่ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

2. จัดกิจกรรมตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู ที่สร้างขึ้นด้วยแผนการจัดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นตามรูปแบบ จำนวน 3 หน่วย เวลา 28 ชั่วโมง ดังนี้

**ตาราง 14 แสดงแผนการจัดกิจกรรมตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์**

| หน่วยที่ | ชื่อหน่วย | เวลา |
|---|---|---|
| ทดสอบก่อนเรียน ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในหน่วยที่ 1 เซต 4 ข้อ | | 4 ชั่วโมง |
| ทดสอบก่อนเรียน ฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในหน่วยที่ 2–3 จำนวน 4 ข้อ | | |
| 1 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต | 12 ชั่วโมง |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์ | 8 ชั่วโมง |
| 3 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน | 8 ชั่วโมง |
| ทดสอบหลังเรียน เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถชุดเดียวกันกับฉบับที่ 1–2 ก่อนเรียน | | 4 ชั่วโมง |
| | **รวม** | 28 ชั่วโมง |

3. หลังจากดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ ในสัปดาห์ที่ 15 ผู้วิจัยจะดำเนินการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับเดียวกับก่อนเรียน 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมงและฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หน่วยที่ 3–4 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

4. ขณะที่จัดกิจกรรมตามรูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยจะทำการตรวจสอบพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ในคาบเรียนที่ 9, 12 และ 15 เพื่อดูพัฒนาการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา โดยตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5. หลังเสร็จสิ้นการตรวจให้คะแนนจากการทดสอบหลังการทดลองของนักศึกษา ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างกับนักศึกษา โดยการสัมภาษณ์นักศึกษาที่คัดเลือกไว้เพื่อให้ข้อมูลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**การวิเคราะห์ข้อมูล**

ผู้วิจัย วิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองและให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

1.2 หาค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

1.3 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนสอนโดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon Signed-rank Test)

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล

2.2 จำแนกและจัดระบบข้อมูล โดยนำข้อมูลที่ได้มาจำแนกและจัดหมวดหมู่อย่างเป็นระบบ

2.3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการตีความสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย (Analytic Induction)

2.4 นำเสนอข้อมูลแบบบรรยาย

**สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล**

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) โดยใช้สูตร (ปกรณ์ ประจันบาน, 2552, หน้า 214)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ $\overline{x}$ แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด

$n$ แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดจากการเก็บรวบรวมข้อมูล

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) โดยใช้สูตร (ปกรณ์ ประจันบาน, 2552, หน้า 227-228)

$$S.D. = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$x_i$ แทน คะแนนแต่ละตัวที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล

$n$ แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดจากการเก็บรวบรวมข้อมูล

$\sum$ แทน ผลรวม

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 การทดสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Validity) ใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (ปกรณ์ ประจันบาน, 2552, หน้า 164)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ $IOC$ แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$N$ แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 การหาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของข้อสอบแบบอัตนัยสูตรของ Whitney and Sabers (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543)

หาค่าความยาก สูตร $P = \frac{S_u + S_L - (2Nx_{min}())}{2N(xmin_{max})}$

หาค่าอำนาจจำแนก สูตร $D = \frac{S_u - S_L}{N(xmin_{max})}$

เมื่อ $P$ แทน ดัชนีค่าความยาก (Index of Difficulty)

$D$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination)

$S_u$ แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

$S_L$ แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

$N$ แทน จำนวนคนกลุ่มสูง หรือ กลุ่มต่ำ (กลุ่มเดียว)

$x_{max}$ แทน คะแนนที่ได้สูงสุด

$x_{min}$ แทน คะแนนที่ได้ต่ำสุด

2.3 การหาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้วิธีการของ Cronbach หาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha$ – Coefficient) (สมนึก ภัททิยธนี, 2546, หน้า 60–61)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ $\alpha$ แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$k$ แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

$s_i^2$ แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบรายข้อ

$s_t^2$ แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

2.4 การหาค่าดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.) โดยใช้สูตร (รัตนะ บัวสนธ์, 2554ก, หน้า 151)

$$E.I. = \frac{P_2 - P_1}{Total - P_1}$$

เมื่อ $P_1$ แทน ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนของผู้เรียนทุกคน

$P_2$ แทน ผลรวมของคะแนนหลังเรียนของผู้เรียนทุกคน

$Total$ แทน ผลคูณของจำนวนผู้เรียนคูณกับคะแนนเต็ม

3. สถิติในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 การตรวจสอบการแจกแจงของคะแนนแบบเป็นโค้งปกติของกลุ่มทดลอง (Sample Normal Distribution) สถิติที่ใช้ในการทดสอบ Shapiro–Wilk test วิเคราะห์โดยโปรแกรม JASP (Open–source Program for Statistical Analysis Supported by the University of Amsterdam) (ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบการแจกแจงคะแนนของกลุ่มทดลอง พบว่า ไม่เป็นโค้งปกติจึงใช้สถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบสมมติฐานต่อไป)

3.2 การเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยระหว่างก่อนและหลังทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon Signed-rank Test) ซึ่งเป็นการตรวจสอบสมมติฐานที่ใช้หาความสัมพันธ์ของคะแนนก่อนและหลังทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนในกรณีที่การแจกแจงคะแนนของกลุ่มทดลองไม่เป็นโค้งปกติ วิเคราะห์โดยโปรแกรม JASP (Open-source Program for Statistical Analysis Supported by the University of Amsterdam)

3.3 การตรวจสอบขนาดอิทธิพล (Effect Size) สำหรับแบบแผนการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยก่อนเรียนและหลังเรียนจากกลุ่มตัวอย่างเดียวจากการหาด้วยวิธี Rank-Biserial Correlation วิเคราะห์โดยโปรแกรม JASP (Open-source Program for Statistical Analysis Supported by the University of Amsterdam) เกณฑ์การตีความ (Moore, McCabe and Craig, 2012)

| Rank-biserial (r) | ขนาดอิทธิพล |
|---|---|
| <0.10 | ไม่มีผล |
| 0.10 – 0.29 | ส่งผลในระดับน้อยมาก |
| 0.30 – 0.49 | ส่งผลในระดับปานกลาง |
| >0.50 | ส่งผลในระดับมาก |

4. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

4.1 การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานรายบุคคลของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยเป็นแบบตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ($R_1$) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ($R_2$) แสดงเป็นรหัสได้ ดังนี้

**$R_1$ คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

$R_{11}$ คือ ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา

$R_{111}$ คือ ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{112}$ คือ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{113}$ คือ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด

**$R_{12}$** คือ ความสามารถในการหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล

$R_{121}$ คือ ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล

$R_{122}$ คือ สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{123}$ คือ สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล

$R_{124}$ คือ ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{125}$ คือ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{126}$ คือ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

**$R_{13}$** คือ ความสามารถในการหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป

$R_{131}$ คือ ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้

$R_{132}$ คือ สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้

**ตาราง 15 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| การให้คะแนนพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | | |
|---|---|---|
| $R_{11}$ | **การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| $R_{111}$ | ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| $R_{112}$ | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| $R_{113}$ | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| $R_{12}$ | **การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล** | **คะแนน** |
| | **การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร** | |
| $R_{121}$ | ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| $R_{122}$ | สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| $R_{123}$ | สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| | **ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์** | |
| $R_{124}$ | ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| $R_{125}$ | สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| $R_{126}$ | สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| $R_{13}$ | **การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| $R_{131}$ | ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| $R_{132}$ | สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

**ตาราง 16 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| คะแนนเฉลี่ย | ระดับความสามารถ ($L_1$) | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–0.75 | 1 | ปรับปรุง |
| 0.76–1.50 | 2 | พอใช้ |
| 1.51–2.25 | 3 | ดี |
| 2.26–3.00 | 4 | ดีมาก |

**ตาราง 17 แสดงแบบตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| รหัส | | $R_1$ | | | | | | | | | | | รวม $L_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $R_{11}$ | | | $R_{12}$ | | | | | | $R_{13}$ | | |
| | | $R_{111}$ | $R_{112}$ | $R_{113}$ | $R_{121}$ | $R_{122}$ | $R_{123}$ | $R_{124}$ | $R_{125}$ | $R_{126}$ | $R_{131}$ | $R_{132}$ | |
| คะแนน | | 0 | 0.5 | 1 | 0 | 0.25 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0.5 | 0 | 1 | |
| 1 | A | | | | | | | | | | | | |
| 2 | B | | | | | | | | | | | | |
| 3 | C | | | | | | | | | | | | |

**$R_2$ คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

**$R_{21}$** คือ ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา

$R_{211}$ คือ ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{212}$ คือ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{213}$ คือ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด

**$R_{22}$** คือ ความสามารถในการอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์

$R_{221}$ คือ ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้

$R_{222}$ คือ สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น

$R_{223}$ คือ สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น

**$R_{23}$** คือ ความสามารถการสรุปผลกรณีเฉพาะ

$R_{231}$ คือ ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้

$R_{232}$ คือ สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้

**ตาราง 18 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| **การให้คะแนนพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | | |
|---|---|---|
| **$R_{21}$** | **การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| $R_{211}$ | ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| $R_{212}$ | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| $R_{213}$ | สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **$R_{22}$** | **การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| $R_{221}$ | ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |

**ตาราง 18 (ต่อ)**

| การให้คะแนนพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | | |
|---|---|---|
| $R_{222}$ | สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| $R_{223}$ | สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **$R_{23}$** | **3.การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| $R_{231}$ | ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| $R_{232}$ | สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

**ตาราง 19 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| คะแนนเฉลี่ย | ระดับความสามารถ ( $L_2$) | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–0.75 | 1 | ปรับปรุง |
| 0.76–1.50 | 2 | พอใช้ |
| 1.51–2.25 | 3 | ดี |
| 2.26–3.00 | 4 | ดีมาก |

**ตาราง 20 แสดงแบบตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| รหัส | | $R_2$ | | | | | | | | รวม | $L_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $R_{21}$ | | | $R_{22}$ | | | $R_{23}$ | | | |
| | | $R_{211}$ | $R_{212}$ | $R_{213}$ | $R_{221}$ | $R_{222}$ | $R_{223}$ | $R_{231}$ | $R_{232}$ | | |
| คะแนน | | 0 | 0.5 | 1 | 0 | 0.5 | 1 | 0 | 1 | | |
| 1 | A | | | | | | | | | | |
| 2 | B | | | | | | | | | | |
| 3 | C | | | | | | | | | | |

4.2 การสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เก็บข้อมูลโดยการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างรายบุคคล โดยผู้เข้ารับการสัมภาษณ์เป็นนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จำนวน 8 คน เป็นนักศึกษาที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยอยู่ในระดับดีมาก 2 คน ระดับดี 4 คน และระดับพอใช้ 2 คน โดยมีคำถามจำนวน 8 ข้อ คำถามข้อที่ 1–6 เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ คำถามข้อที่ 7–8 เป็นความคิดเห็นส่วนตัวในการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการตีความสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย (Inductive Inference)

4.4 นำเสนอข้อมูลแบบบรรยาย

# บทที่ 4

# ผลการวิจัย

ผลการวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ผลการสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

ขั้นตอนที่ 2 ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

## ขั้นตอนที่ 1 ผลการสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

การนำเสนอผลการสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการวิจัยวิจัย ดังนี้

1. ผลการสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

2. ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

3. ผลการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

### ผลการสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

การสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Joyce and Weil (1996 อ้างอิงใน วารีรัตน์ แก้วอุไร, 2541, หน้า 99-102) และนักการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบ

การเรียนการสอน รวมถึงการสังเคราะห์รูปแบบการสอนที่ใช้ในการวิจัยจากทฤษฎีสรรคนิยม แนวคิดในการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ เพื่อการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู สามารถสรุปองค์ประกอบของรูปแบบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบไปด้วย 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา 4) กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5) สื่อและแหล่งเรียนรู้ และ 6) การวัดและประเมินผล

**1. หลักการ**

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบรูปและความสัมพันธ์ โดยนักคณิตศาสตร์ใช้กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ในการสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ การจัดกระทำข้อแถลงทางคณิตศาสตร์และการนำผลการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ สิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการเหล่านั้นคือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้างหลักการหรือข้อแถลงทั่วไปที่ผูกรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ เข้าไว้ด้วยกัน และการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลเพื่อทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุงข้อแถลงนั้น ซึ่งนักคณิตศาสตร์ใช้กระบวนการเหล่านี้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรตั้งอยู่บนพื้นฐานของการสร้างความรู้ผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม โดยการให้เหตุผลเป็นการเปิดโอกาสให้นักศึกษาได้ใช้ประสบการณ์และความรู้เดิมเพื่อสร้างความรู้ใหม่ ทั้งนี้นักศึกษาอาจจำเป็นต้องได้รับการส่งเสริมหรือการสนับสนุนจากอาจารย์ เพื่อน ผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการใช้ภาษาการตั้งคำถาม การอภิปราย และการแลกเปลี่ยนความคิด ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีสรรคนิยมทางสังคม ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนการสอนได้ผ่านกระบวนการสังเคราะห์ตามทฤษฎีสรรคนิยม การจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคุณลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูต่อไป

**2. วัตถุประสงค์**

เพื่อให้ผู้ศึกษาเกิดกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการคิด ความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย สามารถเชื่อมโยงเพื่อสร้างความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

**3. เนื้อหา**

เนื้อหาในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาตามที่กำหนดในหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย โดยเลือกรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หน่วยกิต 3(2–2–5) และได้ทำการวิเคราะห์เนื้อหาที่มีส่วนเกี่ยวข้อง กำหนดวัตถุประสงค์ และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยเน้นให้ผู้ศึกษาเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสามารถอธิบายความคิดรวบยอดในเรื่องที่ศึกษาผ่านกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การประเมินผลและการลงข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ในเนื้อหาเรื่อง เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยเริ่มการวิจัยในสัปดาห์ที่ 9–15 รวมเวลาที่ใช้ในจัดการเรียนการสอนสำหรับการการวิจัยทั้งสิ้น 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 ชั่วโมงในคาบเรียนปกติ คิดเป็น 28 ชั่วโมง และการทดสอบ (ไม่ใช้คาบเรียนปกติ) ใช้เวลาในการทดสอบฉบับละ 2 ชั่วโมง (แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เรื่อง เซต และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน)

**4. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

กระบวนการจัดการเรียนการสอน เป็นการพัฒนาขึ้นจากขั้นการสอนในทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ โดยในขั้นตอนของการเรียนรู้ได้เสนอการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากการวิเคราะห์สรุปเป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

**5. สื่อและแหล่งเรียนรู้**

5.1 เอกสารประกอบการสอนรายวิชา หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) MED1101 (เอกสารหลัก)

5.2 เอกสารตำราที่เกี่ยวข้องกับวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น เอกสารตำราหลักการทางคณิตศาสตร์ (เล่มอื่น ๆ), เอกสารตำราวิชาทฤษฎีเซต, เอกสารตำราวิชาระบบจำนวน

5.3 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

5.4 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

5.5 สื่อออนไลน์

**6. การวัดและประเมินผล**

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดำเนินการการวัดและประเมินผลทั้งการวัดผลก่อนเรียนและการวัดผลหลังเรียน ซึ่งเป็นการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

6.1 ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ทำแบบทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต 4 ข้อ และแบบทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 2-3 เรื่อง ความสัมพันธ์

และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเขียนอธิบาย โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผล 2 ด้าน คือ 1) ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย 2) ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

6.2 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขณะที่จัดกิจกรรมตามรูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยทำการตรวจสอบพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ในคาบเรียนที่ 9, 12 และ 15 เพื่อดูพัฒนาการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา โดยตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล เพื่อดูพัฒนาการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา

6.3 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ทำแบบทดสอบหลังเรียน ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในหน่วยที่ 1 เรื่อง เซต 4 ข้อ และแบบทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในหน่วยที่ 2–3 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเขียนอธิบาย โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผล 2 ด้าน คือ 1) ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย 2) ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

**ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

การตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการจัดการการสอน ประกอบด้วย การประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู การประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู และการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน ซึ่งผลการประเมิน พบว่า

1. ความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีระดับ

ความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ( $\overline{X}$ = 4.82, S.D. = 0.24) (รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก ง หน้า 421–424)

2. ความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีระดับความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ( $\overline{X}$ = 4.80, S.D. = 0.25) (รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก ง หน้า 425–427)

3. ผลการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คำนวณหาดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 8 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2–3 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 8 ข้อ ซึ่งแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต ข้อสอบทุกข้อใช้ได้มีความตรงเชิงเนื้อหาสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์ โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องเป็น 1.00 ทุกข้อ และฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในหน่วยที่ 3–4 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ข้อสอบทุกข้อใช้ได้มีความตรงเชิงเนื้อหาสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์ โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องในข้อที่ 2–8 เป็น 1.00 และข้อที่ 1 เป็น 0.86 (รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก ง หน้า 428–429) ผู้วิจัยทำการปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แสดงดังตาราง 21

**ตาราง 21 แสดงการปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ**

| ข้อ | แบบทดสอบ | ข้อเสนอแนะ | ปรับแก้ |
|---|---|---|---|
| 1 | กำหนดให้เซต *A* และ *B* เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่าง จะสามารถอธิบายเซต *A* และ *B* ได้ว่าอย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบลงในข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว | ควรใช้คำว่า จะสามารถอธิบายลักษณะเซต *A* และ *B* ได้ว่าอย่างไร<br>1.1 ควรถามว่า จงให้เหตุผลประกอบในการลงข้อสรุปจากข้อความเมื่อ เซต *A* และ *B* เป็นเซตใด ๆ แล้วผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่างจะสามารถอธิบายลักษณะของเซต *A* และ *B* ได้ว่าอย่างไร โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว | กำหนดให้เซต *A* และ *B* เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่าง จะสามารถอธิบายเซต *A* และ *B* ได้ว่าอย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบลงในข้อสรุปจากข้อความเมื่อ เซต *A* และ *B* เป็นเซตใด ๆ แล้วผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่างจะสามารถอธิบายลักษณะของเซต *A* และ *B* ได้ว่าอย่างไร โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |
| | 1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการดำเนินการภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนด | 1.2 ควรถามว่า จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการดำเนินการภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่าง หรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าลักษณะของเซต *A* และ *B* จะเป็นอย่างไร | 1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการดำเนินการภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าลักษณะของเซต *A* และ *B* จะเป็นอย่างไร |

4. ผลการสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน การหาคะแนนเฉลี่ยและการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและแบบนิรนัย แบ่งเป็น 4 ระดับ ตามช่วงคะแนน ดังตาราง 22–25

**ตาราง 22 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |

**ตาราง 22 (ต่อ)**

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย** | |
|---|---|
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

**ตาราง 23 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

**ตาราง 24 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| คะแนนเฉลี่ย ($\overline{X}_1$) | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

**ตาราง 25 แสดงการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| คะแนนเฉลี่ย ($\overline{X}_1$) | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

ผู้วิจัยทำการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและนำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบายที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาไปทดลองใช้กับนักศึกษากลุ่มทดลองนำร่อง

ผลการวิเคราะห์เพื่อหาคุณภาพของข้อสอบ ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2–3 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จากนักศึกษากลุ่มทดลองนำร่อง (29 คน) โดยใช้สูตรของ Whitney and Sabers เพื่อคัดเลือกให้เหลือแบบทดสอบฉบับจริงในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งจำนวนข้อสอบที่ใช้ในฉบับที่ 1 จำนวน 4 ข้อ และฉบับที่ 2 จำนวน 4 ข้อ รวมทั้ง 2 ฉบับ จำนวน 8 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากหน่วยการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ซึ่งปรากฏดังตาราง 26–27

**ตาราง 26 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต**

| ข้อที่ | ความยาก (P) | แปลความหมาย | อำนาจจำแนก(D) | แปลความหมาย | แปลผลคุณภาพแบบวัด |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.38 | ค่อนข้างยาก | 0.45 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 2 | 0.36 | ค่อนข้างยาก | 0.52 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 3 | 0.49 | ปานกลาง | 0.31 | ดี | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 4 | 0.62 | ค่อนข้างง่าย | 0.30 | ดี | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 5 | 0.43 | ปานกลาง | 0.55 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 6 | 0.45 | ปานกลาง | 0.57 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 7 | 0.41 | ปานกลาง | 0.52 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 8 | 0.39 | ค่อนข้างยาก | 0.47 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |

จากตาราง 26 พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต มีคุณภาพของแบบวัดเป็นไปตามเกณฑ์เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ทุกข้อและมีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค เท่ากับ 1.015 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185–196)

**ตาราง 27 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน**

| ข้อที่ | ความยาก (P) | แปลความหมาย | อำนาจจำแนก (D) | แปลความหมาย | แปลผลคุณภาพแบบวัด |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.51 | ปานกลาง | 0.53 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 2 | 0.61 | ค่อนข้างง่าย | 0.38 | ดี | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 3 | 0.51 | ปานกลาง | 0.35 | ดี | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 4 | 0.62 | ค่อนข้างง่าย | 0.39 | ดี | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 5 | 0.48 | ปานกลาง | 0.46 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 6 | 0.43 | ปานกลาง | 0.49 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 7 | 0.39 | ค่อนข้างยาก | 0.36 | ดี | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |
| 8 | 0.38 | ค่อนข้างยาก | 0.41 | ดีมาก | เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ |

จากตาราง 27 พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีคุณภาพของแบบวัดเป็นไปตามเกณฑ์เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ทุกข้อ และมีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาคเท่ากับ 0.998 (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185–196)

ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ทั้งความยากและอำนาจจำแนก ฉบับที่ 1 จำนวน 4 ข้อและฉบับที่ 2 จำนวน 4 ข้อ รวม 8 ข้อ ดังนี้

ฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่อง เซต เลือกใช้ ข้อ 3, ข้อ 5, ข้อ 6 และข้อ 7 ซึ่งเป็นข้อสอบที่มีความเหมาะสมกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และครอบคลุมทุกเนื้อหา แนวคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นไปตามเกณฑ์คุณภาพที่กำหนดไว้

ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เลือกใช้ ข้อ 1, ข้อ 3, ข้อ 5 และข้อ 6ซึ่งเป็นข้อสอบที่มีความเหมาะสมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และครอบคลุมทุกเนื้อหา แนวคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นไปตามเกณฑ์คุณภาพที่กำหนดไว้

จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ ฉบับที่ 1 จำนวน 4 ข้อและฉบับที่ 2 จำนวน 4 ข้อ รวม 8 ข้อ เพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

**ผลการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

ผลการหาค่าดัชนีประสิทธิผลตามสูตรของ รัตนะ บัวสนธ์ (2554ก, หน้า 151) เพื่อหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งปรากฏดังตาราง 28

**ตาราง 28 แสดงผลค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

| จำนวนนักเรียน | คะแนนเต็ม | ผลรวมคะแนน | | ดัชนีประสิทธิผล (E.I.) |
|---|---|---|---|---|
| | | ทดสอบก่อนเรียน | ทดสอบหลังเรียน | |
| 29 | 96 | 882.75 | 2057.20 | 0.6177 |

จากตาราง 28 พบว่า จากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คะแนนเต็ม 96 คะแนน ผลรวมคะแนนของการทดสอบก่อนเรียนเท่ากับ 882.75 ผลรวมคะแนนของการทดสอบหลังเรียนเท่ากับ 2057.20 เมื่อคำนวณค่าดัชนีประสิทธิผลได้เท่ากับ 0.6177 หรือคิดเป็นร้อยละ 61.77 หมายความว่า นักศึกษาที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

**ขั้นตอนที่ 2 ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

การนำเสนอผลผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดังตาราง 29–30

**ตาราง 29 แสดงคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความสามารถจากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ**

| การทดสอบ | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | ระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | จำนวน | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ก่อนเรียน | 24 | 6.00 | 0.00 | 1 | 8 | 30.77 |
| | | 10.67 | 1.06 | 2 | 18 | 69.23 |
| **ภาพรวม** | | **9.23** | **2.36** | **2** | **26** | **100.00** |
| หลังเรียน | 24 | 13.04 | 0.89 | 3 | 12 | 46.15 |
| | | 18.63 | 0.46 | 4 | 14 | 54.85 |
| **ภาพรวม** | | **16.05** | **2.92** | **3** | **26** | **100.00** |

จากตาราง 29 พบว่า จากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย คะแนนเต็ม 24 คะแนน ก่อนเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 9.23, S.D. = 2.36) โดยนักศึกษาส่วนใหญ่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 18 คน (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 10.67, S.D. = 1.06) คิดเป็นร้อยละ 69.23 และระดับปรับปรุง จำนวน 8 คน (ระดับ 1, $\overline{X}$ = 6.00, S.D. = 0.00) คิดเป็นร้อยละ 30.77 และหลังเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 16.05, S.D. = 2.92) โดยนักศึกษาส่วนใหญ่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก จำนวน 14 คน (ระดับ 4, $\overline{X}$ = 18.63, S.D. = 0.46) คิดเป็นร้อยละ 54.85 ระดับดี จำนวน 12 คน (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 13.04, S.D. = 0.89) คิดเป็นร้อยละ 46.15 โดยการตรวจให้คะแนนมีการเปรียบเทียบการให้คะแนนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ ได้ค่า Rater Agreement Cohen's Unweighted Kappa เท่ากับ 0.738 สำหรับการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนเรียน และ 0.718 สำหรับการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยหลังเรียน ซึ่งมีความสอดคล้องการประเมินในระดับมาก

**ตาราง 30 แสดงคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความสามารถจากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ**

| การทดสอบ | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | ระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | จำนวน | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **ก่อนเรียน** | 24 | 5.63 | 0.35 | 1 | 8 | 30.77 |
| | | 10.61 | 1.83 | 2 | 18 | 69.23 |
| **ภาพรวม** | | **9.08** | **2.80** | **2** | **26** | **100.00** |
| **หลังเรียน** | 24 | 11.00 | 0.00 | 2 | 4 | 15.39 |
| | | 14.10 | 1.42 | 3 | 15 | 57.69 |
| | | 19.00 | 0.76 | 4 | 7 | 26.92 |
| **ภาพรวม** | | **14.94** | **2.96** | **3** | **26** | **100.00** |

จากตาราง 30 พบว่า จากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย คะแนนเต็ม 24 คะแนน ก่อนเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 9.08, S.D. = 2.80) โดยนักศึกษาส่วนใหญ่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 18 คน (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 10.61, S.D. = 1.83) คิดเป็นร้อยละ 63.23 และระดับปรับปรุง จำนวน 8 คน (ระดับ 1, $\overline{X}$ = 5.63, S.D. = 0.35) คิดเป็นร้อยละ 30.77 และหลังเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 14.94, S.D. = 2.96) โดยนักศึกษาส่วนใหญ่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 15 คน (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 14.10, S.D. = 1.42) คิดเป็นร้อยละ 57.69 รองลงมา คือ ระดับดีมาก จำนวน 7 คน (ระดับ 4, $\overline{X}$ = 19.00, S.D. = 0.76) คิดเป็นร้อยละ 26.92 และระดับปรับปรุง จำนวน 4 คน (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 11.00, S.D. = 0.00) คิดเป็นร้อยละ 15.39 โดยการตรวจให้คะแนนมีการเปรียบเทียบการให้คะแนนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ ได้ค่า Rater Agreement Cohen's Unweighted Kappa เท่ากับ 0.754 สำหรับการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนเรียน และ 0.723

สำหรับการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยหลังเรียน ซึ่งมีความสอดคล้องการประเมินในระดับมาก

2. ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูรายบุคคล ครั้งที่ 1 (คาบเรียนที่ 9) ครั้งที่ 2 (คาบเรียนที่ 12) และครั้งที่ 3 (คาบเรียนที่ 15) จากการจัดกิจกรรมทั้งหมด 7 คาบ (คาบเรียนที่ 9–15) และแสดงผล ดังตาราง 31–32

**ตาราง 31 แสดงคะแนนเฉลี่ยจากพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยในการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ**

| รหัส | | คะแนนเต็ม | คะแนนเฉลี่ยจากการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ครั้งที่ 1 | | | | ครั้งที่ 2 | | | | ครั้งที่ 3 | | | |
| | | | $\bar{X}$ | S.D. | จำนวน (คน) | ร้อยละ | $\bar{X}$ | S.D. | จำนวน (คน) | ร้อยละ | $\bar{X}$ | S.D. | จำนวน (คน) | ร้อยละ |
| $R_{11}$ | $R_{111}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 |
| | $R_{112}$ | 0.5 | 0.40 | 0.20 | 21 | 80.77 | 0.25 | 0.25 | 13 | 50.00 | 0.15 | 0.24 | 8 | 30.77 |
| | $R_{113}$ | 1 | 0.19 | 0.44 | 5 | 19.23 | 0.50 | 0.51 | 13 | 50.00 | 0.69 | 0.47 | 18 | 69.23 |
| $R_{12}$ | $R_{121}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 1 | 3.85 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 |
| | $R_{122}$ | 0.25 | 0.23 | 0.07 | 24 | 92.30 | 0.14 | 0.13 | 15 | 57.69 | 0.15 | 0.16 | 12 | 46.15 |
| | $R_{123}$ | 0.5 | 0.02 | 0.10 | 1 | 3.85 | 0.21 | 0.25 | 11 | 42.31 | 0.23 | 0.25 | 14 | 53.85 |
| | $R_{124}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 6 | 23.08 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 |
| | $R_{125}$ | 0.25 | 0.19 | 0.11 | 20 | 76.92 | 0.23 | 0.07 | 24 | 92.31 | 0.14 | 0.13 | 15 | 57.69 |
| | $R_{126}$ | 0.5 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.04 | 0.14 | 2 | 7.69 | 0.21 | 0.25 | 11 | 42.31 |
| $R_{13}$ | $R_{131}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 21 | 80.77 | 0.00 | 0.00 | 12 | 46.53 | 0.00 | 0.00 | 2 | 7.69 |
| | $R_{132}$ | 1 | 0.19 | 0.40 | 5 | 19.23 | 0.54 | 0.51 | 14 | 53.85 | 0.92 | 0.27 | 24 | 92.31 |
| คะแนนเฉลี่ยรวม | | 3 | 1.23 | 0.48 | | | 1.91 | 0.58 | | | 2.51 | 0.49 | | |
| ระดับความสามารถในการให้เหตุผล $L_1$ | | | 2 | | | | 3 | | | | 4 | | | |

จากตาราง 31 พบว่า พฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมในการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผล

คณิตศาสตร์แบบอุปนัย จากการตรวจให้คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานครั้งที่ 1 ระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 1.23, S.D. = 0.48) ครั้งที่ 2 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 1 อยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 1.91, S.D. = 0.58) และครั้งที่ 3 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 อยู่ในระดับดีมาก (ระดับ 4, $\overline{X}$ = 2.51, S.D. = 0.49) ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยอย่างต่อเนื่อง

เมื่อพิจารณาตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย พบว่า

ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา จากครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 80.77 ($\overline{X}$ = 0.40, S.D. = 0.20) และมีนักศึกษาบางส่วนสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 19.23 ($\overline{X}$ = 0.19, S.D. = 0.40) ครั้งที่ 2 พบว่า นักศึกษามีความสามารถในการวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด เพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 1 จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 50.00 ($\overline{X}$ = 0.50, S.D. = 0.51) และครั้งที่ 3 พบว่า นักศึกษามีความสามารถในการวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมดเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 จำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ 69.23 ($\overline{X}$ = 0.69, S.D. = 0.47) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหาของนักศึกษามีการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ จากครั้งที่ 1 ไปครั้งที่ 2 (คาบที่ 9–12)

ความสามารถในการหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล แบ่งเป็น 2 คุณลักษณะดังนี้

1. ความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ของลักษณะหรือองค์ประกอบที่ได้จากการวิเคราะห์ ครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่ความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์

ของลักษณะหรือองค์ประกอบที่ได้จากการวิเคราะห์ ได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็น แต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 92.30 ( $\overline{X}$ = 0.23, S.D. = 0.07) และมีนักศึกษาบางส่วนยังอธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผลจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 3.85 ( $\overline{X}$ = 0.00, S.D. = 0.00) และนักศึกษาที่ความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ของลักษณะหรือองค์ประกอบที่ได้จากการวิเคราะห์ได้อย่างสมเหตุสมผล จำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 3.85 ( $\overline{X}$ = 0.02, S.D. = 0.10) ครั้งที่ 2 พบว่า นักศึกษาความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ของลักษณะหรือองค์ประกอบที่ได้จากการวิเคราะห์ได้อย่างสมเหตุสมผลเพิ่มมากขึ้นจากการครั้งที่ 1 จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 42.31 ( $\overline{X}$ = 0.21, S.D. = 0.25) และครั้งที่ 3 พบว่า นักศึกษาความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ของลักษณะหรือองค์ประกอบที่ได้จากการวิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันได้อย่างสมเหตุสมผลเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 จำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 53.85 ( $\overline{X}$ = 0.23, S.D. = 0.25) ซึ่งจะเห็นได้ว่าความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ของลักษณะหรือองค์ประกอบที่ได้จากการวิเคราะห์ นักศึกษาส่วนใหญ่มีการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ครั้งที่ 1 ไปครั้งที่ 2 (คาบที่ 9–12)

2. ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ ครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนในการนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 76.92 ( $\overline{X}$ = 0.19, S.D. = 0.11) และมีนักศึกษาบางส่วนไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนในการนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้จำนวน 6 คน คิดเป็นร้อยละ 23.08 ( $\overline{X}$ = 0.00, S.D. = 0.00) และไม่มีนักศึกษาคนใดสามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนในการนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ ครั้งที่ 2 พบว่า นักศึกษาสามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้เพิ่มมากขึ้นจากการสังเกตครั้งที่ 1 จำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 7.69 ( $\overline{X}$ = 0.04, S.D. = 0.14) และครั้งที่ 3 พบว่า นักศึกษาสามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้เพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 42.31 ( $\overline{X}$ = 0.21, S.D. = 0.25) ซึ่งจะเห็นได้ว่าความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความ

ทางตรรกศาสตร์ นักศึกษาส่วนใหญ่มีการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ครั้งที่ 2 ไปครั้งที่ 3 (คาบที่ 12–15)

การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป ครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 80.77 ( $\overline{X}$ = 0.00, S.D. = 0.00) และมีนักศึกษาบางส่วนสามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 19.23 ( $\overline{X}$ = 0.19, S.D. = 0.40) ครั้งที่ 2 พบว่า นักศึกษาที่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้เพิ่มมากขึ้นจากการสังเกตครั้งที่ 1 จำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 53.85 ( $\overline{X}$ = 0.54, S.D. = 0.51) และครั้งที่ 3 พบว่า นักศึกษาสามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้เพิ่มมากขึ้นจากการสังเกตครั้งที่ 2 จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 92.31 ( $\overline{X}$ = 0.92, S.D. = 0.27) ซึ่งจะเห็นได้ว่า ความสามารถในการหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป นักศึกษามีการพัฒนาเพิ่มขึ้นใกล้เคียงกันในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ครั้งที่ 1 ไปครั้งที่ 2 (คาบที่ 9 – 12) และครั้งที่ 2 ไปครั้งที่ 3 (คาบที่ 12–15) ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถอย่างต่อเนื่อง

**ตาราง 32 แสดงคะแนนเฉลี่ยจากพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยในการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ**

| รหัส | | คะแนนเต็ม | คะแนนเฉลี่ยจากการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ครั้งที่ 1 | | | | ครั้งที่ 2 | | | | ครั้งที่ 3 | | | |
| | | | $\overline{X}$ | S.D. | จำนวน (คน) | ร้อยละ | $\overline{X}$ | S.D. | จำนวน (คน) | ร้อยละ | $\overline{X}$ | S.D. | จำนวน (คน) | ร้อยละ |
| $R_{21}$ | $R_{211}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 |
| | $R_{212}$ | 0.5 | 0.29 | 0.25 | 15 | 57.69 | 0.17 | 0.24 | 9 | 34.62 | 0.12 | 0.21 | 6 | 23.08 |
| | $R_{213}$ | 1 | 0.42 | 0.50 | 11 | 42.31 | 0.65 | 0.49 | 17 | 65.38 | 0.77 | 0.43 | 20 | 76.92 |
| $R_{22}$ | $R_{221}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 10 | 38.46 | 0.00 | 0.00 | 4 | 15.38 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 |
| | $R_{222}$ | 0.5 | 0.31 | 0.25 | 16 | 61.54 | 0.35 | 0.24 | 18 | 69.24 | 0.31 | 0.25 | 16 | 61.54 |
| | $R_{223}$ | 1 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.15 | 0.37 | 4 | 15.38 | 0.38 | 0.50 | 10 | 38.46 |
| $R_{23}$ | $R_{231}$ | 0 | 0.00 | 0.00 | 26 | 100.00 | 0.00 | 0.00 | 22 | 84.62 | 0.00 | 0.00 | 12 | 46.15 |
| | $R_{232}$ | 1 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | 0.15 | 0.37 | 4 | 15.38 | 0.54 | 0.51 | 14 | 53.85 |
| คะแนนเฉลี่ยรวม | | 3 | 1.02 | 0.46 | | | 1.48 | 0.57 | | | 2.12 | 0.53 | | |
| ระดับความสามารถในการให้เหตุผล $L_2$ | | | 2 | | | | 2 | | | | 3 | | | |

จากตาราง 32 พบว่า พฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมในการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ครั้งที่ 1 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 1.02, S.D. = 0.46) ครั้งที่ 2 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 1.48, S.D. = 0.57) และครั้งที่ 3 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 2.12, S.D. = 0.53) ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยอย่างค่อย ๆ พัฒนาขึ้น

เมื่อพิจารณาตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย พบว่า

การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา ครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด จำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 57.69 ($\overline{X}$ = 0.29, S.D. = 0.25) และมีนักศึกษาบางส่วนสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 42.31 ($\overline{X}$ = 0.42, S.D. = 0.50) ครั้งที่ 2 พบว่า นักศึกษาสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมดเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 1 จำนวน 17 คน คิดเป็นร้อยละ 65.38 ($\overline{X}$ = 0.65, S.D. = 0.49) และครั้งที่ 3 พบว่า นักศึกษาสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมดเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 76.92 ($\overline{X}$ = 0.77, S.D. = 0.43) ซึ่งจะเห็นได้ว่าความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา นักศึกษามีการพัฒนาเพิ่มขึ้นใกล้เคียงกันในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ครั้งที่ 1 ไปครั้งที่ 2 (คาบที่ 9–12) และครั้งที่ 2 ไปครั้งที่ 3 (คาบที่ 12–15) ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถอย่างต่อเนื่อง

การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ ครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

หรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น จำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 61.54 ($\overline{X}$ = 0.31, S.D. = 0.25) และมีนักศึกษาบางส่วนไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 38.46 ($\overline{X}$ = 0.00, S.D. = 0.00) และไม่มีนักศึกษาคนใดที่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น ครั้งที่ 2 พบว่า มีนักศึกษาที่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็นเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 1 จำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 15.38 ( $\overline{X}$ = 0.15, S.D. = 0.37) และครั้งที่ 3 พบว่า มีนักศึกษาที่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็นเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 38.46 ( $\overline{X}$ = 0.38, S.D. = 0.50) ซึ่งจะเห็นได้ว่าความสามารถในการอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ นักศึกษาส่วนใหญ่มีการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ครั้งที่ 2 ไปครั้งที่ 3 (ดาบที่ 12–15)

การสรุปผลกรณีเฉพาะ ครั้งที่ 1 พบว่า นักศึกษาทั้งหมดยังไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ ครั้งที่ 2 พบว่า มีนักศึกษาที่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้เพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 1 จำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 15.38 ( $\overline{X}$ = 0.15, S.D. = 0.37) และครั้งที่ 3 พบว่า มีนักศึกษาที่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้เพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 จำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 53.85 ( $\overline{X}$ = 0.54, S.D. = 0.51) ซึ่งจะเห็นได้ว่าความสามารถในการสรุปผลกรณีเฉพาะ นักศึกษามีการพัฒนาเพิ่มขึ้นมากขึ้นในช่วงการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ครั้งที่ 2 ไปครั้งที่ 3 (ดาบที่ 12–15)

3. ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon Signed–rank Test) ดังตาราง 33–34

**ตาราง 33 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ**

| การทดสอบ | n | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | W | z | p | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ก่อนเรียน | 26 | 24 | 9.23 | 2.36 | 0.000 | 4.457* | < .001 | 1.00 |
| หลังเรียน | | 24 | 16.05 | 2.92 | | | | |

**หมายเหตุ:** *p < .05

จากตาราง 33 พบว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ หลังเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล (Effect size) จากการคำนวณด้วย Rank-Biserial Correlation เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงว่า รูปแบบการเรียนการสอนฯ ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยของนักศึกษาในระดับสูง

**ตาราง 34 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ**

| การทดสอบ | n | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | W | z | p | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ก่อนเรียน | 26 | 24 | 9.08 | 2.80 | 0.000 | 4.457* | < .001 | 1.00 |
| หลังเรียน | | 24 | 14.94 | 2.96 | | | | |

**หมายเหตุ:** *p < .05

จากตาราง 34 พบว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ หลังเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล (Effect Size) จากการคำนวณด้วย Rank-Biserial Correlation เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงว่า รูปแบบการเรียนการสอนฯ ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยของนักศึกษาในระดับสูง

4. ผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยเก็บข้อมูลโดยการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างรายบุคคล โดยผู้เข้ารับการสัมภาษณ์เป็นนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอน

ตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จำนวน 8 คน เป็นนักศึกษาที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยอยู่ในระดับดีมาก 2 คน (A1, A2) ระดับดี 4 คน (A3, A4, A5, A6) และระดับพอใช้ 2 คน (A7, A8) โดยมีคำถามจำนวน 8 ข้อ โดยคำถามข้อที่ 1–6 เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ คำถามข้อที่ 7–8 เป็นความคิดเห็นส่วนตัวในการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นำเสนอผลการสัมภาษณ์ดังนี้

4.1 ผลการสัมภาษณ์ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ในภาพรวมของคำถามข้อที่ 1–6 ดังตาราง 35

## ตาราง 35 แสดงผลการสัมภาษณ์ภาพรวมของคำถามข้อที่ 1–6

| ประเด็นคำถาม | ลักษณะสำคัญของประเด็นคำถาม | จำนวนนักศึกษาระดับดีมาก (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับดี (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับพอใช้ (คน) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น |
| 1. นักศึกษาคิดว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีกี่แบบ ประกอบด้วยอะไรบ้าง | 2 แบบ<br>1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย<br>2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย | 2 | – | – | 4 | – | – | 2 | – | – |
| 2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมามีลักษณะการให้เหตุผลอย่างไร | 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ มีการวิเคราะห์ข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล สรุปเป็นกฎ หรือข้อคาดการณ์<br>2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ มีการวิเคราะห์ข้อมูล อ้างอิงกฎหลักการทฤษฎี มาสรุปเป็นกรณีเฉพาะ | 2 | – | – | 4 | – | – | 2 | – | – |
| 3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบมีจุดแข็ง/จุดอ่อนอย่างไร | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์<br><u>จุดแข็ง</u><br>1. สามารถสร้างความรู้ใหม่ผ่านการดำเนินการภายใต้เงื่อนของข้อมูล ทำซ้ำเพื่อหาความสัมพันธ์แล้วได้ข้อสรุปเป็นข้อคาดการณ์ | 2 | – | – | 3 | 1 | – | 2 | – | – |

**ตาราง 35 (ต่อ)**

| ประเด็นคำถาม | ลักษณะสำคัญของประเด็นคำถาม | จำนวนนักศึกษาระดับดีมาก (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับดี (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับพอใช้ (คน) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ตอบครบ ตรง ประเด็น | ตอบได้ บางส่วน | ตอบ ไม่ตรง ประเด็น | ตอบครบ ตรง ประเด็น | ตอบได้ บางส่วน | ตอบ ไม่ตรง ประเด็น | ตอบครบ ตรง ประเด็น | ตอบได้ บางส่วน | ตอบ ไม่ตรง ประเด็น |
| | <u>จุดอ่อน</u><br>1. การตรวจสอบข้อมูลจากการทำซ้ำอาจใช้เหตุการณ์ที่นำมาสร้างข้อสรุปไม่เพียงพอทำให้ข้อสรุป หรือข้อคาดการณ์เกิดความผิดพลาดการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ | 2 | – | – | 3 | 1 | – | 2 | – | – |
| | <u>จุดแข็ง</u><br>1. มีโอกาสผิดได้น้อยเพราะเป็นการแก้ปัญหาผ่าน กฎ หลักการ ทฤษฎี ที่มีมาก่อนเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา<br>2. ใช้ตรวจสอบข้อคาดการณ์ | | | | | | | | | |
| | <u>จุดอ่อน</u><br>1. ไม่สามารถทำให้เกิดความรู้ใหม่เป็นเพียงการตรวจสอบและยืนยันความถูกต้องของข้อคาดการณ์<br>2. ใช้กฎ หลักการหรือทฤษฎีที่นำมาใช้ในการอ้างอิงผิด ทำให้ข้อสรุปผิดพลาดหรือไม่สามารถให้เหตุผลได้เมื่อไม่ทราบกฎ หลักการหรือทฤษฎีที่นำมาใช้ในการอ้างอิง | | | | | | | | | |

**ตาราง 35 (ต่อ)**

| ประเด็นคำถาม | ลักษณะสำคัญของประเด็นคำถาม | จำนวนนักศึกษาระดับดีมาก (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับดี (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับพอใช้ (คน) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น |
| 4. ทำไมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงต้องแยกออกเป็นแต่ละแบบ | 1. กระบวนการในการให้เหตุผลแตกต่างกัน<br>2. การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการวิเคราะห์และสร้างความสัมพันธ์จากเหตุหรือข้อมูลเพื่อสร้างเป็นข้อคาดการณ์เพื่อใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการตรวจสอบข้อคาดการณ์ผ่านการอ้างอิงกฎ หลักการหรือทฤษฎี เพื่อลงข้อสรุปเป็นกรณีเฉพาะ | 2 | – | – | 4 | – | – | 2 | – | – |
| 5. เมื่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแบบไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน) แล้วการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร | 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยช่วยสร้างความรู้ใหม่จากการสังเกตุ ทดลองซ้ำหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดจนได้ความรู้หรือข้อคาดการณ์ใหม่<br>2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยช่วยสร้างความรู้ผ่านการพิสูจน์ อ้างอิง จากข้อคาดการณ์หรือสถานการณ์ ทำให้เกิดความรู้ใหม่ในกรณีเฉพาะของสถานการณ์หรือข้อคาดการณ์นั้น ๆ | 2 | – | – | 4 | – | – | 2 | – | – |

**ตาราง 35 (ต่อ)**

| ประเด็นคำถาม | ลักษณะสำคัญของประเด็นคำถาม | จำนวนนักศึกษาระดับดีมาก (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับดี (คน) | | | จำนวนนักศึกษาระดับพอใช้ (คน) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น | ตอบครบตรงประเด็น | ตอบได้บางส่วน | ตอบไม่ตรงประเด็น |
| 6. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร | 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะช่วยสร้างข้อคาดการณ์และถูกตรวจสอบความถูกต้องผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัย | 1 | – | 1 | 3 | – | 1 | 1 | – | 1 |

จากตาราง 35 ผลการสัมภาษณ์ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ในภาพรวมของคำถามข้อที่ 1–6 สามารถนำเสนอในข้อมูลการสัมภาษณ์ ในแต่ละข้อคำถาม ดังนี้

คำถามข้อที่ 1 นักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มี 2 แบบ ซึ่งประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์

คำถามข้อที่ 2 นักศึกษาทุกคนสามารถบอกลักษณะการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยได้ครบตามองค์ประกอบของคุณลักษณะการให้เหตุผล

คำถามข้อที่ 3 มีนักศึกษา 1 คน (A4) ที่ยังไม่สามารถบอกจุดแข็งและจุดอ่อนของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงดังบทสัมภาษณ์

บทสัมภาษณ์ (A4)

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบมีจุดแข็ง/จุดอ่อนอย่างไร

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A4): การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็ง คือ สามารถดำเนินการจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ทำหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้รู้ว่าเกี่ยวข้องกันอย่างไรแล้วทำการสรุป

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): แล้วจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัยครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A4): ใช้เวลานานครับ ต้องหาว่าข้อมูลมีความเกี่ยวข้องกันไหม เกี่ยวข้องอย่างไร

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): มีจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัยอื่น ๆ เพิ่มเติมอีกไหมครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A4): ไม่มีครับ

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อีกแบบนึงมีจุดแข็ง/จุดอ่อนอย่างไร

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A4): การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็ง คือ แก้ปัญหาได้รวดเร็วครับ สรุปได้ง่ายกว่าถ้ารู้เนื้อหาที่จะมาอ้างอิงหรือแก้นะครับ ส่วนจุดอ่อนพิสูจน์หรือแก้ปัญหาไม่ได้ครับถ้าไม่รู้นิยามหรือทฤษฎีที่จะนำมาอ้างอิง

จากบทสัมภาษณ์ นักศึกษา (A4) ยังมีความเข้าใจในการให้เหตุผลแบบอุปนัยยังไม่ชัดเจนว่าจุดแข็งของการลงข้อสรุปในการให้เหตุผลลักษณะนี้เป็นเพียงข้อคาดการณ์ซึ่งอาจไม่เป็นจริงในทุกกรณีซึ่งเป็นจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัยที่มีโอกาสผิดพลาดได้เมื่อเราไม่สามารถหากรณีที่เป็นเท็จจากการตรวจสอบข้อมูลที่ดำเนินการมา ซึ่งส่งผล

ต่อจุดแข็งของการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่ต้องนำข้อคาดการณ์ดังกล่าวไปตรวจผ่านการอ้างอิงหลักการและทฤษฎีเพื่อสรุปให้เป็นจริง อีกประเด็นหนึ่งที่ A4 ไม่ได้พูดถึงคือจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบนิรนัย คือ ความผิดพลาดในการลงข้อสรุปหรือแก้ปัญหาเมื่อใช้หลักการหรือทฤษฎีที่ไม่ถูกต้องมาใช้ในการอ้างอิงในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์

คำถามข้อที่ 4 นักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าเหตุผลทางคณิตศาสตร์แยกออกเป็นแต่ละแบบเพราะลักษณะของการให้เหตุผลและการสร้างความรู้จากการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ แตกต่างกัน

คำถามข้อที่ 5 นักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าเหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจะสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา ทดลองหาความสัมพันธ์ลงข้อสรุปที่เป็นความรู้ใหม่ที่ได้มา ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะสร้างความรู้จากการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา ใช้กฎ หลักการหรือทฤษฎีในการอ้างอิงเพื่อลงข้อสรุปในกรณีเฉพาะ

คำถามข้อที่ 6 มีนักศึกษา 3 คน (A2) (A4) (A7) ที่ยังไม่สามารถบอกได้ไม่สามารถระบุได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร โดยแสดงดังบทสัมภาษณ์

บทสัมภาษณ์ (A2)

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไรครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A2): การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างจากข้อมูลย่อย ๆ ที่ได้แล้วนำไปสรุป ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยรู้สูตร รู้นิยามหรือทฤษฎีก็แก้ปัญหาสรุปได้แล้วค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): แล้วการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ จะร่วมกันการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ไหมครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A2): เขาทำงานคนละแบบค่ะ ไม่จำเป็นที่จะต้องใช้ทั้ง 2 แบบค่ะ

บทสัมภาษณ์ (A4)

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไรครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A4): การให้เหตุผลทั้งสองแบบมีวิธีการต่างกันครับ แต่ขึ้นอยู่กับครูครับว่าจะสอนแบบไหนให้นักเรียนนำไปใช้ในการแก้ปัญหา อาจไม่จำเป็นต้องรู้ทั้ง 2 แบบครับ

บทสัมภาษณ์ (A7)

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไรครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A7): อุปนัยทดลองซ้ำ ๆ แล้วสรุปผลครับ ส่วนนิรนัยอ้างอิงในการแก้ปัญหาครับ

ผู้สัมภาษณ์ (ผู้วิจัย): แล้วการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ จะร่วมกันการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ไหมครับ

ผู้รับการสัมภาษณ์ (A7): ผมคิดว่าเขาสร้างความรู้ต่างกันครับ แบบไหนก็ทำให้เรารู้ได้ครับ อาจไม่ต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบร่วมกันครับ

จากบทสัมภาษณ์ นักศึกษา (A2) และ (A7) ทราบว่าการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบออกจากกันเพราะมีลักษณะการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน แต่ยังไม่สามารถบอกได้ว่า การให้เหตุผลทั้งสองแบบใช้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วมกันได้อย่างไร ส่วนนักศึกษา (A4) คำตอบแสดงให้เห็นว่าสามารถใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดก็ได้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไม่จำเป็นต้องรู้ทั้ง 2 แบบ และทั้ง 3 คน ไม่สามารถระบุได้ว่าการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ จะช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะใช้ในการสร้างข้อคาดการณ์และใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยจะช่วยตรวจสอบความถูกต้องของข้อคาดการณ์นั้น

4.2 ผลการสัมภาษณ์นักศึกษาเกี่ยวกับการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหาแบบใดที่นักศึกษาใช้มากกว่ากัน เพราะเหตุใด โดยเสนอภาพรวม ดังตาราง 36

**ตาราง 36 แสดงผลการสัมภาษณ์ภาพรวมของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดที่นักศึกษาใช้ในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา**

| ประเด็นคำถาม | นักศึกษา | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | | เหตุผล |
|---|---|---|---|---|
| | | อุปนัย | นิรนัย | |
| 7. โดยส่วนตัวนักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหามากกว่ากัน เพราะเหตุใด | A1 | ✓ | | เพราะส่วนใหญ่โจทย์หรือปัญหาที่พบ ผมมักจะมองหาเห็นสิ่งที่โจทย์ให้มา ตั้งคำถามกับตัวเองว่าจะสร้างความสัมพันธ์จากเงื่อนไขที่ได้มาอย่างไร แล้วจึงแก้ปัญหาและสรุปครับ |
| | A2 | ✓ | | ค่อย ๆ ทำไปตามเหตุการณ์ค่ะ ทดลองซ้ำไปเรื่อย ๆ ถ้าไม่เจอข้อขัดแย้งใด ๆ ก็สรุปได้ค่ะ |
| | A3 | ✓ | | เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยการสังเกตสิ่งที่กำลังจะทำ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง หาความสัมพันธ์ของเหตุมาสรุปเพื่อเป็นข้อเท็จจริง |
| | A4 | ✓ | | ส่วนตัวมักใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยมากกว่าในการแก้ปัญหาหรือสร้างความรู้ครับ เพราะเห็นภาพชัดเจนสามารถทดลองทำตามเงื่อนไขได้ครับ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวตามเงื่อนไขแล้วสรุปครับ เพราะในบางครั้งอาจจำกฎ ทฤษฎีหรือนิยามไม่ได้ ก็จะเป็นการยากที่จะแก้ปัญหาโดยการนิรนัยครับ |
| | A5 | ✓ | | เพราะเราสามารยักตัวอย่างจากสถานการณ์ที่กำหนดมาให้ ทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้งเพื่อหาข้อเท็จจริงค่ะ เช่น 1, 2, 4, 8, ... ถ้าเราลองดูตัวถัดไปจากตัวข้างหน้า คือ คูณ 2 ตัวก่อนหน้านั้นตัวต่อจาก 8 คือ 16 ตัวต่อจาก 16 คือ 32 ดังนั้น ค่าของแต่ละพจน์จะเป็น $2^{n-1}$ ค่ะ |
| | A6 | ✓ | | เพราะสามารถยกตัวอย่างจากสถานการณ์ที่กำหนดหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วนำมาสรุปได้ สามารถมองจากส่วนย่อยไปสร้างความสัมพันธ์เป็นการสรุปผลจากการค้นหาความจริง |
| | A7 | ✓ | | ผมจะตั้งคำถามและสมมติฐานก่อนว่าจะเกิดอะไรขึ้นแล้วทดลองซ้ำ ๆ ครับ เพื่อแก้ปัญหา |
| | A8 | ✓ | | ส่วนมากจะหาคำตอบโดยการสังเกตก่อนหรือทดลองหลาย ๆ ตัวอย่างคาดการณ์จากเงื่อนไขว่าเป็นไปได้อย่างไรแล้วจึงสรุป แต่หากจะแก้ปัญหาแบบนิรนัยอาจต้องมีความรู้เพียงพอในการใช้ทฤษฎี |

จากตาราง 36 ผลการสัมภาษณ์นักศึกษาเกี่ยวกับการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหาแบบใดที่นักศึกษาใช้มากกว่ากัน เพราะเหตุใด พบว่า นักศึกษาทุกคนใช้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และระบุไปในทางเดียวกันว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์สามารถวิเคราะห์สถาณการณ์ปัญหา ทดลอง ยกตัวอย่าง จากเงื่อนไขซ้ำ ๆ หรือหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อดูความสัมพันธ์เพื่อลงข้อสรุป ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์มีนักศึกษา 2 คน (A4, A8) ที่ระบุว่าเมื่อจะใช้การแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยต้องอาศัยการอ้างอิงจากกฎหรือทฤษฎีซึ่งต้องมีความรู้เพียงพอเกี่ยวกับการนำกฎหรือทฤษฎีดังกล่าวมาใช้ในการแก้ปัญหา

4.3 ผลการสัมภาษณ์นักศึกษาเกี่ยวกับสถานการณ์ที่นักศึกษาจะใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา โดยแสดงภาพรวมของการยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้ได้ ดังตาราง 37

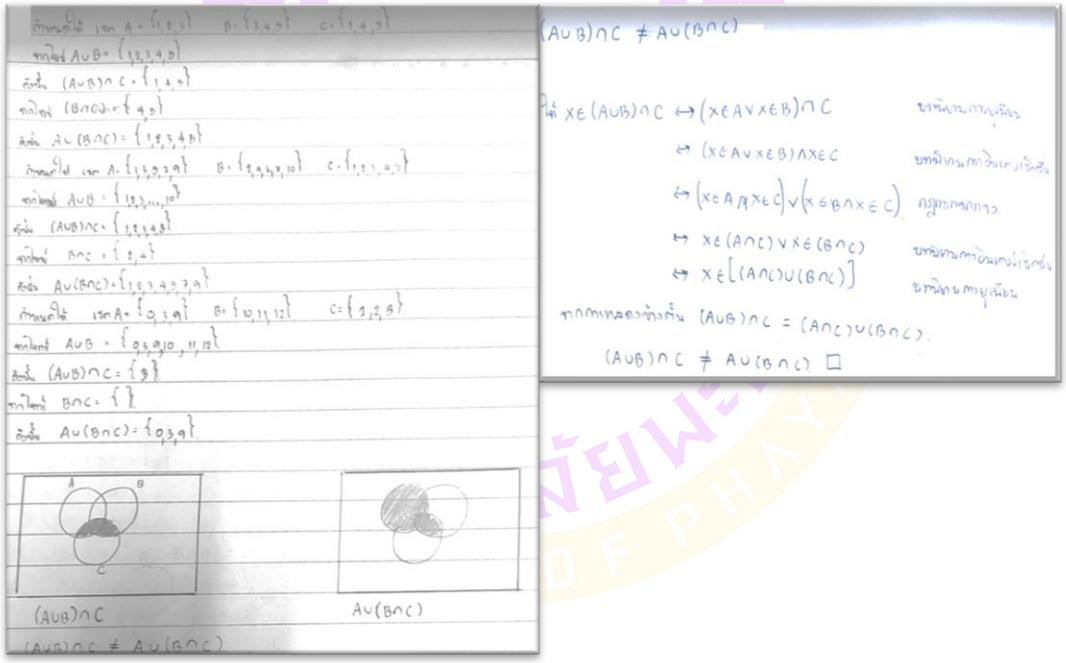
**ตาราง 37 แสดงผลการสัมภาษณ์ภาพรวมของยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้ได้**

| ประเด็นคำถาม | ลักษณะสำคัญของประเด็นคำถาม | จำนวนนักศึกษาระดับดีมาก (คน) | | | | จำนวนนักศึกษาระดับดี (คน) | | | | จำนวนนักศึกษาระดับพอใช้ (คน) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | อุปนัย | | นิรนัย | | อุปนัย | | นิรนัย | | อุปนัย | | นิรนัย | |
| | | ได้ | ไม่ได้ | ได้ | ไม่ได้ | ได้ | ไม่ได้ | ได้ | ไม่ได้ | ได้ | ไม่ได้ | ได้ | ไม่ได้ |
| 8. ลองยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาจะใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมาในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา | ยกตัวอย่างปัญหาทางคณิตศาสตร์และบอกได้ว่าใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างองค์ความรู้ได้ | 2 | – | 2 | – | 4 | – | 4 | – | 2 | – | 2 | – |

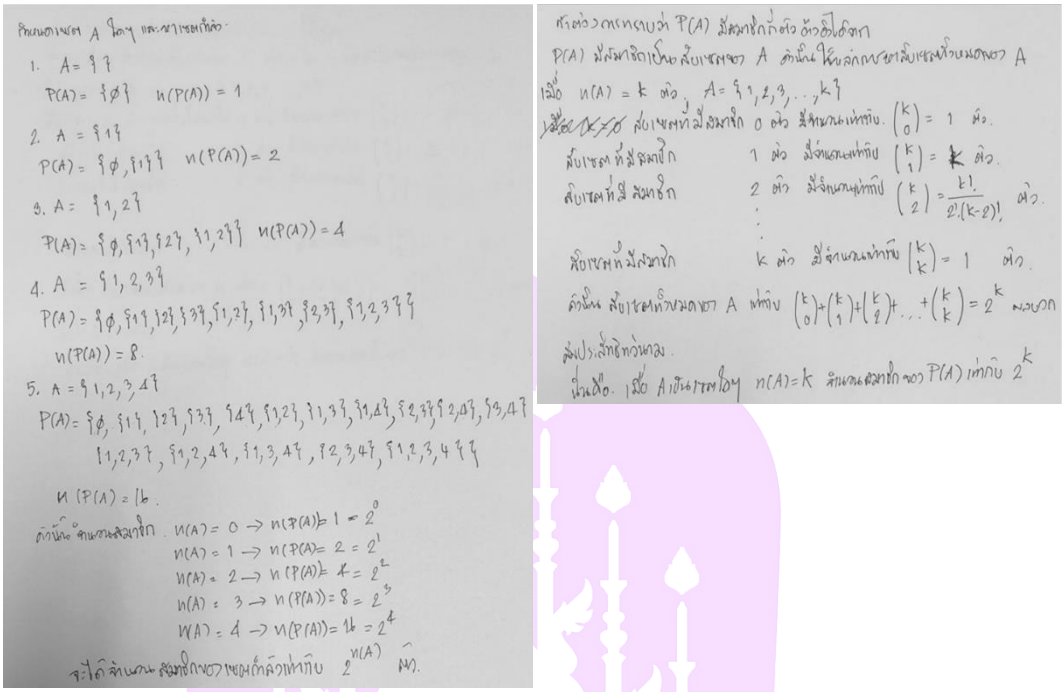
จากตาราง 37 ผลการสัมภาษณ์นักศึกษาในการยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้ได้ พบว่านักศึกษาทุกคนสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ตนเองจะใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างองค์ความรู้ได้ ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1) ยกตัวอย่างสถานการณ์เพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้นได้อย่างไร กลุ่มที่ 2) ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้จากสถานการณ์นั้นได้อย่างไร

**ตัวอย่างนักศึกษา กลุ่มที่ 1** ยกตัวอย่างสถานการณ์เพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้นได้อย่างไร เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเราต้องการทราบว่า $(A \cup B) \cap C$ กับ $A \cup (B \cap C)$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร



**ภาพ 16 ตัวอย่างของนักศึกษาที่ยกตัวอย่างเพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้นได้อย่างไร จาก $(A \cup B) \cap C$ กับ $A \cup (B \cap C)$ตัวอย่างที่ 2 จะสามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตกำลังมีจำนวนกี่ตัวได้อย่างไร**

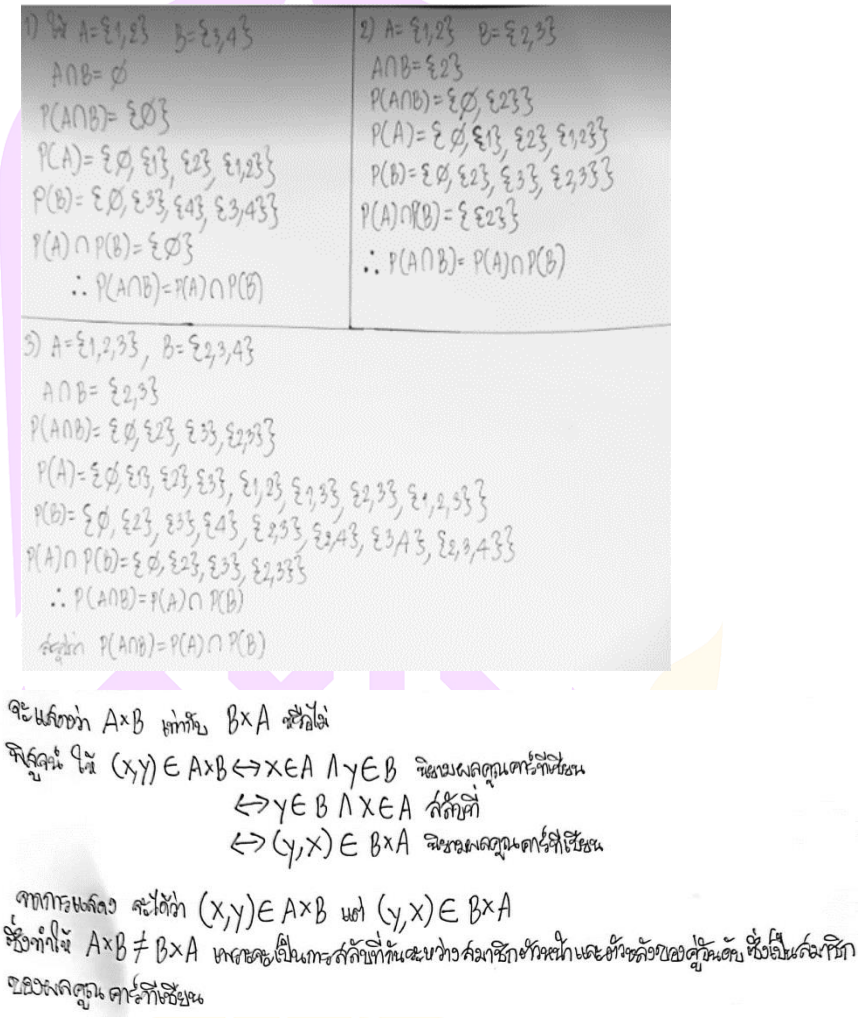


**ภาพ 17 ตัวอย่างของนักศึกษาที่ยกตัวอย่างเพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้นได้อย่างไรจากการจำนวนสมาชิกของเซตกำลัง**

จากทั้ง 2 ตัวอย่างที่แสดง นักศึกษากลุ่มนี้จะแสดงการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์เดียวโดยแสดงให้เห็นว่า สามารถสร้างความรู้ (ข้อคาดการณ์) จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยแล้วจึงแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัยโดยการอ้างอิงจากกฎ ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและลงข้อสรุปในกรณีที่ต้องการศึกษา (แม้ว่าการแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัย (การพิสูจน์) ในตัวอย่างที่ 1 อาจไม่ใช่หลักการพิสูจน์ในกรณีนี้แต่นักศึกษามีข้อคาดการณ์ในการอุปนัยจึงแสดงการให้เหตุผลอ้างอิงผ่านนิยามและกฎและลงข้อสรุปว่าทั้ง 2 เซตไม่เท่ากัน)

**ตัวอย่างนักศึกษา กลุ่มที่ 2** ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้จากสถานการณ์นั้นได้อย่างไร เช่น

ตัวอย่าง $P(A \cap B)$ เท่ากับ $P(A) \cap P(B)$ หรือไม่ นักศึกษาเลือกใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อลงข้อสรุป และยกตัวอย่างว่า $A \times B$ เท่ากับ $B \times A$ หรือไม่ นักศึกษาเลือกใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย (พิสูจน์) เพื่อลงข้อสรุป




**ภาพ 18 ตัวอย่างของนักศึกษาที่ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้จากสถานการณ์นั้นได้อย่างไร จาก $P(A \cap B)$ เท่ากับ $P(A) \cap P(B)$ หรือไม่ และ $A \times B$ เท่ากับ $B \times A$ หรือไม่**

จากตัวอย่าง นักศึกษากลุ่มนี้จะแสดงการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดขึ้นอยู่กับสถานการณ์ที่พบและความรู้พื้นฐานของตนเอง เช่น ในข้อ $P(A \cap B)$ เท่ากับ $P(A) \cap P(B)$ หรือไม่ นักศึกษาเลือกใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยโดยการยกตัวอย่างเพื่อลงข้อสรุปว่าเซตทั้ง 2 เท่ากัน (ผู้วิจัยถามว่าใช้เหตุผลแบบนิรนัยในข้อนี้ได้หรือไม่ นักศึกษาตอบว่าเพราะข้อนี้ตนเองไม่สามารถอ้างอิงเพื่อแสดงการพิสูจน์ได้เพราะจำไม่ได้ว่าต้องใช้นิยามหรือทฤษฎีใดมาอ้างอิง) ส่วนการแสดง $A \times B$ เท่ากับ $B \times A$ หรือไม่ นักศึกษาเลือกใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย (พิสูจน์) เพื่อลงข้อสรุปว่าเซตทั้ง 2 ไม่เท่ากัน (ผู้วิจัยถามว่าใช้เหตุผลแบบอุปนัยในการลงข้อสรุปได้หรือไม่ นักศึกษาตอบว่าได้แต่ต้องยกตัวอย่างมาแสดงเสียเวลา ซึ่งข้อนี้สามารถแสดงการอ้างอิงเพื่อแสดงการพิสูจน์ได้)

จากผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากคำถามทั้ง 8 ข้อ สรุปได้ว่า คำถามข้อที่ 1–6 ซึ่งเป็นคำถามที่ตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงสามารถบอกคุณลักษณะการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบได้อย่างถูกต้อง แต่ยังมีนักศึกษาบางคนที่ยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกี่ยวกับการลงข้อสรุปว่า การลงข้อสรุปหรือการสร้างข้อคาดการณ์จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยสามารถลงข้อสรุปตามที่ตนเองวิเคราะห์เหตุและหาความสัมพันธ์เพียงเท่านั้น ซึ่งอาจเป็นจุดอ่อนของการให้เหตุผลลักษณะนี้เพราะถ้าผู้ให้เหตุผลแสดงเหตุเพียงบางส่วนอาจได้มาซึ่งข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ที่ผิดพลาด ทำให้ผู้เรียนได้รับองค์ความรู้ที่ผิดพลาดไปด้วยนั่นเอง นอกจากนี้นักศึกษาบางคนยังไม่สามารถบอกได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ซึ่งนักศึกษาเข้าใจเพียงว่าการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบมีคุณลักษณะในการให้เหตุผลต่างกัน แต่ได้ข้อสรุปเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน เพียงรู้อย่างใดอย่างหนึ่งก็เพียงพอ ซึ่งแท้ที่จริงแล้วการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะเป็นเพียงการลงข้อสรุปเพื่อสร้างข้อคาดการณ์แต่จะต้องถูกตรวจสอบโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อสรุปในรูปนัยทั่วไปอีกครั้ง ซึ่งการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ จะช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง

คำถามข้อที่ 7 เป็นความคิดเห็นส่วนตัวในการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดที่นักศึกษาใช้ในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหามากกว่ากัน เพราะเหตุใด ผลปรากฏว่า นักศึกษาทุกคนใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างองค์ความรู้และใช้ในการแก้ปัญหา โดยให้เหตุผลในทำนองเดียวกันว่า เมื่อต้องพบกับปัญหาหรือสถานการการณ์ใหม่ทางคณิตศาสตร์จะสามารถวิเคราะห์ปัญหาสามารถแสดงตัวอย่างจากเหตุที่กำหนดให้สามารถยกตัวอย่างทำซ้ำ ๆ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และหาข้อสรุปในสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาในสถาณการณ์นั้น ๆ ซึ่งนักศึกษาบางคนให้เหตุผลเพิ่มเติมว่าการสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการอ้างอิงซึ่งอาจลืมหรืออาจไม่ทราบว่าจะใช้ความรู้เรื่องใดมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นส่วนมากจึงไม่ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการแก้ปัญหาหรือสร้างความรู้

คำถามข้อที่ 8 เป็นการตรวจสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างองค์ความรู้หรือการแก้ปัญหาโดยให้ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาจะใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบ ผลปรากฏว่า นักศึกษาทุกคนสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ตนเองจะใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างองค์ความรู้ได้ ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1) ยกตัวอย่างสถานการณ์เพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ กลุ่มที่ 2) ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบในการสร้างความรู้

# บทที่ 5

# บทสรุป

บทสรุป การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยและพัฒนา แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ผลการสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู 2) ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

## สรุปผลการวิจัย

**1. ผลการสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู พบว่า**

1.1 รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มี 6 องค์ประกอบ ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล โดยมีกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบ่งออกได้เป็น 6 ขั้นตอน ตาม EISDGA คือ ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validates: D) ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) ดังภาพ 17

**ภาพ 19 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

จากภาพ 17 อธิบายความเชื่อมโยงกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนได้ ดังนี้ ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) โดยผู้สอนนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) ขั้นนี้ผู้สอนนำเสนอปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้อกับความรู้ใหม่ที่ต้องเรียนเพื่อให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) ขั้นนี้เป็นการแลกเปลี่ยนข้อสรุปวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกันผ่านการอภิปรายซักถาม เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validates: D) เป็นการนำข้อสรุป (ข้อคาดการณ์) ทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกันเพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องเพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุป และขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ได้ไปประยุกต์ใช้ใช้ชีวิตประจำวันในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความรู้ที่ได้รับ รวมถึง

การทดลองการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความรู้ที่ตนเองได้รับในฐานะนักศึกษาครู

1.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีคุณภาพด้านความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\overline{X}$ = 4.82, S.D. = 0.24) และความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีระดับความเหมาะสมอยู่ในระดับ มากที่สุด ($\overline{X}$ = 4.80, S.D. = 0.25)

1.3 ผลการหาคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีค่าดัชนีประสิทธิผลได้เท่ากับ 0.6177 หรือคิดเป็นร้อยละ 61.77 หมายความว่า นักศึกษาที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

**2. ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม พบว่า**

2.1 นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แปลความหมายจากคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย คะแนนเต็ม 24 คะแนน ก่อนเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 9.23, S.D. = 2.36) และหลังเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 16.05, S.D. = 2.92) และจากการทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย คะแนนเต็ม 24 คะแนน ก่อนเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 9.08, S.D. = 2.80) และหลังเรียนในภาพรวมนักศึกษามีระดับความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 14.94, S.D. = 2.96) ซึ่งแสดงให้เห็นว่ารูปแบบการเรียนการสอนฯ

ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นสามารถพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาเพิ่มมากขึ้น

2.2 นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากการตรวจสอบพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูรายบุคคล ครั้งที่ 1 (คาบเรียนที่ 9) ครั้งที่ 2 (คาบเรียนที่ 12) และครั้งที่ 3 (คาบเรียนที่ 15) จากการจัดกิจกรรมทั้งหมด 7 คาบ (คาบเรียนที่ 9–15) โดยแบ่งเป็นความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาตร์แบบอุปนัยและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาตร์แบบนิรนัย ดังนี้

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาตร์แบบอุปนัย จากการตรวจสอบพฤติกรรมจากตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมในการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยอย่างต่อเนื่อง ครั้งที่ 1 ระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 1.23, S.D. = 0.48) ครั้งที่ 2 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 1 อยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 1.91, S.D. = 0.58) และครั้งที่ 3 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมเพิ่มมากขึ้นจากครั้งที่ 2 อยู่ในระดับดีมาก (ระดับ 4, $\overline{X}$ = 2.51, S.D. = 0.49) ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยอย่างต่อเนื่อง

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาตร์แบบนิรนัย จากการตรวจสอบพฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมในการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ครั้งที่ 1 ระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 1.02, S.D. = 0.46) ครั้งที่ 2 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ (ระดับ 2, $\overline{X}$ = 1.48, S.D. = 0.57) และครั้งที่ 3 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

ภาพรวมอยู่ในระดับดี (ระดับ 3, $\overline{X}$ = 2.12, S.D. = 0.53) ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยอย่างค่อย ๆ พัฒนาขึ้น

2.3 นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู หลังเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล เท่ากับ 1.00 และความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพลเท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงว่า รูปแบบการเรียนการสอนฯ ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยของนักศึกษาในระดับสูง

2.4 การสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จำนวน 8 คน ซึ่งเป็นนักศึกษาที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยอยู่ในระดับดีมาก 2 คน ระดับดี 4 คน และระดับพอใช้ 2 คน โดยผู้วิจัยเก็บข้อมูลโดยการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างรายบุคคล โดยมีคำถามจำนวน 8 ข้อ โดยคำถามข้อที่ 1–6 เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า นักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงสามารถบอกคุณลักษณะการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบได้อย่างถูกต้อง แต่ยังมีนักศึกษาบางคนที่ยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกี่ยวกับการลงข้อสรุปว่า สามารถลงข้อสรุปตามที่ตนเองวิเคราะห์เหตุและหาความสัมพันธ์เพียงเท่านั้น ซึ่งอาจเป็นจุดอ่อนของการให้เหตุผลลักษณะนี้เพราะถ้าผู้ให้เหตุผลแสดงเหตุเพียงบางส่วนอาจได้มาซึ่งข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ที่ผิดพลาด ทำให้ผู้เรียนได้รับองค์ความรู้ที่ผิดพลาดไปด้วยนั่นเอง นอกจากนี้นักศึกษาบางคนยังไม่สามารถบอกได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ซึ่งนักศึกษาเข้าใจเพียงว่าการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบมีคุณลักษณะในการให้เหตุผลต่างกันแต่ได้ข้อสรุปเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน เพียงรู้อย่างใดอย่างหนึ่งก็เพียงพอ ซึ่งแท้ที่จริงแล้วการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะเป็นเพียงการลงข้อสรุปเพื่อสร้างข้อคาดการณ์แต่จะต้องถูกตรวจสอบโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อสรุปในรูปนัยทั่วไปอีกครั้ง ซึ่งการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบจะช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง ส่วนคำถามข้อที่ 7 เป็นความคิดเห็นส่วนตัวในการใช้การให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์แบบใดที่นักศึกษาใช้ในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหามากกว่ากัน เพราะเหตุใด ผลปรากฏว่า นักศึกษาทุกคนใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างองค์ความรู้และใช้ในการแก้ปัญหา โดยให้เหตุผลในทำนองเดียวกันว่า เมื่อต้องพบกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ทางคณิตศาสตร์จะสามารถวิเคราะห์ปัญหาสามารถแสดงตัวอย่างจากเหตุที่กำหนดให้สามารถยกตัวอย่างทำซ้ำ ๆ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และหาข้อสรุปในสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาในสถาณการณ์นั้น ๆ ซึ่งนักศึกษาบางคนให้เหตุผลเพิ่มเติมว่าการสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการอ้างอิงซึ่งอาจลืมหรืออาจไม่ทราบว่าจะใช้ความรู้เรื่องใดมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นส่วนมากจึงไม่ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการแก้ปัญหาหรือสร้างความรู้ และคำถามข้อที่ 8 เป็นการตรวจสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างองค์ความรู้หรือการแก้ปัญหาโดยให้ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาจะใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบ ผลปรากฏว่า นักศึกษาทุกคนสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ตนเองจะใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างองค์ความรู้ได้ ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1) ยกตัวอย่างสถานการณ์เพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบสร้างความรู้ในสถานการณ์นั้น กลุ่มที่ 2) ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบในการสร้างความรู้

**อภิปรายผลการวิจัย**

จากผลการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู วิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนของการวิจัย ผู้วิจัยนำผลการวิจัยที่สำคัญ มาอภิปราย ดังนี้

1. การสร้างและหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยการศึกษาค้นคว้าจากทฤษฎีการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยได้ยึดแนวทางในการนำเสนอรูปแบบการจัดการเรียนการสอนของ Joyce, Weil and Calhoun, (2009) ได้นำเสนอหลักการสำคัญในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ดังนี้ ส่วนที่ 1 ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน เป็นการกล่าวถึงลักษณะของธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะและธรรมชาติเฉพาะตัว ซึ่งทำให้คณิตศาสตร์มีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น ๆ ซึ่ง (American Association for the Advancement of Science

(AAAS), 1993) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง “แบบรูปและความสัมพันธ์” (Patterns and Relationships) โดยนักคณิตศาสตร์ใช้ “กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์” (Mathematical Inquiry) สิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ก็คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล 2 ประเภทหลัก คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้าง “หลักการ (หรือข้อแถลงทั่วไป) ที่ผูกรวม (ข้อเท็จจริงต่าง ๆ) เข้าไว้ด้วยกัน” และการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลเพื่อ “ทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุง (ข้อแถลงนั้น)” (Dewey, 1910, p. 82) จากลักษณะธรรมชาติของคณิตศาสตร์ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นผ่านกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Dossey (1992) และ Ernest (1993) ได้เสนอว่า “ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนภายในจิตใจที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อใช้แทนสิ่งที่เกิดขึ้นจากโลกภายนอก หาใช่สิ่งที่มีอยู่แล้วแต่ถูกค้นพบโดยมนุษย์ในภายหลัง” นอกจากนี้ เออเนสท์ ยังให้แนวคิดเพิ่มเติมว่า “คณิตศาสตร์ไม่ใช่ความรู้ที่เป็นปรนัย สัมบูรณ์ แน่นอน และแก้ไขไม่ได้ หากแต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นผลลัพธ์ของกระบวนการทางสังคมที่ซึ่งผิดพลาดได้และเปิดกว้างต่อการปรับปรุงแก้ไข” ซึ่งจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาทำให้ทราบว่า การศึกษาคณิตศาสตร์นั้นสอดคล้องกับสิ่งที่ Glasersfeld (2001) ที่อธิบายทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม (Constructivist Theory of Learning) ว่า “ความรู้เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างและถูกตรวจสอบความน่าเชื่อถือผ่านกระบวนการทางสังคม” ซึ่งทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยมจะเป็นแนวคิดที่ผู้วิจัยใช้ในการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมในการสร้างความรู้จากแนวคิดสรรคนิยม 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญา (Cognitive Constructivism) และกลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงสังคม (Social Constructivism) โดยมีหลักการในการสร้างความรู้จากตัวบุคคล เป็นกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญาที่เกิดขึ้นในตัวบุคคล โดยสร้างขึ้นจากการคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาด้วยประสบการณ์และสามารถนำไปใช้เป็นฐานในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่น ๆ ได้ โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่ต่าง ๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น จากนั้นการใช้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่จะช่วยเหลือในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปราย แนะนำ วิพากษ์ สังเกตการณ์ดำเนินงานระหว่างผู้เรียนด้วยกันเพื่อปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียน และผู้ที่มี

บทบาทสำคัญเป็นอย่างมากคือผู้สอนที่จะต้องจัดเตรียมสถานการณ์ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนข้ามผ่านพัฒนาการหรือการเรียนรู้ตามพัฒนาการในช่วงวัยหรือความสามารถที่ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามปกติเพื่อศักยภาพของผู้เรียนให้ไปถึงศักยภาพสูงสุดที่ผู้เรียนสามารถที่จะพัฒนาไปถึงได้ (Zone of Proximal Development: ZDP) โดยผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือผู้เรียน เมื่อผู้เรียนประสบกับสถานการณ์หรือปัญหาทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการหรือเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพ (Scaffolding) เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู เป็นการฝึกให้นักศึกษาได้เผชิญกับสถานการณ์จริงในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นเครื่องมือในการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคต รวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังเป็นการเตรียมพร้อมนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ให้เป็นผู้ที่มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายให้กับผู้เรียนผ่านกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามผลลัพธ์การเรียนรู้และข้อเสนอสาระความรู้กลุ่มสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) ส่วนที่ 2 ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมีการผสมผสานทฤษฎี แนวคิด เกี่ยวกับลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน เป็นการนำเสนอทฤษฎีและแนวคิดเพื่อวางเป้าหมายและแนวทางรูปแบบการเรียนการสอนแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีและแนวคิดที่นำมาใช้ในการจัดทำรูปแบบการจัดการเรียนการสอนรวมถึงแนวทางการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นสอดคล้องกับ Joyce, Weil and Calhoun (2009) ที่กล่าวว่า รูปแบบการสอนต้องมีการวางเป้าหมาย ทฤษฎี แนวคิดหรือสมมติฐานและข้อตกลงเบื้องต้นที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของ กิตติมา ปัทมาวิไล และสุเทพ อ่วมเจริญ (2559) และงานวิจัยของ เนตรนารี ไพโรจน์พิริยะกุล (2564) ที่ศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนต้องอาศัยทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องเป็นพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนทั้งสิ้น ส่วนที่ 3–4 การกำหนดองค์ประกอบและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสอดคล้องกับแนวคิดของ Anderson, 1997, p. 521–522; Joyce, Weil and Calhoun, 2009, p. 100; ทิศนา แขมมณี, 2550, หน้า 219–220 ประกอบด้วย 6 องค์ประกอบ คือ 1) หลักการ

2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา 4) กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5) สื่อและแหล่งเรียนรู้ 6) การวัดและประเมินผล นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ กิตติมา ปัทมาวิไล และสุเทพ อ่วมเจริญ (2559) งานวิจัยของ เนตรนารี ไพโรจน์พิริยะกุล (2564) และ อรทัย ชินาภาษ (2560) ที่ศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนต้องมีการกำหนดองค์ประกอบและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนที่ขึ้นอยู่กับวัตุประสงค์ของรูปแบบเพื่อใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ส่งผลให้รูปแบบการเรียนการสอนและคู่มือการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีผลการประเมินความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 ท่าน มีคุณภาพด้านความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

การหาคุณภาพของรูปแบบการจัดการเรียนสอนจากการหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) เป็นอีกส่วนหนึ่งในการยืนยันว่ารูปแบบการจัดการเรียนสอนมีคุณภาพและมีความพร้อมที่จะนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไปนั้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาค่าดัชนีประสิทธิผลกับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย จำนวน 29 คน พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีค่าเท่ากับ 0.6177 ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ 0.5 หรือร้อยละ 50 ซึ่งแสดงว่านักศึกษามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น 0.6177 คิดเป็นร้อยละ 61.77 ทั้งนี้เป็นเพราะว่ารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้พัฒนาและออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นระบบมีขั้นตอนที่ชัดเจน สอดคล้องกับธรรมชาติในการสร้างความรู้ทางวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล 2 ประเภทหลัก คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย นำไปสู่การออกแบบขั้นตอนของกิจกรรมโดยการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่เรียกว่า EISDGA ที่นักศึกษาจะได้ฝึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ประเภทอย่างเป็นขั้นตอน ภายใต้ทฤษฎีสรรคนิยมและแนวทางการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย ขั้นที่ 1 E (Explore the Problem) สำรวจปัญหาโดยผู้สอนนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 2 I (Inductively Solve) ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ ขั้นที่ 3 S (Share Results) แลกเปลี่ยนข้อสรุปวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน เพื่อให้ผู้เรียน

ทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง ขั้นที่ 4 D (Deductively Validates) ตรวจสอบข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกันเพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป ขั้นที่ 5 G (Generalize and Reason) ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องเพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น ขั้นที่ 6 A (Apply to Everyday Life) ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยด้านการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2561) ที่ศึกษาการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจข้อความที่จะพิสูจน์โดยการยกตัวอย่างสิ่งเป็นไปตามข้อความที่ต้องการพิสูจน์ สิ่งที่ไม่เป็นไปตามข้อความที่ต้องการพิสูจน์หรืออาจเขียนแผนภาพประกอบ ขั้นที่ 2 เขียนข้อความให้อยู่ในรูปประโยคตรรกศาสตร์ ขั้นที่ 3 เลือกวิธีพิสูจน์ โดยพิจารณาจากประโยคตรรกศาสตร์ ขั้นที่ 4 เขียนแสดงบทพิสูจน์ ส่งผลให้ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์คะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 พบว่า คะแนนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 งานวิจัยของ ณัฐิกานต์ รักนาค (2552) ศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนเพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างประสบการณ์ 2) ขั้นการฝึกปฏิบัติการใช้ความรู้ 3) ขั้นการถ่ายโยงการเรียนรู้ 4) ขั้นสะท้อนความคิด ส่งผลให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการเชื่อมโยงได้สูงขึ้น งานวิจัยของ Norqvist and Bert (2014) ศึกษาวิธีการเรียนการสอนและการเรียนรู้แบบลอกเลียนแบบ ซึ่งผลการวิจัยชี้ว่านักเรียนที่ฝึกแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลอย่างสร้างสรรค์มีประสิทธิภาพสูงกว่านักเรียนที่ฝึกโดยลอกเลียนแบบขั้นตอนการทำงานจากครูผู้สอนในการทดสอบหลังเรียน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยที่เกี่ยวกับทฤษฎีสรรคนิยมที่นำมาใช้ในการกิจกรรมการเรียนรู้ ดังเช่น งานวิจัยของ Alsup (1996) ได้ศึกษาประสิทธิผลของการเรียนรู้เมื่อใช้การสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมของนักศึกษาฝึกสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อความเข้าใจ

ในมโนมติ เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละกับความเครียดในการสอนคณิตศาสตร์และความมั่นใจในการสอนคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษา พบว่า การสอนภายใต้แนวคอนสตรัคติวิซึมสามารถพัฒนาการเรียน เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ ของนักศึกษาฝึกสอน ลดความวิตกกังวลในการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และช่วยให้นักศึกษาฝึกสอนมั่นใจที่จะสอนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ งานวิจัยของ Slater (1993) ศึกษาประสิทธิภาพของวิธีสอนตามแนวคิดสรรคนิยมในการสร้างสรรค์ความรู้ พบว่า การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดดังกล่าวสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น และงานวิจัยของ ชนานันท์ สิงห์มุ้ย และวีรยุทธ นิลสระคู (2560) ศึกษา เรื่อง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนผ่านกิจกรรมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และหลังผ่านกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถึงระดับ 3 และระดับ 4 ส่งผลให้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาและออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นระบบมีขั้นตอนสอดคล้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีคุณภาพเหมาะสมในการนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีสรรคนิยมสำหรับนักศึกษาครู

2. การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม

2.1 จากการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนในกิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นทำให้นักศึกษามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงว่า รูปแบบการเรียนการสอนส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยของนักศึกษาในระดับสูง และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงว่า รูปแบบการเรียนการสอนส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยของนักศึกษาในระดับสูงเช่นกัน ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละกิจกรรมนั้นได้ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นตามแนวทางของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งในองค์ประกอบ

ของกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ขั้นตอนการสอน (EISDGA) จึงส่งต่อผลการเรียนรู้ของนักศึกษาให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยการนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาตร์เป็นเรื่องที่เชื่อมโยงระหว่างความรู้พื้นฐาน (ความรู้เดิม) กับความรู้ใหม่ที่ต้องเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้ทำการสำรวจปัญหาเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ที่เป็นการกระตุ้นการใช้ความรู้เดิม Activate Prior Knowledge เมื่อประสบกับสถานการณ์/ปัญหา/สารสนเทศใหม่ กระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่ผู้เรียนหรือตรวจสอบความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม โดยผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้เป็นรายบุคคลซึ่งสามารถสืบเสาะหาความรู้จากเอกสาร ตำราหรือสื่อออนไลน์ที่ตนเองคิดว่าเป็นความรู้ที่จะนำมาใช้ โดยผู้สอนจะทำหน้าที่ช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนมีความสับสนกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ กระตุ้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามศักยภาพและความรู้เดิมของตนเอง ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการสำรวจปัญหาวิเคราะห์ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้ใหม่ที่ต้องเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถทำได้มากกว่า 1 แบบ ซึ่งในขั้นตอนนี้คำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจเพื่อการค้นพบจากการปฏิบัติกิจกรรม เชื่อมโยงความรู้และทักษะเดิม เข้ากับความรู้และทักษะที่ใหม่ ค้นพบมโนทัศน์หรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้เป็นรายบุคคลซึ่งสามารถสืบเสาะหาความรู้จากเอกสาร ตำราหรือสื่อออนไลน์ที่ตนเองคิดว่าเป็นความรู้ที่จะนำมาใช้ โดยผู้สอนจะทำหน้าที่ช่วยเหลือเป็นผู้ที่คอยอำนวยความสะดวก (Facilitator) ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและคอยให้ความช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนมีความต้องการหรือไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่อได้และกระตุ้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามศักยภาพและความรู้เดิมของตนเอง ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการแก้ปัญหาผ่านการสังเกต สืบเสาะ วิเคราะห์ สังเคราะห์

ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ สร้างชุดข้อมูลใหม่ ความรู้ต้นแบบ หรือข้อคาดการณ์

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกันในกลุ่มย่อย (ประมาณ 5–6 คน) เพื่อสรุปทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของเพื่อนในกลุ่ม รวบรวมวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบในการแก้ปัญหาของแต่ละวิธีการที่กลุ่มของตนเองสรุปมาได้ จากนั้นทำการแลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกันในกลุ่มใหญ่ (ทั้งห้องโดยตัวแทนแต่ละกลุ่ม) เพื่อสร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปจากการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมองแนวคิดและข้อมูล รวมถึงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อให้เกิดข้อเปรียบเทียบและการประเมิน ข้อสรุปในการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมเน้นการสร้างความรู้ใหม่ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เป็นการแลกเปลี่ยน สร้างความสัมพันธ์ เชื่อมโยง จูงใจและไม่ได้ยึดติดว่าต้องมีลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง โดยผู้สอนจะทำหน้าที่กระตุ้นให้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนมุมมอง ตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์/สังเคราะห์แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง สร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไป

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: D) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้ที่ต้องใช้ชุดความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 3 เพื่อให้ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป (ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปที่ตนเองคิดว่าเป็นความรู้ที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา) โดยการปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้จะดำเนินการเป็นรายบุคลในการใช้ข้อสรุปที่ตนเองได้มาในการเผชิญสถานการณ์ใหม่อีกครั้ง สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงความรู้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่นขยายหรือประยุกต์ใช้มโนทัศน์เป็นการประยุกต์ใช้ความรู้ ผู้เรียนจะเป็นผู้ตัดสินใจในการนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้เพื่อถ่ายโยงความรู้และทักษะในเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ในการแก้ปัญหา การตั้งคำถามใหม่ ๆ เป็นการ

พัฒนาผลที่เกิดขึ้นและสนับสนุนการคิดของผู้เรียน เป็นการฝึกใช้ความรู้และฝึกปฏิบัติผ่านกิจกรรมจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ตลอดจนปรับปรุงความรู้หรือทักษะของตนเองทำให้เกิดความรู้ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น โดยผู้สอนจะทำหน้าที่ช่วยเหลือเป็นผู้ที่คอยอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและคอยให้ความช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนมีความต้องการหรือไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่อได้และกระตุ้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามศักยภาพและความรู้เดิมของตนเอง ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่และสามารถใช้กฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปจากกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบความถูกต้องด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้ที่ได้รับ โดยการปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้จะแบ่งเป็นกลุ่มย่อย (ประมาณ 5–6 คน) เพื่อให้ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้นพร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น จากนั้นทำการแลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกันในกลุ่มใหญ่ (ทั้งห้องโดยตัวแทนแต่ละกลุ่ม) สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เปลี่ยนแปลงจากรูปแบบเดิม นำผลการประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบข้อมูลมาแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิด ทักษะและเจตคติ มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนซึ่งก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้ โดยผู้สอนจะทำหน้าที่กระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมอง ตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการนำความรู้ไปใช้ตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ต้องใช้ความรู้ที่ได้รับ ให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้หรือข้อสรุปนั้นในการแก้ปัญหา จากนั้นให้ผู้เรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการวางนัยทั่วไปว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันในสถานการณ์อื่น ๆ นอกเหนือจากที่ผู้สอนยกตัวอย่างเรื่องใดได้บ้างและลองให้ผู้เรียนลองออกแบบแนวทางการสอนที่จะส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร (เนื่องจากผู้เรียนเป็นนักศึกษาครูคณิตศาสตร์) สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์

ในการเปิดโอกาสให้เกิดการปฏิบัติจริง ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในปัญหาหรือสถานการณ์ผ่านรูปแบบการปฏิบัติจริงและแสดงผลลัพธ์ที่ปฏิบัติออกมาได้ ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการนำสรุปผลกรณีเฉพาะไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่อยู่ในลักษณะเดียวกันได้รวดเร็วขึ้นสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันในการแก้ปัญหาได้

จะเห็นได้ว่าครู (ผู้จัดการเรียนการสอน) ควรมีการวางแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมการเรียนรู้ไว้อย่างเป็นระบบในทุกขั้นตอน ลดทอนบทบาทของตนเองหรือยุติการให้ความช่วยเหลือลงเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีความสามารในการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงเป็นแนวทางที่นำไปสู่การเพิ่มและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวยึดแนวทางตามทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ อรทัย ชินาภาษ (2560) ที่ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดการสร้างองค์ความรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งชี้ให้เห็นว่าหลังการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน (IPDSPIL Model) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูงมากและสูงกว่าก่อนเรียนและความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ (IPDSPIL Model) ในภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมากที่สุด งานวิจัยของ (Simon and Deborah (1993) ทำการศึกษาโดยการจัดอบรมผู้สอนรายกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลจนถึงเกรด 12 ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิซึม เป็นเวลา 12 สัปดาห์ ติดตามผลการนำไปใช้สอนในชั้นเรียนทุกสัปดาห์ พบว่า ผู้สอนและนักเรียนมีเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อครูเปลี่ยนการสอนมาเป็นแบบเน้นการเข้าใจมโนมติมากกว่าทักษะการคำนวณและผลการสอบของนักเรียนยังคงเดิมเมื่อทดสอบด้วยแบบทดสอบมาตรฐาน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ ทิศนา แขมมณี (2560, หน้า 141) ที่ให้ความหมายของการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ว่า เป็นการดำเนินการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถามเกิดความคิดและลงมือต่อแสวงหาความรู้ ในการนำมาประมวลเพื่อหาคำตอบและลงข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนเป็นเพียงผู้ช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่าง ๆ ในด้านการจัดเตรียมสถานการณ์ แหล่งความรู้ในการสืบค้นและการศึกษาข้อมูล การกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการและการทำงานร่วมกับผู้อื่น ร่วมการวิเคราะห์และสร้างข้อการสรุปให้ชัดเจน

ส่วนของการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ โดยขั้นตอนในการปฏิบัติกิจกรรมผู้เรียนจะได้แสดงความคิดเห็นของตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการแก้ปัญหา แลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปราย สร้างข้อคาดการณ์ ตรวจสอบข้อสรุป ลงข้อสรุปในรูปนัยทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน สอดคล้องกับ Yumus (2001) ที่กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อธิบายและให้เหตุผลกับคำตอบของพวกเขา ช่วยเหลือพวกเขาในการพิจารณาและประเมินแนวทางแก้ไขปัญหาที่หลากหลายและสร้างบรรยากาศห้องเรียนที่ผู้เรียนรู้สึกสบาย มีคำถามที่ท้าทาย กระตุ้นให้เกิดการซักถาม ไม่ตัดสินคำตอบของผู้เรียนว่าถูกหรือผิดจนกว่าพวกเขาจัดการกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของเขากับสถานการณ์ที่ต้องเผชิญในโลกแห่งความเป็นจริง นอกจากนี้การออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย ดังแสดงตามขั้นกิจกรรมกรรมการเรียนการสอน ในขั้นที่ 1–3 จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาตสร์ที่ผู้เรียนได้ วิเคราะห์เหตุจากปัญหาหรือสถานการณ์ ใช้ความรู้เดิมในการแก้ปัญหา ตรวจสอบความสัมพันธ์ผ่านการสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ จากกรณีย่อย ๆ ที่สอดคล้องกับปัญหา ซึ่งในขั้นที่ 3 ยังมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาและคำตอบในการสร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปและทำการสรุปผล/ข้อคาดการณ์ ในขั้นที่ 4–6 จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาตสร์ที่ผู้เรียนได้นำความรู้พื้นฐานซึ่งได้ศึกษาผ่านมา บทนิยาม หรือทฤษฎีซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงเข้ามาใช้อ้างอิงในการแก้ปัญหาใหม่นำไปสู่ข้อสรุปที่สมเหตุสมผลและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาการให้เหตุผล โดย Jeannotte, 2015; Stylianides, 2008; Artzt and Shirel, 1999 ที่แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แสดงคำอธิบาย การแสดงออกถึงความหมายของแนวคิด เงื่อนไขของความคิด กล่าวโดยทั่วไป คือ “การส่งถ่ายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากชุดข้อมูลที่กำหนดไปยังชุดข้อมูลใหม่ซึ่งชุดข้อมูลเดิมเป็นองค์ประกอบย่อยของการดำเนินการ” และยังสอดคล้องโดย Pedemonte (2001) ว่าเป็นกระบวนการของการโต้แย้งที่เกี่ยวข้องกับการวางนัยทั่วไป “การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์ในการแสวงหาความจริงเสมอ” นอกจากนี้ Dewey (1910, p. 82) ยังกล่าวถึงการให้เหตุผลแบบอุปนัยซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้าง “หลักการ (หรือข้อแถลงทั่วไป) ที่ผูกรวม (ข้อเท็จจริงต่าง ๆ) เข้าไว้ด้วยกัน” และการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลเพื่อ

“ทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุง(ข้อแถลงนั้น)” จะเห็นได้ว่า ผู้วิจัยได้วางแผนการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ตาม EISDGA Model ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูสูงขึ้น

2.2 จากคำถามงานวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูเปลี่ยนไปหรือไม่และอย่างไรหลังจากการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการเรียนการสอนซึ่งผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากตรวจให้คะแนนพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูรายบุคคล ครั้งที่ 1 (คาบเรียนที่ 9) ครั้งที่ 2 (คาบเรียนที่ 12) และครั้งที่ 3 (คาบเรียนที่ 15) จากการจัดกิจกรรมทั้งหมด 7 คาบ (คาบเรียนที่ 9–15) สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

พฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมในการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ครั้งที่ 1 ระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ ครั้งที่ 2 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมเพิ่มมากขึ้นจากการสังเกตครั้งที่ 1 อยู่ในระดับดี และครั้งที่ 3 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยภาพรวมเพิ่มมากขึ้นจากการสังเกตครั้งที่ 2 อยู่ในระดับดีมาก ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบอุปนัยอย่างต่อเนื่อง โดยพฤติกรรมตามคุณลักษณะของการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแสดงออกจากการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงาน แสดงรายละเอียดจากการสังเกตครั้งที่ 1 (คาบเรียนที่ 9) ดังนี้ พฤติกรรมตามคุณลักษณะของการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ระดับปรับปรุง จำนวน 6 คน ผู้เรียนกลุ่มนี้จะยังไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจนหรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะแต่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ ซึ่งส่งผลต่อการสร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์ปัญหามีความสับสนในการสร้างความสัมพันธ์ มีการอธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้และไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ ระดับพอใช้ จำนวน 14 คน ผู้เรียนกลุ่มนี้จะสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหา

ที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด ส่งผลต่อการสร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์ปัญหาทำให้อธิบายได้สมเหตุสมผลในบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด และยังไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ทำให้การสร้างข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ระดับดี จำนวน 6 คน ผู้เรียนกลุ่มนี้จะสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์มีความสัมพันธ์กันอย่างไรอย่างสมเหตุสมผล การแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ยังไม่ครบถ้วนทำให้การสร้างข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปไม่ถูกต้องสมบูรณ์ และยังไม่มีผู้เรียนคนใดมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ในระดับดีมาก ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเป็นคาบเรียนแรกที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยกิจกรรมที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นซึ่งมีกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนยังไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์หรือปัญหาที่ผู้สอนนำมาให้ผู้เรียนในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้เรียนต้องสร้างองค์ความรู้หรือข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการสร้างความสัมพันธ์จากเหตุที่วิเคราะห์จากสถานการณ์นั้น ๆ ครั้งที่ 2 (คาบเรียนที่ 12) พบว่า มีนักศึกษาอยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 5 คน ระดับดี จำนวน 15 คน และระดับดีมาก จำนวน 6 คน โดยพฤติกรรมตามคุณลักษณะของการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแสดงออกจากการปฏิบัติกิจกรรมนักศึกษาส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และมีผู้เรียนกลุ่มที่พัฒนาขึ้นไปในระดับดีมาก ซึ่งแสดงถึงคุณลักษณะการให้เหตุผลได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์ คือ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมดสามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล และสามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ถูกต้องสมบูรณ์ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะผู้เรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในการให้เหตุผลแบบอุปนัยเพิ่มมากขึ้น ว่ากระบวนการในการสร้างองค์ความรู้ข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์มีการดำเนินการอย่างไรและมีความมั่นใจเพิ่มมากขึ้นในการปฏิบัติกิจกรรม (เป็นคาบเรียนที่ 4 ที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนการสอน) กล้าคิดและเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาของตน รวมถึงการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ร่วมกับเพื่อนและอาจารย์ผู้สอนเพิ่มมากขึ้น และในครั้งที่ 3 พบว่า นักศึกษา ระดับดี จำนวน 10 คน และระดับดีมาก

จำนวน 16 คน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะผู้เรียนมีความเข้าใจในการให้เหตุผลแบบอุปนัยดีขึ้น (เป็นคาบเรียนที่ 8 ที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนการสอน) สามารถปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นการสร้างองค์ความรู้โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย (ขั้นที่ 1–3 ของกิจกรรมการเรียนรู้) แต่ยังพบว่า ผู้เรียนบางส่วนยังไม่สามารถลงข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์เพราะยังไม่สามารถแปลงความสัมพันธ์ที่ได้มาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนสมบูรณ์ได้จึงส่งผลต่อการสรุปหรือการสร้างข้อคาดการณ์นั่นเอง ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักศึกษาครูมีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยเพิ่มสูงขึ้นและมีพฤติกรรมตามคุณลักษณะในการให้เหตุผลแบบอุปนัยเปลี่ยนไปในแนวทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (พงศธร มหาวิจิตร, 2550, หน้า 50; Rowan and Morrow, 1993, pp. 16–18; และสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา, 2000) ที่กล่าวไว้คล้ายคลึงกันว่า การส่งเสริมและการพัฒนาการให้เหตุผล สามารถทำได้โดยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกแยกแยะข้อเท็จจริง การพิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ และการแสดงตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลเพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Fennema, et al. (1996) ที่ผลการศึกษา พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์เกี่ยวเนื่องกับการใช้สถานการณ์หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เพื่อพัฒนาประสิทธิภาพในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ซึ่งเป็นกระบวนการจัดกิจกรรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนั้นจะเปิดโอกาสในการปรับปรุงกระบวนการในการให้เหตุผลและทำอย่างต่อเนื่องมากขึ้น โดยผ่านกระบวนการสอนที่สร้างจากความรู้เดิมของนักเรียน ส่งเสริมการคิดผ่านสถานการณ์ปัญหามุ่งเน้นไปที่ความสามารถที่จำเป็นสำหรับการให้เหตุผลเชิงอุปนัยและตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน รวมถึงการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในขั้นการแลกเปลี่ยนข้อสรุปที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมองแนวคิดและข้อมูล รวมถึงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียนเน้นการสร้างความรู้ใหม่ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และผู้สอนทำหน้าที่กระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมองตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยตามตามทฤษฎีสรรคนิยมของ Slater (1993) ทำการศึกษาเพื่อหาประสิทธิผลของแนวทางญาณวิทยาคอนสตรัคติวิสต์ต่อการศึกษาดาราศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นในครูประจำการ พบว่า การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดดังกล่าวสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น และงานวิจัยของ Simon and Deborah (1993) ที่ทำการศึกษาโดยการจัดอบรมผู้สอนรายกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลจนถึงเกรด 12 ตามแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม ที่พบว่า ผู้สอนและนักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดีขึ้น ครูมีการปรับเปลี่ยนวิธีการสอนมาเป็นการเน้นการสร้างมโนมติทางคณิตศาสตร์มากกว่าทักษะการคำนวณ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าทฤษฎีสรรคนิยมจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าถึงปัญหาด้วยตนเอง มีการปรับเปลี่ยนและพัฒนาการคิดการแก้ปัญหา จากความรู้เดิมเชื่อมต่อเข้ากับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ภายใต้ความช่วยเหลือหรือมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ซึ่งส่งผลโดยตรงกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความรู้ที่สามารถปรับเปลี่ยนและพัฒนาการให้เหตุผลที่สร้างขึ้นด้วยตนเองให้ดีขึ้นผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม

พฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมในการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยครั้งที่ 1 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ ครั้งที่ 2 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับพอใช้ และครั้งที่ 3 มีการพัฒนาระดับความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยภาพรวมอยู่ในระดับดี ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์แบบนิรนัยอย่างค่อย ๆ พัฒนาขึ้น โดยพฤติกรรมตามคุณลักษณะของการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแสดงออกจากการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงาน แสดงรายละเอียดจากการครั้งที่ 1 (คาบเรียนที่ 9) ดังนี้ ระดับปรับปรุง จำนวน 10 คน ผู้เรียนกลุ่มนี้ยังไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้ชัดเจนหรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้และไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ ระดับพอใช้ จำนวน 16 คน ผู้เรียนกลุ่มนี้สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วน ซึ่งทำให้การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ไม่ครบถ้วนและถูกต้องชัดเจนทุกประเด็นไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ และไม่มีผู้เรียนคนใดมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยในระดับดีและระดับดีมาก ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเป็นคาบเรียนแรกที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยสถานการณ์หรือปัญหาที่ผู้สอนนำมาใช้ในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการตรวจสอบครั้งนี้ พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์

แบบนิรนัยระดับพอใช้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเป็นกระบวนการที่ผู้วิจัยใช้สถานการณ์ที่มีความต่อเนื่องจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยผู้เรียนส่วนใหญ่จึงสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้บางส่วน แต่อาจไม่ครบถ้วนทุกประเด็น แต่สิ่งที่พบชัดเจน คือ ผู้เรียนยังไม่สามารถแสดงการอ้างอิงหลักการหรือกฎใดที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ (ในส่วนนี้ผู้วิจัยเชื่อมโยงกับวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมาในระดับมัธยมศึกษาของผู้เรียนอาจไม่เคยฝึกการเขียนอ้างอิงว่าตนเองแก้ปัญหานั้นด้วยกฎหรือหลักการใด ซึ่งในบางครั้งของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าการใช้กฎหรือหลักการที่ผิดพลาดไม่ผ่านการไตร่ตรองอ้างอิงที่ถูกต้องย่อมได้ผลลัพธ์หรือข้อสรุปที่ผิดพลาดตามมา) ครั้งที่ 2 (คาบเรียนที่ 12) พบว่า มีนักศึกษาอยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน 4 คน ระดับพอใช้ จำนวน 14 คน ระดับดี จำนวน 6 คน และระดับดีมาก จำนวน 2 คน โดยพฤติกรรมตามคุณลักษณะของการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแสดงออกจากการปฏิบัติกิจกรรมนักศึกษาส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นมาอยู่ในระดับพอใช้ และมีผู้เรียนบางส่วนที่พัฒนาขึ้นไปในระดับดีและดีมาก ซึ่งผู้เรียนกลุ่มที่อยู่ในระดับดี ผู้เรียนกลุ่มนี้จะสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมดแต่ในการอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็นจึงทำให้ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ และผู้เรียนกลุ่มที่อยู่ในระดับดีมาก ผู้เรียนกลุ่มนี้จะสามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็นและสามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะผู้เรียนมีความเข้าใจกระบวนการของการให้เหตุผลแบบนิรนัยมากขึ้นว่าข้อสรุปหรือคำตอบที่ได้นั้นต้องมีการอ้างอิงหลักการหรือกฎที่ถูกยอมรับว่าเป็นจริงหรือผ่านการตรวจสอบว่าเป็นจริงแล้วมาใช้ในการลงข้อสรุปในกรณีเฉพาะที่ต้องการ ครั้งที่ 3 (คาบเรียนที่ 15) พบว่า มีนักศึกษาอยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 7 คน ระดับดี จำนวน 11 คน และระดับดีมาก จำนวน 8 คน ในการสังเกตุพฤติกรรมครั้งนี้ผู้เรียนมีการพัฒนาระดับความสามารถเพิ่มมากขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีขั้นตอนการเรียนรู้ที่ชัดเจนเป็นระบบ ส่งเสริมการให้เหตุผลของผู้เรียนเพราะผู้เรียนจะได้ถูกเน้นย้ำกระบวนการในการให้เหตุผลแบบนิรนัยผ่านกระบวนการคิด อภิปราย แลกเปลี่ยนและสร้างความรู้ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ปรับเปลี่ยนวิธีคิดสามารถสร้างความรู้

ทางคณิตศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัยได้ สอดคล้องกับ การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าการให้เหตุผลมิใช่เป็นเพียงกระบวนการที่เกิดขึ้นเฉพาะตัวบุคคลเท่านั้น การมีปฏิสัมพันธ์อันดีย่อมช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนกล้าที่จะแสดงออกถึงความคิดและเหตุผลของตน ซึ่ง Robert (1977) ได้กล่าวว่า การส่งเสริมให้ผู้เรียนคอยรับฟังการอ้างเหตุผลของผู้อื่น หลีกเลี่ยงที่จะเชื่อมั่นในแนวความคิดใด แนวความคิดหนึ่ง เคารพทุกความคิดเห็น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกการให้เหตุผลและได้ข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ครูผู้สอนควรให้โอกาสผู้เรียนในการตอบคำถามต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบความคิดและเหตุผลของตนเองและช่วยให้คำแนะนำคำตอบนั้น ๆ ให้ชัดเจน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุดใจ พละศักดิ์ (2556) ศึกษาเรื่อง การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการวิจัย พบว่า พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชี้ว่า ตัวแปรพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .675, .702, .712, .595, .568, .648 ตามลำดับ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวผู้วิจัยได้นำมาออกแบบการจัดกิจกรรมในรูปแบบการเรียนการสอนฯ ในขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุปขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล และขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ที่แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนจะได้รับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยการปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคลในการใช้ข้อสรุปของตนเอง (จากการสร้างข้อคาดการณ์ในการให้เหตุผลแบบอุปนัย) ได้มาในการเผชิญสถานการณ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องด้วยกระบวนการนิรนัย จากนั้นทำการแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกันในกลุ่มใหญ่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลในการนำความรู้ไปใช้ตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ที่เกี่ยวข้องเพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปพร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปและผู้เรียนจะได้เขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการวางนัยทั่วไปในการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันในสถานการณ์อื่น ๆ รวมถึงการทดลองออกแบบแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่จะส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่สอดคล้องกับงานวิจัยที่ได้กล่าวมาข้างต้นที่แสดงให้เห็นว่า การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลเกิดจากการเรียนรู้ที่เกิดจากตัวผู้เรียนและจะพัฒนาความคิด

และเหตุผลให้ชัดเจนผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ รับฟังผู้อื่น เคารพทุกความคิดเห็น ซึ่งเป็นการสร้างบรรยากาศแบบประชาธิปไตยสามารถส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูได้

ส่วนของการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังจากการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม โดยการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างรายบุคคล สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

จากคำถามข้อที่ 1 และข้อที่ 2 เป็นคำถามที่ตรวจสอบผู้เรียนว่าสามารถบอกได้หรือไม่ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลมีกี่แบบ และแต่ละแบบมีลักษณะการให้เหตุผลอย่างไร ซึ่งจากบทสัมภาษณ์ผู้เรียนมีความเข้าใจและรู้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย และสามารถบอกคุณลักษณะการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะกระบวนการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในทุกขั้นตอนที่ผู้วิจัยได้ออกแบบสอดคล้องกับคุณลักษณะและกระบวนการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบในขั้นตอนการจัดกิจกรรมของรูปแบบการเรียนการสอน ส่วนคำถามข้อที่ 3 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจเรื่องของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจุดแข็งและจุดอ่อนของการให้เหตุผลแต่ละแบบ ซึ่งผู้เรียนบางคนยังไม่สามารถบอกได้อย่างชัดเจน เช่น การตอบว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือ การยกตัวอย่างซ้ำ ๆ จากเงื่อนไขแล้วทำการสรุป (ไม่ได้มองถึงความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้น) ซึ่งแท้ที่จริงการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะก่อให้เกิดความรู้หรือความคิดใหม่ เช่น ความสัมพันธ์ใหม่ที่ยังไม่รู้มาก่อน แม้ว่าความรู้ความคิดนั้นอาจไม่ถูกต้องเสมอไปและยังต้องมีการตรวจสอบต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับ Polya (1957) และ Reid (2002) ที่ระบุว่ากระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะทำให้เกิดการคาดเดาตามกรณีเฉพาะที่มีมาก่อนหน้าสร้างความสัมพันธ์ใหม่เพื่อยืนยันในรูปแบบของข้อคาดการณ์ทั่วไปและการคาดเดากับกรณีเฉพาะใหม่ทำให้เกิดแนวทางใหม่ในการแก้ปัญหา ส่วนจุดอ่อนการให้เหตุผลแบบอุปนัยที่ผู้เรียนบางส่วนแสดงให้เห็นว่ายังไม่เข้าใจการให้เหตุผลลักษณะนี้ เช่น การตอบจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในเรื่องของเวลาว่าต้องใช้เวลานานในการหาความเกี่ยวข้อง (ความสัมพันธ์) ของข้อมูลซึ่งแท้ที่จริงแล้วไม่ใช่ประเด็นด้านเวลา แต่เป็นการหาความสัมพันธ์จากข้อมูลหรือข้อเท็จจริงหากข้อมูลหรือข้อเท็จจริงเมื่อมีไม่มากพอในการสร้างข้อสรุปอาจทำให้เกิดข้อคาดการณ์ที่ผิดพลาดได้ นอกจากนี้ยังต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างข้อสรุป เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยคือการมองหาความสัมพันธ์ใหม่ ๆ ซึ่งสอดคล้องกับ Reid (2002) ที่กล่าวว่า การหาความสัมพันธ์ต้องอาศัยการสังเกตวิเคราะห์จากข้อมูลเฉพาะ

กรณี ซึ่งเริ่มต้นจากประสบการณ์ของผู้ให้เหตุผลกับกรณีเฉพาะของปัญหาที่เกิดขึ้น และต้องมีข้อมูลที่เพียงพอในการสร้างข้อคาดการณ์ที่อาจมีความแตกต่างกัน ซึ่งมาจากการใช้กลยุทธ์ที่แตกต่างกันเพื่อใช้ในการจัดระบบและสร้างความสัมพันธ์นั่นเอง ในส่วนของการตอบจุดแข็งและจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบนิรนัย ผู้เรียนบางส่วนยังเข้าใจว่าการจุดแข็งของการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นสามารถแก้ปัญหาได้รวดเร็ว สามารถสรุปได้ง่ายกว่าถ้ารู้เนื้อหาที่จะมาอ้างอิงหรือเนื้อหาที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ แต่แท้ที่จริงแล้วการให้เหตุผลลักษณะนี้เป็นการช่วยยืนยันความรู้ความคิดให้ถูกต้องและน่าเชื่อถือมากขึ้น (ใช้ตรวจสอบข้อคาดการณ์) ซึ่งสอดคลองกับ Jonassen (1991) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยมาจากแนวคิดและเหตุผลที่หลากหลายซึ่งถูกสร้างจากการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลและการสร้างสรรค์จากผู้ให้เหตุผล ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะเป็นการตรวจสอบข้อคาดการณ์ที่ได้มาผ่านกระบวนการตามกฎทางตรรกะที่เป็นทางการ ซึ่งข้อสรุปจำเป็นต้องได้มาจากข้อมูลที่กำหนดและไม่จำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้องโดยการทดลอง แต่เป็นการโต้แย้งแบบนิรนัยที่ถูกต้องการกฎหรือหลักการที่ถูกยอมรับว่าเป็นจริง นอกจากนี้ Hanna, 1990; Mariotti, 2006; Yackel and Hanna, 2003 ยังได้กล่าวเพิ่มเติมว่า นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยนี้สำหรับตรวจสอบข้อความทางคณิตศาสตร์และแสดงความเป็นสากล ส่วนจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบนิรนัยผู้เรียนบางส่วนยังมองไม่เห็นถึงประเด็นในการใช้เหตุผลลักษณะนี้ที่เป็นเพียงการยืนยันหรือตรวจสอบข้อคาดการณ์ไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้เรียนจะตอบเพียงว่าจะไม่สามารถแสดงการพิสูจน์หรือแก้ปัญหาได้ เมื่อไม่รู้นิยามหรือทฤษฎีที่จะนำมาอ้างอิงเพียงเท่านั้น จากคำถามข้อที่ 3 แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนบางส่วนไม่ได้ตอบไม่มุมนักคณิตศาสตร์หรือครูคณิตศาสตร์แต่ตอบในมุมคนที่เรียนคณิตศาสตร์เท่านั้น คำถามข้อที่ 4 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจว่าทำไมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงต้องแยกออกเป็นแต่ละแบบ โดยผู้เรียนทุกคนสามารถตอบได้ว่ากระบวนการในการให้เหตุผลแตกต่างกันโดยการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการวิเคราะห์และสร้างความสัมพันธ์จากเหตุหรือข้อมูลเพื่อสร้างเป็นข้อคาดการณ์และใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการตรวจสอบข้อคาดการณ์ผ่านการอ้างอิงกฎ หลักการหรือทฤษฎี เพื่อลงข้อสรุปเป็นกรณีเฉพาะ และคำถามข้อที่ 5 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจว่าเมื่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแบบไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน) แล้วการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ผู้เรียนทุกคนสามารถบอกได้ว่าเหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจะสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา ทดลองหาความสัมพันธ์ลงข้อสรุปที่เป็นความรู้ใหม่ที่ได้มา ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะสร้างความรู้จากการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา

ใช้กฎ หลักการหรือทฤษฎีในการอ้างอิง เพื่อลงข้อสรุปในกรณีเฉพาะ ซึ่งการที่ผู้เรียนทุกคนตอบคำถามข้อที่ 4 และข้อที่ 5 ได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการที่ผู้สอนได้มีการเน้นย้ำถึงความแตกต่างและการได้มาซึ่งองค์ความรู้ระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบ (ผู้วิจัยมีความเห็นว่าผู้เรียนบางคนเพียงแค่จำได้เท่านั้น ซึ่งจะแสดงให้เห็นชัดในการตอบคำถามในข้อต่อๆ ไป) คำถามข้อที่ 6 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร มีผู้เรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถระบุได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ซึ่งคนที่ไม่สามารถระบุได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและแบบนิรนัยจะทำงานร่วมกันได้อย่างไร จะตอบไปในแนวทางเดียวกัน คือ การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบมีลักษณะในการสร้างความรู้ต่างกันอาจไม่จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบในการสร้างความรู้ร่วมกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนมีมุมมองในลักษณะของคนที่เรียนคณิตศาสตร์ (คนที่นำคณิตศาสตร์ไปใช้) เพื่อใช้ทำโจทย์ในการทำข้อสอบหรือแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่พบเจอเท่านั้น ซึ่งในกรณีนี้อาจใช้วิธีใดวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาก็อาจได้คำตอบแล้ว แต่อย่างไรก็ตามสำหรับนักคณิตศาสตร์หรือครูคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนักวิจัยหลายท่านที่ชี้ให้เห็นว่าการใช้เหตุผลเป็นมิติที่สำคัญของวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Lawson, 1995; Kanari and Millar, 2004; Türkmen, 2006; Oehrtman and Lawson, 2008) ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะสามารถช่วยให้เข้าใจและประเมินรวมถึงความสามารถในการวิเคราะห์สถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ต้องเผชิญในทุกด้าน ทำให้เกิดข้อคาดการณ์ส่งผลต่อการตั้งสมมติฐานเชิงตรรกะและใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการอธิบายอ้างอิงความข้อคาดการณ์ดังกล่าวจนได้มาซึ่งข้อสรุปที่เป็นนัยทั่วไป นอกจากนี้ Felder (1996) ยังกล่าวเพิ่มเติมว่า หากการจัดการเรียนการสอนในการให้เหตุผลเฉพาะในแบบใดแบบหนึ่งที่เห็นว่าผู้เรียนรู้สึกว่าตนเองทำได้ดี อาจทำให้ไม่สามารถพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนในฐานะครูมืออาชีพได้ อีกประเด็นหนึ่งที่น่าสนใจ คือ คำตอบของผู้เรียนที่ตอบว่าขึ้นอยู่กับครูว่าจะสอนการให้เหตุผลแบบใดให้นักเรียนนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอาจไม่จำเป็นต้องรู้ทั้ง 2 แบบ ซึ่งสอดคล้องกับ Felder (1996) ที่กล่าวไว้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในฐานะครูมืออาชีพข้างต้นและยังแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนที่ตอบในลักษณะนี้ยังไม่ได้เชื่อในเรื่องการสร้างความรู้ตามทฤษฎีสรรคนิยมคือไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์ไปเพื่อสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์จริง ๆ แต่เรียนไปเพื่อสอนความรู้ที่มีอยู่หรือเพื่อ

แก้ปัญหาโจทย์ที่มีเฉลยอยู่แล้วเพียงเท่านั้น ซึ่งจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์การจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมตามที่ Schoenfeld (1983) กล่าวว่า การสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จะเริ่มต้นจากการค้นหาแบบรูปจากปรากฏการณ์ รวมถึงการคาดเดาตามแบบแผนและการจัดเตรียมการโต้เถียงอย่างไม่เป็นทางการที่แสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ของการคาดเดา (ข้อคาดการณ์) และจะถูกใช้เป็นหลักฐานที่นักคณิตศาสตร์นำไปใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย (พิสูจน์) อ้างอิงในการสรุปในรูปนัยทั่วไป คำถามข้อที่ 7 เป็นการสอบถามความคิดเห็นโดยส่วนตัวในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหามากกว่ากัน เพราะเหตุใด ซึ่งผู้เรียนทุกคนตอบไปในแนวทางเดียวกัน คือ จะใช้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหาเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งสอดคล้องกับ แนวคิดในผลงานของ Polya (1957) ที่กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงอุปนัยว่าเป็นธรรมชาติของการคิดให้เหตุผลที่ทำให้เราได้รับความรู้ทางวิทยาศาสตร์และในคณิตศาสตร์จะเป็นวิธีการค้นพบคุณสมบัติจากปรากฏการณ์และเพื่อค้นหาความสัมพันธ์และเชื่อมโยงของข้อมูลในสถานการณ์เป็นวิธีการที่จะสร้างข้อคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และ Neubert and Binko (1992) ที่กล่าวถึงการเชื่อมโยงการใช้เหตุผลเชิงอุปนัยในวิชาคณิตศาสตร์กับการค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์จากสถานการณ์เป็นการคิดในการแก้ปัญหาโดยเบื้องต้นของมนุษย์ และคำถามข้อที่ 8 เป็นการสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์ที่ใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างองค์ความรู้หรือการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 กลุ่มนี้จะยกตัวอย่างสถานการณ์ในการแก้ปัญหาหรือสร้างองค์ความรู้เพียงตัวอย่างเดียวแล้วใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยในการสร้างข้อคาดการณ์และใช้เหตุผลแบบนิรนัยพิสูจน์ข้อความในสถานการณ์นั้นว่าเป็นจริงในรูปนัยทั่วไป และกลุ่มที่ 2 กลุ่มนี้จะยกตัวอย่างสถานการณ์ในการแก้ปัญหาหรือสร้างองค์ความรู้โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย จากตัวอย่างที่แตกต่างกัน ทั้งนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษากลุ่มที่ 1 มีความเข้าใจว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะช่วยสร้างข้อคาดการณ์และนำไปสู่การตรวจสอบโดยให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อสรุปในรูปนัยทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ Schoenfeld (1983) ได้กล่าวถึงหลักฐานที่นักคณิตศาสตร์แสดงการพิสูจน์หรือการดำเนินการตรวจสอบเพื่อให้ได้กฎหรือการสรุปในรูปนัยทั่วไปนั้นจะผ่านการค้นหา รวบรวมรูปแบบคาดเดาตาม และโต้แย้งอภิปราย จนได้มาซึ่งข้อสรุปในรูปนัยทั่วไป ส่วนกลุ่มที่ 2 ยังมีความเข้าใจ

แยกส่วนระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยในการทำงานร่วมกันในการสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะผู้เรียนกลุ่มนี้เข้าใจว่าการให้เหตุผลทั้งสองแบบนั้นสามารถสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ที่พบว่า จะใช้การให้เหตุผลแบบใดในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับ Lawson (1995) ในการทดลองการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนต่อคำถามเกี่ยวกับการกำหนดรูปแบบการให้เหตุผลนั้น โดยการกำหนดเงื่อนไขเพื่อให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโดยการอนุมาน (ให้เหตุผลแบบนิรนัย) จากปัญหาที่กำหนดขึ้น การวิเคราะห์ปรากฏว่ามีช่องว่างที่นักเรียนสามารถใช้วิธีการวิเคราะห์เงื่อนไขสำหรับการแก้ปัญหาจัดประเภทของข้อมูลตามสมมติฐานเพื่อความถูกต้องของการแก้ปัญหา (ให้เหตุผลแบบอุปนัย) นั้นได้เช่นกัน ดังนั้น สำหรับคำถามวิทยาศาสตร์และคำถามคณิตศาสตร์คำตอบจะถูกจัดประเภทเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย ถ้านักเรียนพยายามที่จะสนับสนุนความคิดของเขาด้วยทฤษฎีโดยอาศัยคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์หรือวิทยาศาสตร์ของทฤษฎีและนำองค์ประกอบของทฤษฎีนี้ไปใช้กับกรณีเฉพาะซึ่งเป็นกรณีที่ให้ไว้ในคำถาม ส่วนคำตอบที่เป็นการให้เหตุผลแบบเป็นอุปนัยถ้านักเรียนพิจารณากรณีที่กำหนดในปัญหาในตอนแรกและเริ่มจากกรณีที่กำหนดนี้เขาจะพยายามหาความสัมพันธ์จัดหมวดหมู่และสร้างเป็นข้อสรุปหรือทฤษฎี แต่อย่างไรก็ตามในฐานะนักศึกษาครู (ครูในอนาคต) จำเป็นต้องเข้าใจและใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบได้อย่างดี นอกจากจะเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ของตนเองแล้วยังส่งผลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและมีความหมายกับผู้เรียนต่อไปในอนาคต

**ข้อเสนอแนะ**

**ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้**

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้ที่นำไปใช้ควรศึกษารูปแบบ คู่มือการใช้และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอน EISDGA เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบที่สร้างขึ้น

2. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอน EISDGA ที่ถูกสร้างขึ้นจะเป็นการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย ผู้ที่นำไปใช้ควรดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนเพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างข้อคาดการณ์ มีการอภิปรายแลกเปลี่ยน ปรับเปลี่ยนความรู้และได้ตรวจสอบข้อคาดการณ์ด้วยการให้เหตุผลแบบนิรนัยตามขั้นตอน โดยในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ของการจัดกิจกรรมควรจัดสรรเวลา

ในการจัดกิจกรรมในแต่ละขั้นให้เหมาะสมเนื่องจากเป็นแผนการเรียนรู้แรกผู้เรียนต้องใช้เวลาทำความเข้าใจในกิจกรรมตามขั้นตอนของรูปแบบ

3. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้ที่นำไปใช้ควรสังเกตผู้เรียนอย่างใกล้ชิด ควรหาวิธีจูงใจและเป็นผู้คอยสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาองค์ความรู้และพัฒนาศักยภาพของตนเองในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องคอยเป็นผู้ที่อำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนมีความต้องการหรือไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่อได้ถ้าไม่ได้รับคำชี้แนะ สิ่งสำคัญในการให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมต่อการเรียนรู้ไม่ควรบอกคำตอบหรือวิธีการที่เป็นการชี้นำในการได้มาซึ่งคำตอบ แต่ควรจะใช้วิธีการที่ให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้นำไปใช้สอนควรให้ความสำคัญกับการสะท้อนคิดของผู้เรียนในการให้เหตุผลซึ่งแสดงออกในแต่ละขั้นตอนการเรียนรู้และผลการปฏิบัติกิจกรรมในการทำใบงานของผู้เรียน ซึ่งส่งผลต่อการให้เหตุผลขั้นสูง (Metareasoning) ที่ทำให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการในการอธิบายหรือแปลความหมายที่ใช้การให้เหตุผลในการตัดสินใจความแตกต่างหรือความเกี่ยวของของข้อมูลหรือปัญหา ใช้กระบวนการสืบเสาะปรับปรุงความเข้าใจ เพื่ออธิบายว่าการให้เหตุผลนั้นเกิดขึ้นได้อย่างไร อธิบายว่าเหตุใดจึงทำให้การให้เหตุผลล้มเหลวและปรับเปลี่ยนการให้เหตุผลที่เหมาะสมและแก้ปัญหาดังกล่าวได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนจะพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 3 จะเป็นการพัฒนาการให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยสิ่งสำคัญที่การสะท้อนให้เห็นในขั้นนี้ คือ ผู้เรียนต้องแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการเชื่อมโยงปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาตร์ระหว่างความรู้พื้นฐาน (ความรู้เดิม) กับความรู้ใหม่ที่ต้องเรียนรู้ผ่านกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัย ผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ ค้นพบมโนทัศน์ สร้างชุดข้อมูลใหม่ ความรู้ต้นแบบหรือข้อคาดการณ์ได้ด้วยตนเอง และสามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาเพื่อสรุปทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของเพื่อนคนอื่น ๆ เพื่อสร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 4 ถึงขั้นตอนที่ 6 จะเป็นการพัฒนาการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยสิ่งสำคัญที่การสะท้อนให้เห็นในขั้นนี้ คือ ผู้เรียนต้องแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการ นำข้อสรุป (ชุดความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 3) ทั้งหมดมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัย เมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่อีกครั้ง เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป (ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปที่ตนเองคิดว่าเป็นความรู้ที่เหมาะสมที่สุด

ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา) และผู้เรียนต้องสามารถนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุป และสามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบโต้แย้งหรือให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้นเพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น และสามารถใช้ความรู้หรือข้อสรุปนั้นในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้และสามารถออกแบบแนวทางการสอนที่จะส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (เนื่องจากผู้เรียนเป็นนักศึกษาครูคณิตศาสตร์) ซึ่งการจัดกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนรู้ที่ถูกออกแบบขึ้นจะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลขั้นสูงต่อไป

**ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป**

ในการวิจัยและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พบประเด็นที่น่าสนใจในการทำวิจัยครั้งต่อไป จึงขอเสนอแนวทางในการวิจัย ดังนี้

1. ควรศึกษาพฤติกรรมการเรียนของนักศึกษากลุ่มที่ผ่านการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ว่าสามารถใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยในการเรียนรายวิชาทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ หรือไม่และเป็นอย่างไร เช่น วิชาระบบจำนวน วิชาทฤษฎีจำนวน วิชาแคลคูลัส

2. ควรศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้และการจัดการเรียนการสอนของนักศึกษากลุ่มที่ผ่านการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ว่าสามารถนำการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สู่การจัดการเรียนการสอนในรายวิชาการสอนคณิตศาสตร์และการปฏิบัติการสอนในสถานการณ์จริง หรือไม่และเป็นอย่างไร เช่น รายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา รายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น รายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและรายวิชาการปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา

3. จากการศึกษาครั้งนี้ พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่งผลโดยตรงกับคิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ การสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงข้อมูลในการสร้างข้อสรุป(ข้อคาดการณ์)ทางคณิตศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป(ข้อคาดการณ์)ทางคณิตศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัย (สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1) ดังนั้น จึงควรมีการขยายผลรูปแบบการจัดการเรียนการสอน

ตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานและศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ อย่างไร เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและมีประสิทธิผลในการพัฒนาผู้เรียนต่อไปในกรณีที่ต้องมีการปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

# บรรณานุกรม


กมลวิทย์ พันธ์พัฒนกุล. (2555). **หลักการคณิตศาสตร์.** เชียงราย: มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (6 มีนาคม 2562). **ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) พ.ศ. 2562.**

กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และแก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545.** กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). **มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษาศาสนาและวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

กิตติมา ปัทมาวิไล และสุเทพ อ่วมเจริญ. (2559). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. **วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยศิลปากร**, 9(3), 53–65.

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย. (2562). **หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562.** เชียงราย: มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.

จิรรัตน์ จตุรานนท์. (2554). **การศึกษาความรู้คณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความคิดเห็นเกี่ยวกับการเรียนการสอนของนิสิตนักศึกษาครุศาสตร์ ศึกษาศาสตร์ วิชาเอกคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชนานันท์ สิงห์มุ้ย และวีรยุทธ นิลสระคู. (2560). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่องความน่าจะเป็น. ใน **The 22nd Annual Meeting in Mathematics (AMM 2017), Proceedings of AMM 2017.** เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2546). **การออกแบบและพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์และบทเรียนบนเครือข่าย : เอกสารประกอบการบรรยายรายวิชา 0503860** (พิมพ์ครั้งที่ 6). มหาสารคาม: อภิชาตการพิมพ์.

ณัฐิกานต์ รักนาค. (2552). **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1.** วิทยานิพนธ์ ค.ด., จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

เตือนใจ ครองญาติ. (2560). การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปี ที่ 1. **วารสารศิลปากรศึกษาศาสตร์วิจัย**, 9(2), 84–96.

ทิพย์วัลย์ สีจันทร์. (2548). **การคิดและการตัดสินใจ** (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต.

ทิศนา แขมมณี. (2548). **ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.** กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.

ทิศนา แขมมณี. (2550). **รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย.** กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2560). **ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ** (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี, ศรินธร วิทยะสิรินันท์, พิมพันธุ เดชะคุปต์, นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์, ศิริชัย กาญจนวาสี และปัทมศิริ ธีรานุรักษ์. (2544). **วิทยาการด้านการคิด.** กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

ธนพรรษ พฤกษะวัน. (2560). การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต. **วารสารวิจัย มสด สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์**, 13(2), 167–184.

นฤเบศ ลาภยิ่งยง. (2561). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์. **วารสารราชพฤกษ์**, 16(1), 37–45.

นันทกา คันธิยงค์. (2547). **ผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 5E's BSCS ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.** วิทยานิพนธ์ ค.ม., มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี, อุดรธานี.

เนตรนารี ไพโรจน์พิริยะกุล. (2564). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. **วารสารวิชาการและวิจัยสังคมศาสตร์**, 17(1), 17–31.

บุญชม ศรีสะอาด. (2535). **การวิจัยเบื้องตน.** กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน.

ปกรณ์ ประจันบาน. (2552). **สถิติขั้นสูงสำหรับการวิจัยและประเมิน (Advanced Statistics for Research and Evaluation).** พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

เผชิญ กิจระการ. (2544). **การหาค่าดัชนีประสิทธิผล.** มหาสารคาม: ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

พงศธร มหาวิจิตร. (2550). **กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้จำนวนและการดำเนินการและเรขาคณิต.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ม., มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, กรุงเทพฯ.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). **การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.** วิทยานิพนธ์ ค.ด., จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

พันธ์ ทองชุมนุม. (2547). **การสอนวิทยาศาสตร์ระดับประถมศึกษา.** กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

ไพศาล แมลงทับทอง. (2558). **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.** วิทยานิพนธ์ กศ.ม., มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน และสมยศ ชิดมงคล. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. **วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา (OJED)**, 9(1), 81–91.

ยุภาดี ปณะราช. (2560). ผลการใช้กระบวนการเรียนรู้คู่ความสนุกสนานเพื่อส่งเสริมทักษะ การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล และความรับผิดชอบของนักศึกษาวิชาชีพครู. **วารสารราชภัฏสุราษฎร์ธานี**, 4(2), 103–128.

รัตนะ บัวสนธ์. (2554ก). **การวิจัยและพัฒนานวัตกรรมการศึกษา** (พิมพ์ครั้งที่ 2). นครสวรรค์: ริมปิงการพิมพ์.

รัตนะ บัวสนธ์. (2554ข). วิธีการวิจัยเชิงผสมผสานทางการศึกษา. **วารสารศิลปากรศึกษาศาสตร์วิจัย**, 2(2), 7–20.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). **เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). **เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วรรณทิพา รอดแรงค้า. (2541). **Constructivism**. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วัชรา เล่าเรียนดี. (2550). **เทคนิคและยุทธวิธีพัฒนาทักษะการคิด การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.** นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

วัชรา เล่าเรียนดี. (2552). **รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด** (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). **เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544.** กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.

วารีรัตน์ แก้วอุไร. (2541). **การพัฒนารูปแบบการสอนสำหรับวิชาวิธีสอนทั่วไปแบบเน้นกรณีตัวอย่างเพื่อส่งเสริมความสามารถของนักศึกษาครูด้านการคิดวิเคราะห์แบบโต้ตอบในศาสตร์ของการสอน.** วิทยานิพนธ์ ค.ด., จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

วิชัย เสวกงาม. (2557). ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21. **วารสารครุศาสตร์**, 42(2), 207–223.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). **ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย.** กรุงเทพฯ: จรัสสนิทวงศ์การพิมพ์.

แวตีเยาะ แวยูโซะ. (2559). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. **วารสารมหาวิทยาลัยมหามกุฏราชวิทยาลัย วิทยาเขตร้อยเอ็ด**, 5(2), 235–246.

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล. (2542). **การคิดและการตัดสินใจ.** กรุงเทพฯ: เธิร์ดเวฟ เอ็ดดูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3 – คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). **รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015.** กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). **ผลการประเมิน PISA 2018.** กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). **เอกสารประกอบการอบรมการจัดการเรียนรู้ฐานสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา. (2000). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

สมนึก ภัททิยธนี. (2546). **การวัดผลการศึกษา** (พิมพ์ครั้งที่ 4). กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2551). ผลสำรวจสาเหตุนักเรียนไทยอ่อนคณิตศาสตร์ และแนวทางแก้ไข. **วารสารคณิตศาสตร์**, 53(599-601), 20-28.

สัณห์สุดา พลธรรม. (2546). **ผลการใช้มัลติมีเดียที่พัฒนาตามแนวคอนตรัคติวิสซึม กลุ่มวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต เรื่องจักรวาลและอวกาศ ระดับประถมศึกษาปีที่ 6.** วิทยานิพนธ์ ศษ.ม., มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). **ตัวชี้วัดและสาระแกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.

สุดใจ พละศักดิ์. (2556). **การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8 จังหวัดกาญจนบุรี.** วิทยานิพนธ์ ค.ม., มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี, กาญจนบุรี.

สุวิมล ว่องวานิช. (2563). **การวิจัยการออกแบบทางการศึกษา.** กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรทัย ชินาภาษ. (2560). **การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดการสร้างองค์ความรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1.** อุบลราชธานี: โรงเรียนเมืองเดช.

อริสรา ชมชื่น. (2550). **การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.** วิทยานิพนธ์ ปร.ด., จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

อัมพร ม้าคะนอง. (2553). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อารี พันธ์มณี. (2540). **คิดอย่างสร้างสรรค์.** กรุงเทพฯ: ต้นอ้อ.

อิศรา ก้านจักร. (2547). ผลการจัดสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้บนเครือข่ายที่พัฒนาตามแนว Constructivism: Open Learning Environment (OLEs) สำหรับนักศึกษาระดับบัณฑิตศึกษา สาขาวิชาเทคโนโลยีการศึกษา. **วารสารวิจัย มข. ฉบับบัณฑิตศึกษา**, 4(ฉบับพิเศษ), 125–135.

Alsup, J. K. (1996). **The Effect of Mathematics Instruction Based Constructivism on Prospective Teacher' Conceptual Understanding, Anxiety, and Confidence. Toronto: University of Wyoming.**

American Association for the Advancement of Science (AAAS). (1993). **Benchmarks for Science Literacy.** New York: Oxford University.

Anderson, T. P. (1997). Using models of instruction. In Dills, C. R. and Romiszowski, A. J. (Eds). **Instructional Development Paradigms**. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology.

Anthony, G. (1996). Active Learning in a Constructivist Framework. **Education Studies in Mathematics**, 31(4), 349–369.

Artzt, A. F. and Shirel, Y. F. (1999). **Mathematic reasoning during small–group problem solving. Indeveloping mathematical reasoning in K – 12.** Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Bergqvist, T. and Lithner, J. (2005). A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, 67(3), 225–276.

Bert, J. and Mathias, N. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. **The Journal of Mathematical Behavior**, 36, 20–32.

Brooks, J. G. และBrooks, M. (1993). **In Search of Understanding : The Case for Constructivist Classroom**. Virginia: ASCD.

Bruner, J. S. (1986). **Actual Minds, Possible Worlds**. Cambridge, MA: Harvard University.

Budnitz, N. (2003). **What do we mean by inquiry?.** Retrieved August 24, 2021, from http://www.biology.duke.edu/cibl/inquiry/what_is_inquiry.ht.

Bybee, R. W. (2006). **The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness**. BSCS: Colorado Springs.

Cai, J. (2010). Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics: A representational discussion. In Sriraman, B. and English, L. (Eds.), **Theories of mathematics education** (pp. 251–258). New York: Springer.

Carre, J. (1995). **The naive and sentivental lover**. London: Hodder and Stoughton.

Castro, A. (2004). ความสามารถระดับมืออาชีพของนักจิตวิทยาและความต้องการของโปรไฟล์มืออาชีพในสภาพแวดล้อมการทำงานที่แตกต่างกัน. **สหวิทยาการ**, 21(2), 117–152.

Christiansen, C. (1969). **Person–environment–occupation–performance: an occupation–based framework for practice**. New Jersey: SLACK Incorporated.

Clements, D. H. (1997). (Mis) Constructing Constructivist. **Teaching Children Mathematics**, 4(4), 198–200.

Cooney, T. J. and Wiegel, H. (2003). **Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics**. Boston: Houghton Mifflin.

Creswell, J. W. and Plano Clark, V. L. (2011). **Designing and conducting mixed methods research** (2nd ed.). California: SAGE.

Creswell, J. W. and Plano Clark, V. L. (2018). **Designing and conducting mixed methods research** (3rd ed.). California: SAGE Publications.

Dewey, J. (1910). **How We Think. Boston: D. C. Health**.

Dewey, J. (1938). **Logic: The theory of inquiry**. New York: Henry Holt and Company.

Dossey, J. A. (1992). **Mathematics methods and modeling for today's mathematics classroom: Acontemporary approach to teaching grades 7–12.** Pacific Grove, CA: Brooks/Cole.

Driscoll, M. P. (1994). **Psychology of Learning for Instruction**. Boston: Allyn and Bacon.

Driver, R. and Bell, B. (1986). Students' Thinking and The Learning of Science : A Constructivist View. **The School Science Review**, 67(240), 443–456.

Duch, J. B. (2001). Models for Problem–based Instruction in Undergraduate Course. In Duch B.J, Groh, S.E, and Allen, D.E. (eds.), **The Power of Problem Based Learning** (pp. 21–29). Virginia : Stylus.

Ernest, D. (1993). **Management : Theory and Practics**. New York: McGraw–Hill.

Ernest, D. (1996). **Personnel : Management People at Work**. New York: The McMillan.

Felder, M. R. (1996). Matters of Style. **ASEE Prism**, 6(4), 18–23.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R. and Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, 27, 403–434.

Fleming, M. and Chambers, B. (1983). **Proactive approaches in psychosocial occupational therapy**. New Jersey: Slack.

Fosnot, C. (1996). **Constructivism : Theory, Perspectives and Practice**. New York: Teachers College.

Glasersfeld, V. E. (1995). A Constructivist Approach to Teaching. In Steffe, L. P. and Gale, J. (Eds.). **Constructivism in Education** (pp. 3–15). Hillsdale: Erlbaum.

Glasersfeld, V. E. (2001). Radical constructivism and teaching. **Perspectives**, 31(2), 191–204.

Gredler, M. E. (1997). **Learning and Instruction Theory into Practice** (3rd ed.). **New Jersey: Prentice–Hall**.

Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. **Interchange**, 21(1), 6–13.

Hanna, G. and de Villiers, M. (2012). **Aspects of Proof in Mathematics Education**. New York: Springer.

Heron, L. E. (1997). Using Constructivist Teaching Strategies in HighSchool Science Classroom to Cultivate Positive Attitudes Toward Science. **Dissertation Abstracts International**, 58(5), 1564 A.

Hiebert, J. C. and Carpenter, T. P. (1992). **Learning and Teaching with Understanding**. New Jersey: Macmillan.

Hogan, K. and Berkowitz, A. R. (2000). Teachers as inquiry learners. **Journal of Science Teacher Education**, 11(1), 1–25.

Jeannotte, L. (2015). **Metonymy : hidden shortcuts in language, thought and communication**. Cambridge: Cambridge University.

Johansson, H. (2016). Mathematical Reasoning Requirements in Swedish National Physics Tests. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 14(6), 1133–1152.

Johansson, P. and Emanuelsson, O. (1997). **An Introduction to Modern Welfare Economics**. Cambridge: Cambridge University.

Jonassen, D. H. (1991). Evaluating Constructivist Learning. **Educational Technology**, 31(9), 28–32.

Joyce, B., Weil, M. and Calhoun, E. (2004). **Models of Teaching** (7th ed.). New York: Allyn and Bacon.

Joyce, B., Weil, M. and Calhoun, E. (2009). **Models of Teaching** (8th ed.). New York: Courtesy of Reece Galleries.

Joyce, B., Weil, M. and Showers, B. (1992). **Models of Teaching (**4th ed.**)**. Needham Height Massachusetts: Ally and Bacon.

Kanari, Z. and Millar, R. (2004). Reasoning from data: How Students Collect and Interpret Data in Science Investigations. **Journal of Research in Science Teaching**, 41(7), 748–769.

Kane, M. T., Crooks, T. J. and Cohen, A. S. (1999). **Designing and Evaluating Standard–Setting Procedures for Licensure and Certification Tests**. Madison: University of Wisconsin.

Keeves, J. P. (1997).). Models and model building. In Keeves, J. P. (Ed.), **Educational research, methodology, and measurement: An international handbook** (2nd ed.) (pp. 386–393). Cambridge, UK: Pergamon.

Khan, B. H. (2015). **Web–based instruction**. New Jersey: Educational Technologies Publication.

Kim, M. S. (2005). **Alignment of classroom history assessments and the 7th national curriculum in Korea: Assess historical knowledge and reasoning skills**. PA: University of Pittsburgh.

Krulik, S. and Rudnick, J. A. (1993). **Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers**. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Lawson, A. E. (1995). **Science Teaching and The Development of Thinking**. Belmont, California: Wadsword.

Leighon, J. P. (2006). Teaching and assessing deductive reasoning skills. **The Journal of Experimental Education**, 74(2), 109–136.

Leighton, P. J. (2004). **Defining and Describing Reason. In Jacqueline P. L. and Robert, J. S. (Eds.). The Nature of Reasoning (pp.** 1–11). **New York: Cambridge University**.

Lerman, J. (1990). **101 best Web sites for teacher tools and professional development**. Eugene: International Society for Technology in Education.

Lincoln, Y. S. and Guba, E. G. (1985). **Naturalistic inquiry**. California: SAGE.

Lithner, J. (2004). **Mathematical Competencies**. Sweden: Umea University.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In Gutiérrez, A. and Boero, P. (Eds.), **Handbook of research on the psychology of mathematics education** (pp. 173–203). Rotterdam: Sense.

Massialas, B. G. and Cox, B. (1966). **Inquiry in Social Studies**. New York: McGraw–Hill.

Mathias, N. and Bert, J. (2019). Investigating algorithmic and creative reasoning strategies by eye tracking. **The Journal of Mathematical Behavior**, 55, 1–14.

Mesalands Community College. (2012). **General Education Competency Mathematical Reasoning Rubric.** Retrieved November 15**,** 2019**, from** http://www.mesalands.edu/wp–conten/uploads/2012**/**04**/** MathematicalReasoning–rubric.pdf.

Moore, D. S., McCabe, G. P. and Craig, B. A. (2012). **Introduction to the practice of statistics** (7th ed.). New York: W. H. Freeman and Company.

Moshman, D. (1994). Reason, reasons and reasoning: A constructivist account of human rationality. **Theory & Psychology**, 4(2), 245–260.

National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (2000). **Principle and Standards for School Mathematics**. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Neubert, G. A. and Binko, J. B. (1992). **Inductive reasoning in the secondary classroom**. Washington DC: National Education Association.

Norqvist, M. and Bert, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. **The Journal of Mathematical Behavior**, 36, 20–32.

O'Daffer, P. G. (1990). **Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof**. New York: Macmilan.

Oehrtman, M. and Lawson, A. E. (2008). Connecting Science and Mathematics: The Nature of Proof and Disproof in Science and Mathematics. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 6(2), 377–403.

Palm, T. B. and Lithner, J. (2005). **The requirements of mathematical reasoning in upper secondary level assessments.** Department of Mathematics and Mathematical Statistics, Umeå Universitet.

Park, J. and Han, S. (2002). Using Deductive Reasoning to Promote The Change Of Students' Conceptions About Force and Motion. **International Journal of Science Education**, 24(6), 593–609.

Pedemonte, B. (2001). Some cognitive aspects of the relationship between argumentation and proof in mathematics. In M. van den Heuvel–Panhuizen (Ed.), **Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education PME–25 (**4th ed., pp. 33–40**).** Netherlands ; Utrecht (Olanda).

Perkins, D. N. (1991). What Constructivism Demand of The Learner. **Educational Technology**, 31(10), 19–21.

Pesek, D. D. and Kirshner, D. (2000).). Interference of instrumental instruction in ubsequent relational learning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 31, 524–540.

Peter, A. F. (2000). **The Test of Everyday Reasoning.** Retrieved November 15, 2019, from http://www.insightassessment.com/test–cctst2k.html.

Polya, G. (1957). **How to solve it**. New York: Doubleday–Anchor.

Quellmalz, E. S. (1987). Developing Reasoning Skills. In Joan, B. B. and Robert, J. S. (Eds.), **Teaching Thinking Skills: Theory and Practice** (pp. 86–105). New York: W. H. Freeman.

Reid, D. (2002). Conjectures and refutations in grade 5 mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, 33(1), 5–29.

Robert, K. (1977). Science Teaching and the Development of Reasoning. **Journal of Research in Science Teaching**, 14(2), 169–175.

Rowan, T. E. and Morrow, L. J. (1993). **Implementing K–8 curriculum and evaluation standards: reading from the arithmetic**. Virginia: The National Council of teacher of Mathematics.

Russell, S. J. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. In **Developing mathematical reasoning in grades K–12, 1999 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics** (pp. 1–12). Reston, VA: NCTM.

Russell, S. J. and Wefald, E. (1991). Principles of metareasoning. **Artificial Intelligence**, 49, 361–395.

Saettler, P. (1990). **System Approach.** Retrieved December 8, 2019. from http://faculty.mdc.edu/jmcnair/Joe14pages/basics_of_behaviorism.html.

Saylor, J. G., William, M. A. and Arthur, J. L. (1981). **Curriculum Planning for Better Teaching and Learning** (4th ed.). New York: Holt, Rinchart and Winston.

Schoenfeld, A. H. (1983). **Problem solving in the mathematics curriculum: A report, recommendations, and an annotated bibliography**. Washington, DC: Mathematical Association of America, Committee on the Teaching of Undergraduate Mathematic.

Senk, S. L. and Thompson, D. R. (1997). Using Rubrics in High School Mathematic Course. **The Mathematics Teacher**, 91(9), 789–793.

Simon, M. A. and Deborah, S. (1993). **Constructivism in Our Classroom**. London: Rewood.

Skemp, R. (1978). **The Psychology of Learning Mathematics**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Slater, T. F. (1993). The Effectiveness of a Constructivist Epistemological Approach to the Astronomy Education of Elementary and Middle Level in Service Teachers. **Dissertation Abstracts International**, 54(7), 2528 A.

Stiggins, J. R. (1997). **Student–Centered Classroom Assessment** (2rd ed.). **New Jersey: Macmillan College**.

Stipek, D. (2001). **Motivation to learn: From theory to practice (4th ed). MA: Allyn&Bacon**.

Stylianides, G. J. (2008). Proof and proving in school mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, 38(1), 289–321.

Troutman, A. P. and Lichtenberg, B. K. (1995). **Mathematics. A Goog Beginning**. New Yor: Brooks/Cole.

Türkmen, H. (2006). How Should Science Be Taught by Using Learning Cycle Approach in Elementary Schools? **Elemantary Education Online**, 5(2), 1–15.

Watts, M. and Fofili, E. (1998). Towards Critical Constructivist Teaching. **International Journal of Science Education**, 20(2), 173–185.

Yackel, E. and Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In Kilpatrick, J., Martin, W. G. and Schifter, D. E. (Eds.), **A research companion to principles and standards for school mathematics** (pp. 227–236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Yager, R. (1991). The Constructivist Learning Model, Towards Real Reform in Science Education. **The Science Teacher**, 58(6), 52–57.

Yumus, A. S. (2001). Levels of reasoning in mathematical concepts among preservice mathematics teachers. In **2nd APED International Conference in Education Research Understanding Eduactional Issues in the Asia Pacific Region Universals, Uniqueness and Cooperation** (pp. 52–61). Seoul, Korea.

Zilberstein, S. and Russell, S. J. (1996). Optimal composition of real–time systems. **Artifi cial Intelligence**, 82(1–2), 181–213.

# ภาคผนวก

**ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย**

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิติมา พรหมมารัตน์ อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย
2. อาจารย์ ดร.วีรพงษ์ วงศ์พินิจ อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
3. อาจารย์ ดร.วันชัย ตาปัญโญ อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุดาพร ปัญญาพฤกษ์ อาจารย์ประจำสาขาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย
5. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กานต์รวี บุษยานนท์ อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง
6. อาจารย์ ดร.ปรมินทร์ อริเดช อาจารย์ประจำสาขาวัดผลและประเมินผลทางการศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย
7. นางสุวิมล บุญคำ ครูคณิตศาสตร์ปฏิบัติการสอนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนยางฮอมวิทยาคม

**ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

1. รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู
2. คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู
3. แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. แบบสัมภาษณ์ความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

# รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

วิทยา พูลสวัสดิ์

60207094

สาขาหลักสูตรและการสอน

วิทยาลัยการศึกษา

มหาวิทยาลัยพะเยา

# รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

## 1. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนฯ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีลักษณะและธรรมชาติเฉพาะตัว ซึ่งทำให้คณิตศาสตร์มีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น ๆ (American Association for the Advancement of Science (AAAS), 1993) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง “แบบรูปและความสัมพันธ์” (Patterns and Relationships) ในการสร้างแบบรูปและความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ นักคณิตศาสตร์ใช้ “กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์” (Mathematical Inquiry) ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลัก ได้แก่

1. การสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ (Abstraction and Symbolic Representations)
2. การจัดกระทำข้อแถลงทางคณิตศาสตร์ (Manipulating Mathematical Statements)
3. การนำผลการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ (Applications)

นักคณิตศาสตร์จะเริ่มจากการสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่ต้องการศึกษาและจัดกระทำข้อแถลงทางคณิตศาสตร์ เมื่อข้อแถลงถูกสร้างขึ้นและผ่านการตรวจสอบจนเป็นที่ประจักษ์แล้ว นักคณิตศาสตร์จึงนำข้อแถลงนั้นไปประยุกต์ใช้กับสิ่งอื่น ๆ

สิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) โดย (Christiansen, 1969) ระบุว่า คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล 2 ประเภทหลัก ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้าง “หลักการ (หรือข้อแถลงทั่วไป) ที่ผูกรวม (ข้อเท็จจริงต่าง ๆ) เข้าไว้ด้วยกัน” และ
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อ “ทดสอบยืนยัน ปฏิเสธและปรับปรุง (ข้อแถลงนั้น)” (Dewey, 1910, p. 82)

ดังนั้น นักคณิตศาสตร์นำการให้เหตุผลทั้ง 2 ประเภท มาใช้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัยเริ่มต้นจากการสังเกตและสำรวจ เพื่อสร้างข้อแถลงทั่วไป จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อทดสอบว่า ข้อแถลงนี้ยังคงถูกต้องเมื่อนำไปประยุกต์ใช้กับสิ่งอื่น ๆ หรือไม่ ซึ่งหากได้รับการยืนยัน ข้อแถลงนั้นก็จะเป็นที่ยอมรับในฐานะความรู้ทางคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุนี้ แม้ความคิดหรือข้อแถลงทางคณิตศาสตร์จะเริ่มเกิดขึ้นจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย แต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ยังต้องได้รับการตรวจสอบและยืนยันจากการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นกัน (Khan, 2015)

จากลักษณะของธรรมชาติของคณิตศาสตร์ข้างต้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นผ่านกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มุมมองนี้สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม (Constructivist Theory of Learning) ที่อธิบายว่าความรู้เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นจากประสบการณ์กับโลกทางกายภาพและถูกตรวจสอบความน่าเชื่อถือผ่านกระบวนการทางสังคม (Glasersfeld, 2001) มุมมองนี้ยังสอดคล้องกับสิ่งที่ (Dossey, 1992) และ (Ernest, 1993) เสนอว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนภายในจิตใจที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อใช้แทนสิ่งที่เกิดขึ้นในโลกภายนอก หาใช่สิ่งที่มีอยู่แล้วและถูกค้นพบโดยมนุษย์ในภายหลัง ดังนั้น คณิตศาสตร์จึงไม่ใช่ “ความรู้ที่เป็นปรนัย สัมบูรณ์ แน่นอน และแก้ไขไม่ได้” หากแต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็น “ผลลัพธ์ของกระบวนการทางสังคม” ที่ซึ่ง “ผิดพลาดได้และเปิดกว้างต่อการปรับปรุงแก้ไข” (Ernest, 1996, pp. 2–3) ยิ่งไปกว่านั้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นอิสระไปจากค่านิยมและวัฒนธรรมของมนุษย์ ในทางตรงกันข้าม ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีค่านิยมและวัฒนธรรมในบริบทที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นถูกสร้างขึ้นพ่วงติดอยู่ (Lerman, 1990)

เมื่อกล่าวถึงมุมมองของคนทั่วไปที่มีต่อคณิตศาสตร์ที่เข้าใจเพียงผิวเผินว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยตัวเลขและการคำนวณเท่านั้น (กมลวิทย์ พันธ์พัฒนกุล, 2555) โดยการคำนวณนั้นเป็นเพียงการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่แล้ว มุมมองนี้ค่อนข้างจำกัด ทั้งนี้เพราะมุมมองนี้ไม่ได้ช่วยให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ ยิ่งเมื่อครูมีมุมมองเช่นนี้ ครูจึงมุ่งสอนเพียงเพื่อให้นักเรียนจดจำและฝึกฝนการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ให้คล่องแคล่วเท่านั้น (Stipek, 2001) โดยครูอาจละเลยการส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ผลที่ตามมาคือว่า ถึงแม้ว่านักเรียนอาจจดจำความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นไปประยุกต์ใช้ในบริบทที่ตนเองคุ้นเคย แต่นักเรียนอาจไม่สามารถสร้างความรู้ใหม่และนำความรู้นั้นไปใช้ในบริบทใหม่ที่ตนเองไม่คุ้นเคยได้ ดังนั้น หากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนยังคงเป็นเช่นนี้ การสร้างพลเมืองที่มีความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์และบุคลากรด้านคณิตศาสตร์ที่มีความสามารถในการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์จึงแทบไม่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เลย

ด้วยเหตุนี้ จึงเป็นความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะได้รับการส่งเสริมให้มีมุมมองต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ในฐานะสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นผ่านกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มุมมองนี้จะเป็นรากฐานสำคัญให้กับครูในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นหัวใจของการปฏิรูปการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยและของต่างประเทศในปัจจุบัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560; National Council of Teachers of Mathematics NCTM., 2000) เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ทั้งในส่วนของการสร้างความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ในชีวิตประจำวันผ่านการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการตรวจสอบความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์นั้นผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ครูจึงควรได้รับการส่งเสริมให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบ นอกจากนี้การมีส่วนร่วมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ครูและนักศึกษาครูเข้าใจว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีบทบาทในการสร้าง ตรวจสอบและยืนยันความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร (Khan, 2015) ซึ่งจะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ผ่านการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ (Perry and Howard, 1999)

ดังนั้น เพื่อผลิตครูคณิตศาสตร์รุ่นใหม่ที่มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรการผลิตครูจึงไม่ควรเตรียมความพร้อมเพียงความรู้ด้านเนื้อหาให้แก่นักศึกษาครูเท่านั้น หากยังจำเป็นต้องส่งเสริมให้นักศึกษาครูได้มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้นักศึกษาครูได้สร้าง ทดสอบ และประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง เนื่องจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในการสืบเสาะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการส่งเสริมให้นักศึกษาครูมีความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัยจึงเป็นเรื่องจำเป็น โดยรูปแบบการส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยม ซึ่งมุ่งเน้นให้นักศึกษาครูได้ใช้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์รอบตัว และได้ใช้เหตุผลแบบนิรนัยในการตรวจสอบความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์นั้น ซึ่งสอดคล้องกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ที่มองว่า 1) ความคิดและการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในอัตลักษณ์ของมนุษย์ (Mathematical Ideas and Practices are Part of Human Identity) 2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพลวัตและเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ (Mathematical Knowledge is Dynamic and Forever Changing) 3) การสืบเสาะทางคณิตศาสตร์คือการสำรวจความคิด (Mathematical Inquiry

is an Exploration of Ideas) และ 4) ความคิดและความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกตรวจสอบทางสังคมผ่านการโต้แย้ง (Mathematical Ideas and Knowledge are Socially Vetted Through Argumentation)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในสถาบันการผลิตครูคณิตศาสตร์ต้องปรับเปลี่ยนวิธีการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง รวมถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การนำแนวคิด วิธีการมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพตรงตามวัตถุประสงค์ที่กล่าวมา

ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพตรงตามวัตถุประสงค์จึงได้ทำการปรับเปลี่ยนวิธีการสอนโดยการพัฒนารูปแบบการสอน ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอนนั้นเป็นแบบแผนของการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมที่ต้องการ โดยมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งในแต่ละรูปแบบจะมีแนวทางในจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่างกันออกไป (Joyce, Weil and Showers, 1992, pp. 1–4, 2009, p. 2) การพัฒนารูปแบบการสอนในครั้งมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูที่เน้นขั้นตอนการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นภายใต้ทฤษฎีสรรคนิยมและแนวทางการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรูปแบบการสอนดังกล่าวจะเป็นสิ่งสำคัญที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักศึกษาสามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งขณะที่กำลังเรียนอยู่และในระยะยาวต่อไปเมื่อนักศึกษานำวิธีการเรียนรู้ดังกล่าวไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคตรวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งสิ่งเกิดขึ้นจากการเรียนรู้จากรูปแบบการสอน คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นเครื่องมือสำคัญในศึกษาคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจแนวคิด การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ และการส่งเสริมการคิดอย่างเป็นระบบ ซึ่งทักษะที่กล่าวมาจะช่วยให้ผู้ศึกษาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน เป็นระบบและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เพื่อการนำไปใช้และการแสวงหาความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์และในส่วนของอนาคตนักศึกษาครูจะต้องก้าวสู่วิชาชีพครูคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลโดยตรงกับการจัดการเรียนการสอน ด้านการวิเคราะห์หลักสูตร/การจัดเตรียมแบบเรียน ตำรา ซึ่งเป็นการจัดเตรียมอย่างเป็นระบบ เน้นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเพื่อการให้เหตุผลเชื่อมโยงระหว่างแนวคิด/หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะความเป็นนามธรรมในตัวของเนื้อหา การใช้สถานการณ์หรือตัวอย่างที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นภายใต้เหตุผลของตนเอง

รวมถึงการอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดฝึกให้ผู้เรียนยอมรับฟังความคิดเห็นและเหตุผลของผู้อื่น ส่วนด้านการทดสอบ/การวัดผลประเมินผล จะทำให้ครูผู้สอนมีแนวคิดในการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มิได้มองเพียงผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาที่อาจเกิดจากการเลียนแบบเท่านั้น จะเห็นได้ว่าการพัฒนารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู เป็นแนวทางสำคัญในการวางกลยุทธ์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุนี้ หลักสูตรการผลิตครูจึงจำเป็นต้องพัฒนานักศึกษาครูในทุกมิติที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ทั้งความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านวิธีสอน กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กันตั้งแต่ในปีแรกของหลักสูตรการผลิตครู การเตรียมความพร้อมเช่นนี้จะช่วยปูพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนรู้ในรายวิชาอื่น ๆ อาทิ วิธีสอนคณิตศาสตร์ การฝึกปฏิบัติการสอนคณิตศาสตร์ และการฝึกประสบการณ์วิชาชีพในโรงเรียน เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับ มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) (กระทรวงศึกษาธิการ, 6 มีนาคม 2562, หน้า 2–20) การใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีการเรียนรู้สรรคนิยมต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู จะเป็นการฝึกนักศึกษาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นเครื่องมือในการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคต รวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังเป็นการเตรียมพร้อมผู้เรียน ซึ่งเป็นนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ให้เป็นผู้ที่มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายให้กับผู้เรียนผ่านกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามผลลัพธ์การเรียนรู้และข้อเสนอสาระความรู้กลุ่มสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) ต่อไป

## 2. ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนฯ

### 2.1 การให้เหตุผล (Reasoning)

**การให้เหตุผล** เป็นหนึ่งในธรรมชาติของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และจำเป็นอย่างยิ่งในการแสดงถึงความคิด ความเข้าใจและสื่อสารออกมาถึงแนวคิดนั้นอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งมีลักษณะสำคัญ คือ การคิดในการสร้างข้อคาดการณ์จากปัญหา การค้นหาวิธีการการทดลองแก้ปัญหา เพื่อหาข้อสรุปเป็นสมบัติหรือกฎเกณฑ์ ตลอดจนการตรวจสอบ

ความถูกต้อง ยืนยันข้อสรุปที่ได้มาและทำการหลอมรวมแนวคิดดังกล่าวเพื่อให้เกิดแนวคิดใหม่ผ่านกระบวนการของการให้เหตุผล

**ความหมายของการให้เหตุผล** นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลที่มีความลุ่มลึกแตกต่างกัน โดยบางส่วนมองเพียงว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการทางสติปัญญา ในขณะที่บางส่วนมองว่า การให้เหตุผลมีความหมายที่ครอบคลุมกระบวนการทางสังคมด้วยเช่นกัน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

นักวิชาการกลุ่มหนึ่ง อาทิ Leighton (2004, p. 11) และ Kim (2005, p. 59) ให้ความหมายการให้เหตุผลที่เน้นไปที่กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล โดยการให้เหตุผลเป็นการที่บุคคลแสดงถึงการสร้างข้อสรุปต่าง ๆ ผ่านการเรียนรู้ การคิด วิเคราะห์ ตัดสินใจ การประเมินผล และการอ้างอิงข้อมูล เพื่อให้เกิดข้อสรุปจากความคิดของตนอย่างมีวิจารณญาณ ตลอดจนการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปในรูปทั่วไป การพิสูจน์ และการโต้แย้ง นอกจากนี้ Quellmalz (1987, pp. 86–105) และ ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 144) กล่าวเพิ่มเติมเกี่ยวกับการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นการตัดสินความน่าเชื่อถือของข้อมูลหรือหลักฐานที่พิจารณา สามารถระบุความสมเหตุสมผล ภายใต้การคิดแบบอุปนัยและนิรนัยและสามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง

นอกจากการให้เหตุผลจะเน้นไปที่กระบวนการทางสติปัญญาภายในบุคคล นักวิชาการบางท่าน เช่น ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 144) และ Wikipedia Encyclopedia (2019, Online) ยังมองในอีกมิติหนึ่งว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางสังคม ซึ่งบุคคลต้องมีการอธิบาย ชี้แจง แสดงออก หรือสื่อสารผ่านรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง (การเขียน การพูด การใช้สัญลักษณ์) เพื่ออธิบายความคิดอย่างเป็นเหตุและเป็นผล และเปิดโอกาสให้ผู้อื่นตรวจสอบ อันจะนำมาซึ่งกระบวนการถกเถียงหรือโต้แย้งเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปที่น่าเชื่อถือที่สุด โดยบุคคลจะสร้างและตรวจสอบข้อเท็จจริง เชิงตรรกะวิทยาและบูรณาการเข้าด้วยกัน ภายใต้การคิดและการใช้ภาษาในการสื่อสาร ซึ่งถือว่าเป็นความสามารถที่โดดเด่นที่มนุษย์ครอบครอง

จากความหมายที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลจำเป็นต้องประกอบด้วย 2 มิติ คือ 1) กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล ซึ่งบุคคลนั้นจะแสดงออกหรือไม่แสดงออกก็ได้ และ 2) กระบวนการทางสังคม โดยบุคคลนั้นจะต้องแสดงความคิดภายในของตนเองออกมา ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับทั้ง 2 มิติ ดังนี้ การให้เหตุผล หมายถึง เหตุผลที่นักศึกษาแสดงออกหรือสื่อสารผ่านรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง ทั้งนี้ เพราะเราไม่สามารถเข้าถึงความคิดที่เกิดขึ้นแต่นักศึกษาไม่ได้แสดงออกมาได้

**การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** จากความหมายและแนวคิดหลักของการให้เหตุผลทั่ว ๆ ไปข้างต้น การให้เหตุผลประกอบด้วย 2 มิติ คือ 1) กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล และ 2) กระบวนการทางสังคม หรือการแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้เรียนได้ใช้ทั้งกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นจากตนเองและการเสนอสิ่งที่คิดอย่างเป็นเหตุและเป็นผลผ่านการอธิบายในรูปแบบต่าง ๆ โดยนักการศึกษาและนักวิชาการที่ทำการศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้โดยเฉพาะ ดังนี้

นักการศึกษาและนักวิชาการกลุ่มที่มองการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในมิติของกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นในภายในตัวของบุคคล เช่น O'Daffer (1990, p. 378) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับรายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560, หน้า 5) ที่กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยการรวมเอาปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาที่ซับซ้อนและการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ลักษณะนี้จะเน้นไปที่กระบวนการคิดที่เกิดกับตัวบุคคลในการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ Stiggins (1997, pp. 260-262) ได้นำเสนอความสามารถในการให้เหตุผลว่าควรประกอบด้วย การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative Reasoning) การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing Reasoning) การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying Reasoning) และการให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential Reasoning) ล้วนเป็นความสามารถในการคิดที่เกิดขึ้นในตัวบุคคลทั้งสิ้น

ส่วนในมิติที่นักการศึกษาและนักวิชาการมองการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางสังคม หรือการแสดงเหตุผลผ่านการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ทิพย์วัลย์ สีจันทร์ (2548, หน้า 71) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการคิดลักษณะหนึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการอธิบายบางสิ่งบางอย่าง โดยอธิบายภายใต้หลักฐานหรือข้ออ้างอิงที่เกิดจากการสังเกต ทดลอง หรือข้อความที่ได้รับการยอมรับหรือได้รับการพิสูจน์ เช่น กฎ หรือทฤษฎี เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับ Jeannotte (2015) ที่แสดงให้เห็นว่า

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แสดงคำอธิบายที่ถูกต้อง การแสดงออกถึงความหมายของแนวคิด เงื่อนไขของความคิด นอกจากนี้ Stylianides (2008) และ Artzt and Shirel (1999) ได้อธิบายถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นข้อมูลเกี่ยวกับการสรุปและการได้มาของข้อสรุปที่ถูกต้อง กล่าวโดยทั่วไป คือ “การส่งถ่ายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากชุดข้อมูลที่กำหนดไปยังชุดข้อมูลใหม่ซึ่งชุดข้อมูลเดิมเป็นองค์ประกอบย่อยของการดำเนินการ” และยังได้รับการสนับสนุนโดย Pedemonte (2001) ว่าเป็นกระบวนการของการโต้แย้งที่เกี่ยวข้องกับการวางนัยทั่วไป “การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์ในการแสวงหาความจริงเสมอ” ซึ่งจะเห็นได้ว่านักวิชาการและนักการศึกษากลุ่มนี้จะเน้นการอธิบายและโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดซึ่งเป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในมิติทางสังคม

จากการศึกษา พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรประกอบด้วย 2 มิติ คือ กระบวนการคิดและการแสดงออกทางความคิดนั้น จึงจะนับได้ว่าเป็นกระบวนการของการให้เหตุผลที่สมบูรณ์ นอกจากนี้กระบวนการดังกล่าวยังสอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivism) ที่ในปัจจุบันที่เน้น Social Constructivism ไม่ใช่แค่ Cognitive Constructivism เท่านั้น ซึ่งในการศึกษาคณิตศาสตร์ก็เช่นกัน ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้นิยาม การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ “ความสามารถในการคิดและความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง” ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์

**ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** นักวิชาการได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบลักษณะของการให้เหตุผลในการจำแนกประเภท ขึ้นอยู่กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ในการให้เหตุผล ซึ่งโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์จะประกอบด้วย **อนิยาม** (คำที่ไม่สามารถให้คำจำกัดความได้ เราไม่จำเป็นจะต้องให้ความหมาย แต่ผู้ศึกษาสามารถเข้าใจตรงกันได้ว่าสิ่งที่กล่าวถึงนั้นหมายถึงสิ่งใดโดยอาศัยความคุ้นเคยในสมบัติของสิ่งดังกล่าวหรือรับรู้จากประสบการณ์ เช่น เซต การเป็นสมาชิกของเซต เป็นต้น) **นิยาม** (กลุ่มคำที่เราสามารถให้ความหมายได้ โดยกลุ่มคำเหล่านี้สร้างจากคำอนิยามต่าง ๆ เช่น นิยามการเท่ากันของเซต นิยามของผลคูณคาร์ทีเซียน เป็นต้น) **สัจพจน์** (เป็นสิ่งที่ถูกยอมรับและถือปฏิบัติโดยไม่มีข้อโต้แย้งและเป็นจริงในตัวมันเอง เช่น สัจพจน์ของภาคขยาย (Axiom of Extension) เมื่อเซตสองเซตใด ๆ มีสมาชิกเหมือนกัน เซตทั้งสอง

ย่อมเท่ากัน) และ**ทฤษฎี** (ข้อความที่สามารถพิสูจน์ได้โดยอาศัยคำอนิยาม นิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีที่มีมาก่อนผ่านกระบวนการในพิสูจน์ทฤษฎีเป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกวิทยา เพื่อสรุปข้อความที่ต้องการพิสูจน์ว่าเป็นจริง) ซึ่งจากโครงสร้างเหล่านี้ทำให้เราทราบว่า ในการศึกษาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย่อมเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาก่อนได้มาซึ่งทฤษฎีต่าง ๆ ย่อมผ่านการให้เหตุผล เช่น ทฤษฎีบท ที่กล่าวว่า “เมื่อ $A,B$ เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset A$ แล้ว $A=B$” ในการแสดงว่าทฤษฎีบทดังกล่าวเป็นจริงจะต้องแสดงการพิสูจน์ (การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย) แต่ในความเป็นจริงเราสามารถให้เหตุผลในอีกลักษณะหนึ่ง คือ เมื่อเราทราบว่า $A,B$ เป็นเซตใด ๆ และนิยามของการเป็นสับเซต เราสามารถตรวจสอบจากการยกตัวอย่างหลาย ๆ เหตุการณ์ ที่ $A\subset B$ และ $B\subset A$ จนสรุปได้ว่า $A=B$ (การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย) ซึ่งสอดคล้องกับนักวิชาการหลายท่านที่มองว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 รูปแบบหลัก ซึ่งก็คือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ซึ่งมีวัตถุประสงค์และผลลัพธ์ของการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน ดังนี้

<u>รูปแบบที่ 1</u> เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย (Inductive Reasoning) O’Daffer (1990, p. 378) ได้อธิบายการให้เหตุผลลักษณะนี้ว่า เป็นกระบวนการคิดของผู้ให้เหตุผลที่เน้นการใช้ข้อมูลที่ได้มาในการอธิบายสมบัติและโครงสร้าง ค้นหาหลักการใหม่ รูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์และการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ หรือกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 39–44); ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542, หน้า 47–49) และ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2551, หน้า 3–7) ที่อธิบายว่าการให้เหตุผลรูปแบบนี้เป็นการที่ผู้คิดนำความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้มาจากการสังเกตหรือทำการทดลองซ้ำ เพื่อนำไปสู่การหารูปแบบที่มีความน่าเชื่อถือ และน่าจะถูกต้องที่สุด เป็นการนำข้อมูลหรือหลักฐานที่มีอยู่เพื่อมาสร้างสมมติฐานที่เป็นไปได้ มากที่สุด นอกจากนี้ วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207–223) กล่าวถึงการให้เหตุผลลักษณะว่าสามารถพัฒนาข้อเท็จจริงที่ได้มาเป็นกฎหรือทฤษฎีต่อไปได้

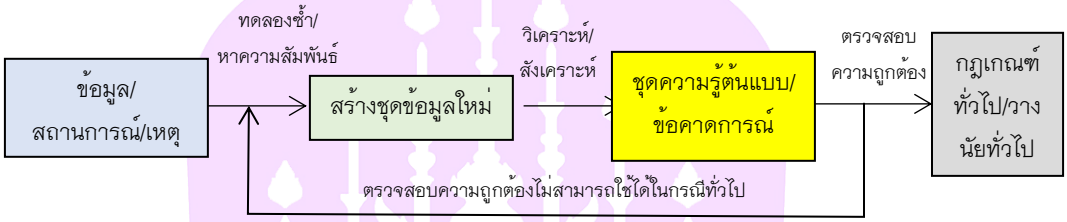
<u>รูปแบบที่ 2</u> เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย (Deductive Reasoning) O’Daffer (1990, p. 378); วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207–223) และ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2551, หน้า 3–7) ได้อธิบายการให้เหตุผลลักษณะนี้ไปในแนวทางที่คล้ายคลึงกันว่า เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่เน้นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลที่ถูกสร้าง

และถูกยอมรับจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อนำไปทดสอบ พิสูจน์ หรือประยุกต์ใช้กับข้อเท็จจริงใหม่ อันจะนำไปสู่การทำให้ข้อสรุปหรือแบบรูปนั้นมีความน่าเชื่อถือหรือครอบคลุมข้อเท็จจริงต่าง ๆ มากขึ้น สู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานผ่าน อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท หรือกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 39–44) กล่าวเพิ่มเติมว่าการให้เหตุผลรูปแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่ผู้คิดให้เหตุผลต้องอาศัยขั้นตอนทางตรรกศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปข้อความที่ถูกขยายความคิดเพิ่มเติมออกไปหรือหาผลสรุปเพิ่มเติม

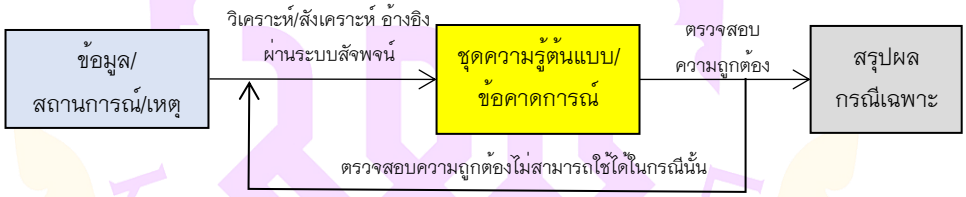
นอกจาก 2 รูปแบบหลักที่กล่าวไปข้างต้น นักวิชาการบางท่านยังมีการกล่าวถึงการให้เหตุผลแบบอื่น ๆ เพิ่มเติมอีก เช่น วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207–223) ยังแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพิ่มเติมไว้ดังนี้ 1) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอธิบาย (Abductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลลักษณะเดียวกันกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย แต่การให้เหตุผลในรูปแบบนี้ จะใช้การพิจารณาข้ออ้างที่คาดว่ามีความเป็นไปได้มากที่สุด ซึ่งเป็นเพียงการพิจารณาเพื่อหาความน่าจะเป็นเท่านั้น 2) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอุปมา (Analogical Reasoning) เป็นลักษณะการให้เหตุผลเพื่อเปรียบเทียบความเป็นไปได้ โดยอาศัยการวิเคราะห์ความเหมือน ความคล้ายคลึงและความแตกต่างกันระหว่างแนวคิดเดิมที่มีอยู่ก่อนหน้ากับแนวทางความคิดใหม่ที่คาดว่าเป็นไปได้และ 3) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงจริยธรรม (Moral Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่นอกเหนือจากการระบุว่าถูกหรือผิด แต่เป็นการให้เหตุผลเพื่อพิจารณาตัดสินว่าสิ่งใดควรทำหรือไม่ควรทำ ซึ่งเป็นกระบวนการให้เหตุผลที่อยู่ภายในอยู่ภายใต้จิตสำนึก ซึ่งการให้เหตุผลที่ได้กล่าวมา จะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอธิบายและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงอุปมา มีลักษณะของกระบวนการใกล้เคียงและเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั่นเอง ส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงจริยธรรมนั้นมีลักษณะทับซ้อนของการให้เหตุผล 2 รูปแบบหลัก คือ ผู้ให้เหตุผลย่อมต้องพิจารณาตัดสินว่าสิ่งใดควรทำหรือไม่ควรทำในการให้เหตุผลอยู่แล้ว การให้เหตุผลที่กล่าวเพิ่มเติมจึงไม่ได้ปรากฏในการจัดประเภทการให้เหตุผลของนักวิชาการท่านอื่น ๆ

ดังนั้น รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จะสนใจการให้เหตุผล 2 รูปแบบหลักที่ปรากฏอยู่ในการจัดประเภทของนักวิชาการหลาย ๆ ท่าน ซึ่งก็คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบอุปนัย ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่ผู้คิดให้เหตุผลจะต้องนำข้อมูลเฉพาะต่าง ๆ ที่มีอยู่มารวบรวม วิเคราะห์ หาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูลนั้นๆ เพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่ผู้คิดให้เหตุผล ต้องสรุปผลกรณีเฉพาะ ในแต่ละกรณี ผ่านระบบสัจพจน์ ที่ประกอบไปด้วย อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาเป็นข้ออ้างอิงในการพิสูจน์ตามหลักตรรกศาสตร์ จนกระทั่งได้ข้อเท็จจริงที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งแสดงเป็นแผนภาพ ดังนี้




**ภาพ 1 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**




**ภาพ 2 กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

### 2.2 ทฤษฎีสรรคนิยม

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับผู้ศึกษาคณิตศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการศึกษาทำความเข้าใจแนวคิดที่มีมาก่อนหน้า การนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ รวมถึงเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการอธิบายสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้และข้อสรุปใหม่ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อกล่าวถึงทฤษฎีการเรียนรู้ที่เหมาะสมและช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากที่สุดควรเป็นทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivist Theory) ซึ่งทฤษฎีนี้จะกล่าวถึง การสร้างความรู้ โดยกล่าวว่า ความรู้เป็นสิ่งที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาและไม่หยุดนิ่ง มีการพัฒนา

โดยกลุ่มสังคมและวัฒนธรรมทำให้ความรู้สามารถปรับเปลี่ยนไปได้ตามกาลเวลา นอกจากนี้ ทฤษฎีสรรคนิยมยังให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้โดยเชื่อว่ามนุษย์สามารถปรับเปลี่ยนความรู้เดิมซึ่งอาจมีการขัดแย้งกับความรู้ใหม่หรือบริบทที่แตกต่างจากเดิม ทำให้เกิดการศึกษาค้นคว้าและหาวิธีการในการอธิบายสิ่งใหม่ที่เกิดขึ้นเป็นการได้มาของความรู้ใหม่ ซึ่งสอดคล้องการส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเครื่องมือในการศึกษาคณิตศาสตร์ผ่านแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้นี้ ดังนั้นในการศึกษาทฤษฎีสรรคนิยม ประกอบด้วย แนวคิดทฤษฎี หลักการจัดการเรียนรู้ รูปแบบการเรียนการสอน การจัดกิจกรรม การนำไปใช้และกลวิธีการเรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

**แนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม** ทฤษฎีสรรคนิยม เป็นทฤษฎีที่มีพื้นฐานทางด้านจิตวิทยาปรัชญาและมานุษยวิทยา โดย Perkins (1991); Glasersfeld (1995); Brooks and Brooks, 1993) และ Fosnot (1996, pp. 12–15) นักวิชาการกลุ่มนี้ มีแนวคิดที่คล้ายคลึงกันว่า ความรู้ไม่ได้เกิดจากการที่ผู้เรียนแค่การรับรู้มาเท่านั้น แต่เป็นการที่ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้นั้นขึ้นมาด้วยตนเอง จากประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจ ที่มีมาก่อนหน้าประมวลเข้ากับการรับรู้กับประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับมาใหม่ นอกจากนี้ อิศรา ก้านจักร (2547); Willson (1996, pp. 18–20 อ้างอิงใน วรรณทิพา รอดแรงค้า, 2541, หน้า 7) และ สัณห์สุดา พลธรรม (2546) ได้กล่าวถึงทฤษฎีนี้ว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งจะเป็นการที่ผู้เรียนสร้างความรู้จากสิ่งที่ต้องเผชิญหรือปัญหาใหม่จากความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม ดังนั้นจากแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีสรรคนิยม ทำให้เราทราบว่า ต่อให้คน 2 คน ได้รับประสบการณ์ใหม่ที่เหมือนกัน แต่หากมีความรู้เดิมต่างกัน ความรู้ใหม่ที่ถูกสร้างขึ้นก็อาจต่างกัน เช่น เมื่อกำหนดสถานการณ์

ตัวอย่างที่ 1 ค่าของ $6 \div 2 \times (2 + 1)$ เท่ากับเท่าใด

**คนที่ 1** อาจให้คำตอบของการดำเนินการ $6 \div 2 \times (2 + 1) = 1$ โดยการดำเนินการเริ่มจากในวงเล็บก่อนนำ $2 + 1 = 3$ จากนั้นนำมาคูณกับ 2 ได้เท่ากับ 6 แล้วจึงนำ 6 มาหารกับ 6 ผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าเท่ากับ 1

**คนที่ 2** อาจให้คำตอบของการดำเนินการ $6 \div 2 \times (2 + 1) = 9$ โดยการดำเนินการเริ่มจากการดำเนินการไปทางซ้ายโดยการนำ $6 \div 2 = 3$ จากนั้นทำวงเล็บ $2 + 1 = 3$ นำ $3 \times 3$ ผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าเท่ากับ 9

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงว่า เพราะเหตุใด $-(-2) = 2$

**คนที่ 1** อาจให้เหตุผล ดังนี้

จาก 2 เป็นจำนวนจริง จะมีตัวผกผันการบวก คือ $-2$

และ –2 เป็นจำนวนจริง จะมีตัวผกผันการบวก คือ –(–2)

ซึ่งเราทราบว่า เมื่อนำจำนวนจริงใด ๆ บวกกับตัวผกผันการบวกของจำนวนดังกล่าวแล้วย่อมมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น 2 + (–2) = 0 และ –(–2) + (–2) = 0

ดังนั้น 2 + (–2) = –(–2) + (–2) จากกฎการตัดออกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ สรุปได้ว่า 2 = –(–2) หรือ –(–2) = 2

**คนที่ 2** อาจให้เหตุผล ดังนี้

จาก –(–2) = 0 – (–2)

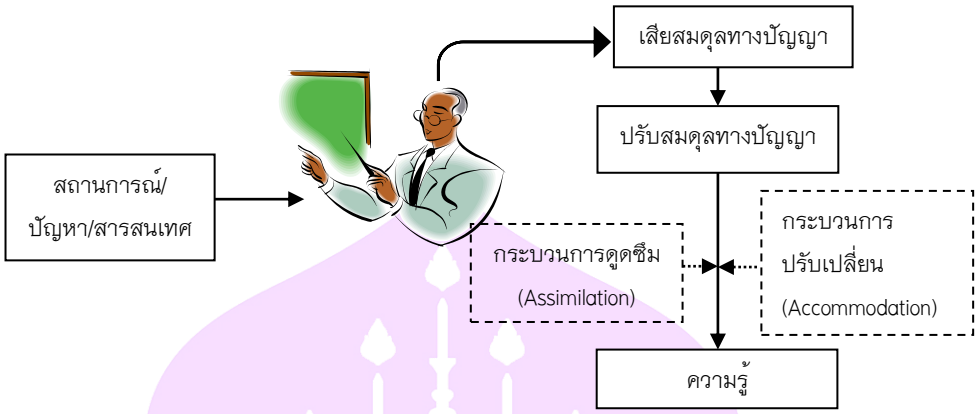
และอ้างอิงจากนิยามการลบ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ a – b = a + (–b) นั่นหมายความว่า a ลบ b มีค่าเท่ากับ a บวกกับตัวผกผันการบวกของ b

จะได้ว่า 0 – (–2) = 0 + 2 เพราะ –2 มีตัวผกผันการบวก คือ 2

ดังนั้น –(–2) = 0 – (–2) = 0 + 2 = 2

สรุปได้ว่า –(–2) = 2

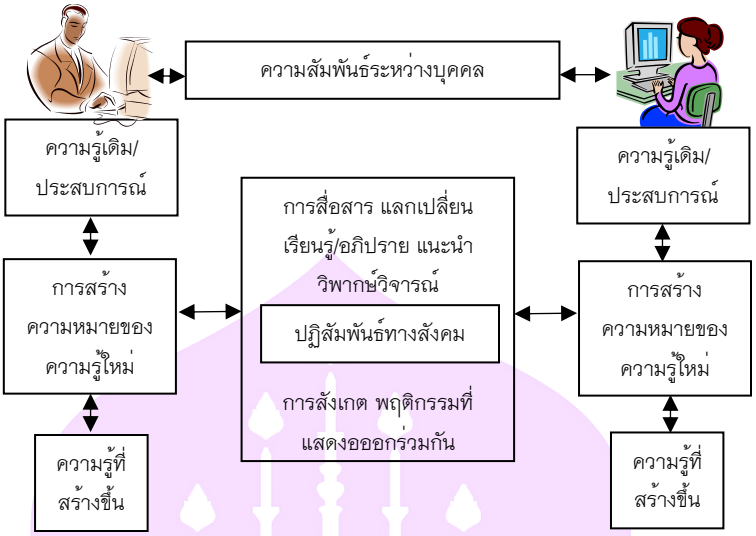
จากตัวอย่างข้างต้นเป็นตัวอย่างของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยตัวอย่างที่ 1 เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และตัวอย่างที่ 2 เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่ต้องอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีที่มีมาก่อนหน้าเพื่อยืนยันข้อสรุปในกรณีเฉพาะ ผู้ตอบ 2 คน ในสถานการณ์ใหม่เดียวกัน แต่ความรู้หรือประสบการณ์ที่นำมาใช้ในการตอบแตกต่างกันออกไป จะเห็นได้ชัดว่าประสบการณ์เดิมมีผลต่อการเรียนรู้และการแก้ปัญหาของแต่ละคนอย่างไร ส่งผลให้ความรู้ใหม่ที่ได้รับย่อมแตกต่างกันออกไปเช่นกัน Gredler (1997, p. 58) ได้อธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเรียนรู้ลักษณะนี้จากทฤษฎีสรรคนิยมว่า ทฤษฎีสรรคนิยมถูกแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ กลุ่มแรก คือ สรรคนิยมเชิงปัญญา (Cognitive Constructivism) หรือ สรรคนิยมแบบเข้มข้น (Radical Constructivism) และกลุ่มที่ 2 คือ สรรคนิยมเชิงสังคม (Social Constructivism) เกร็ดเลอร์อธิบายทฤษฎีสรรคนิยมกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญาหรือสรรคนิยมแบบเข้มข้นว่ามีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของเพียเจต์ (Piaget) ที่เน้นการสร้างความรู้รายบุคคล ศึกษาความแตกต่างของพัฒนาการรายบุคคลไม่สนใจหรือให้ความสำคัญต่อการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม โดยมีแนวคิดว่า มนุษย์ต้อง “สร้าง” ความรู้ด้วยตนเองผ่านประสบการณ์ โดยมวลประสบการณ์ดังกล่าวจะกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างโครงสร้างทางปัญญาหรือ สกีมา (Schemas) สมองจะดำเนินการในรูปแบบของการทำความเข้าใจ (Mental Model) ซึ่งโครงสร้างทางปัญญาหรือสกีมาเหล่านี้สามารถปรับเปลี่ยนได้ (Change) ขยาย (Enlarge) และซับซ้อนขึ้นได้โดยผ่านกระบวนการดูดซึม (Assimilation) และการปรับเปลี่ยน (Accommodation) แสดงเป็นภาพแนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญา ดังนี้



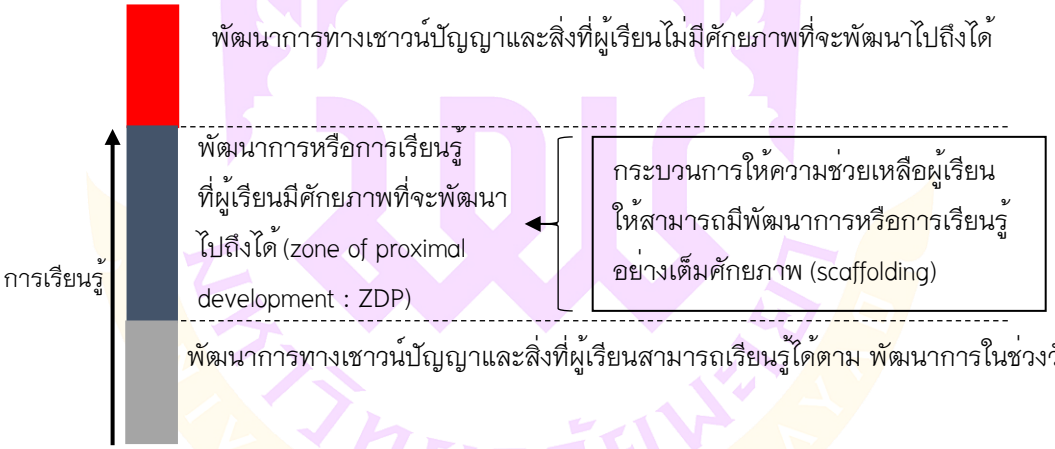

**ภาพ 3 แนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญา**

จากการศึกษาทฤษฎีสรรคนิยมกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญาและสถานการณ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ตัวอย่าง จะเห็นได้ว่าการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียนทั้ง 2 คน แตกต่างกันขึ้นอยู่กับการปรับสมดุลทางปัญญา ภายใต้กระบวนการดูดซึม ซึ่งผู้เรียนจะต้องตีความหรือรับข้อมูลจากสถานการณ์นั้นเพื่อนำเข้าและปรับเข้ากับโครงสร้างทางปัญญา รวมถึงการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาซึ่งเป็นความสามารถของผู้เรียนในการปรับโครงสร้างทางปัญญาให้เข้ากับสถานการณ์โดยการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิม (ใช้ความรู้เดิมที่ต่างกันออกไป) และสิ่งที่ต้องเรียนใหม่ (ได้ความรู้ที่แตกต่าง) เป็นผลให้การเรียนรู้ของทั้งสองคนมีความแตกต่าง แต่สิ่งที่ถูกยอมรับในกลุ่มนี้ยังเชื่อว่าความรู้ยังสามารถปรับเปลี่ยนหรือขยายความซับซ้อนได้มากยิ่งขึ้นเมื่อมีการปรับกระบวนการหรือพื้นฐานของความรู้เดิมที่เปลี่ยนไป ซึ่งจากการวิเคราะห์พบว่า ความเชื่อในกลุ่มสรรคนิยมเชิงปัญญา มีข้อน่าสังเกตทั้งจุดเด่นและจุดด้อย ดังนี้ จุดเด่นผู้เรียนจะสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองภายใต้กระบวนการการปรับโครงสร้างทางปัญญาซึ่งอาจเหมาะสำหรับผู้เรียนที่มีความกระตือรือร้นและขวนขวายที่จะปรับเปลี่ยนหรือขยายองค์ความรู้ด้วยตน เกิดความเชื่อมั่นและภาคภูมิใจในตนเอง แต่ก็ยังมีข้อจำกัด (จุดด้อย) สำหรับผู้เรียนบางคนที่อาจมีพื้นฐานทางความรู้ที่ไม่ดีพอเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้น ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนไม่สามารถสร้างองค์ความรู้ใดๆ ได้เลยหรืออาจสร้างได้แต่ไม่ใช่องค์ความรู้ที่ดีพอสำหรับการนำไปใช้ (การคิดเพียงลำพังอาจคิดได้ไม่ครบ ไม่รอบ) ดังตัวอย่างที่ 1 ผู้เรียนคนที่ 1 และคนที่ 2 ได้ความรู้ที่แตกต่างกันออกไปและสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ต่างกัน ในทางกลับกันถ้าผู้เรียนทั้งสองมีการแลกเปลี่ยนความรู้ผ่านการใช้ภาษา การสังเกต แนะนำ

หรือมีการวิพากษ์วิจารณ์กันขึ้น ผู้เรียนย่อมได้ข้อมูลใหม่ ที่แตกต่างกันออกไปและสามารถปรับเปลี่ยนความรู้นั้นให้ดีและเหมาะสมขึ้น ทำให้เกิดมุมมองของความเชื่ออีกกลุ่มหนึ่ง ในทฤษฎีสรรคนิยม คือ กลุ่มสรรคนิยมเชิงสังคม ซึ่งมีรากฐานมาจากทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของ วิก็อตสกี (Vygotsky) ซึ่งมีความเชื่อว่า การเรียนรู้ของผู้เรียนจะทำได้ดีเมื่อมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับสังคม มีปฏิสัมพันธ์ในการทำงานกับเพื่อนร่วมงานและเชื่อว่าการเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในสังคมโดยธรรมชาติ ดังนั้น การที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม มีผู้คอยแนะนำ (ครู ผู้รู้ หรือผู้เชี่ยวชาญ) เมื่อผู้เรียนประสบปัญหา นอกจากนี้การสนับสนุนด้วยการกระตุ้น แนะนำในการเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ท้าทายให้จะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และได้รับความพึงพอใจในผลงานที่ได้ลงมือกระทำ ทำให้เกิดการเรียนรู้และความเจริญทางด้านสติปัญญา (Cognitive Growth) นอกจากนี้ วิก็อตสกียังให้ความสำคัญในเรื่องของความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อช่วยเหลือผู้เรียนให้มีความก้าวหน้าจากระดับพัฒนาการในปัจจุบันเพื่อไปถึงระดับพัฒนาการที่ผู้เรียนจะมีศักยภาพที่จะพัฒนาไปถึงได้ ภายใต้แนวคิด “Zone of Proximal Development” โดยแนวคิดนี้มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการจัดการเรียนการสอนเป็นอย่างมาก เพราะโดยปกติแล้วการวัดพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของผู้เรียน มักใช้แบบทดสอบมาตรฐานในการวัด เพื่อดูว่าผู้เรียนอยู่มีความรู้ในระดับใด โดยดูว่าสิ่งที่ผู้เรียนทำได้ เป็นตามพัฒนาการในช่วงวัยที่สามารถทำได้หรือไม่ จึงเป็นการบ่งบอกว่าผู้เรียนบรรลุหรือไปถึงพัฒนาการในช่วงดังกล่าวแล้วหรือยัง ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนจึงเป็นจัดการสอนและมวลประสบการณ์ที่สอดคล้องกับพัฒนาการของเด็กเท่านั้น ซึ่งเป็นการตอกย้ำให้เด็กมีพัฒนาการที่คงที่ไม่ได้ช่วยให้มีการพัฒนาการเพิ่มขึ้นแต่อย่างใด ดังนั้น แนวคิดนี้จะทำให้การจัดการเรียนการสอนมีลักษณะที่เหลื่อมกันระหว่างพัฒนาการที่เด็กสามารถทำได้และระดับพัฒนาการที่สูงกว่า โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหรือประสบการณ์จะต้องมีลักษณะที่ท้าทายและสูงกว่าระดับพัฒนาการเสมอ และมีการให้ความช่วยเหลือชี้แนะให้แก่เด็ก ในลักษณะของ “Assisted Learning” หรือ “Scaffolding” ในส่วนนี้จะมีความสำคัญเป็นอย่างมากที่จะช่วยให้เด็กพัฒนาไปถึงในระดับที่ตนมีศักยภาพที่แท้จริง แสดงเป็นภาพแนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงสังคมและภาพ Zone of Proximal Development ดังนี้




**ภาพ 4 แนวคิดของกลุ่มสรรคนิยมเชิงสังคม**




**ภาพ 5 Zone of Proximal eDvelopment**

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยม ในการสร้างความรู้จากทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงปัญญา (Cognitive Constructivism) และกลุ่มแนวคิดสรรคนิยมเชิงสังคม (Social Constructivism) สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ของบุคคลใดนั้น เป็นกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญาที่เกิดขึ้นในตัวบุคคล โดยสร้างขึ้นจากการคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาด้วยประสบการณ์และสามารถนำไปใช้เป็นฐานในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่น ๆ ได้ โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการ

ที่ต่าง ๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น จากนั้นการใช้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่จะช่วยเหลือในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปราย แนะนำ วิพากษ์ สังเกตการณ์ดำเนินงานระหว่างผู้เรียนด้วยกัน เพื่อปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียน นอกจากนี้ผู้ที่มีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมาก คือ ผู้สอนที่จะต้องจัดเตรียมสถานการณ์ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนข้ามผ่านพัฒนาการหรือการเรียนรู้ตามพัฒนาการในช่วงวัยหรือความสามารถที่ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามปกติเพื่อศักยภาพของผู้เรียนให้ไปถึงศักยภาพสูงสุดที่ผู้เรียนสามารถที่จะพัฒนาไปถึงได้ (Zone of Proximal Development: ZDP) โดยผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือผู้เรียน เมื่อผู้เรียนประสบกับสถานการณ์หรือปัญหาทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการหรือเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพ (scaffolding) ดังตัวอย่างของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองตัวอย่างข้างต้น เป็นตัวอย่างที่แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนสามารถพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้เมื่อผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และสามารถทำได้ดีขึ้นเมื่อได้รับความช่วยเหลือจากผู้สอน ซึ่งจะเห็นได้ว่าจากแนวคิดนี้ ความรู้เป็นสิ่งที่ไม่แน่นอน มีการปรับเปลี่ยนและเปลี่ยนแปลงได้ตลอดเวลาภายใต้บริบททางสังคม วัฒนธรรม และค้นพบความรู้ใหม่มากขึ้นเรื่อย ๆ ดังนั้น ความเข้าใจในการจัดการเรียน การสอนภายใต้แนวคิดนี้จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนต้องศึกษา เพื่อพัฒนาผู้เรียนของตนให้เป็นไปตามศักยภาพของการเรียนรู้และสามารถสร้างความรู้และสามารถนำไปใช้ได้

**2.3 การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์**

การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ การสืบเสาะหาความรู้เป็นรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivism) ที่กล่าวถึงกระบวนการการได้มาซึ่งองค์ความรู้ของผู้เรียนนั้น ที่ต้องผ่านการสืบค้น เสาะหา สำรวจ ตรวจสอบและค้นคว้าด้วยวิธีการต่าง ๆ จนทำให้ตนเองเกิดความเข้าใจและเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย จึงจะสามารถสร้างเป็นความรู้ที่เก็บเป็นข้อมูลไว้ในสมองของตนเองอย่างคงทน สามารถนำความรู้นั้นมาใช้เมื่อเผชิญกับสถานการณ์นั้นๆ อีกครั้ง หรือใช้เป็นความรู้ตั้งต้นในการพัฒนาความรู้ใหม่เมื่อสถานการณ์ที่ต้องเผชิญเปลี่ยนไป (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550) โดยการสืบเสาะหาความรู้เป็นกระบวนการที่นักวิทยาศาสตร์ใช้ศึกษาอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ซึ่งต้องอยู่บนพื้นฐานของปรากฏการณ์หรือหลักฐานภายใต้เหตุและผลต่าง ๆ ซึ่งเป็นกระบวนการพื้นฐานที่นำไปสู่การศึกษาในศาสตร์ต่าง ๆ ที่ต้องการอธิบายความเป็นเหตุและเป็นผลของข้อมูล Budnitz (2003, Online) ได้กล่าวว่าการสืบเสาะหาความรู้เป็นแนวคิดที่มีความซับซ้อนและให้ความหมายต่างกันออกไปตามบริบท

และ Hogan and Berkowitz (2000) ได้กล่าวไปในแนวทางเดียวกับ Budnitz ว่า การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้นั้นผู้เรียนจะเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ผ่านกระบวนการต่าง ๆ ในการสืบเสาะหาความรู้ตามบริบทของแหล่งการเรียนรู้ที่มีอยู่ตามความเหมาะสมโดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้ผู้เรียนได้สำรวจปรากฏการณ์ต่าง ๆ และกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจทางวิทยาศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สำหรับ Dewey (1938, p. 108) การสืบเสาะเป็นพื้นฐานของการค้นพบและการเรียนรู้ เป็นกระบวนการทำงานร่วมกันระหว่างความรู้ที่มีอยู่และสิ่งยังไม่รู้จักในสถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มของบุคคลต้องเผชิญกับความท้าทาย โดยบางส่วนของสถานการณ์มักพบสิ่งที่ไม่รู้จักและเป็นสิ่งที่ท้าทายหรือน่าสนใจ เพียงแต่ต้องสืบเสาะเพิ่มเติมในสิ่งที่ไม่รู้จักเข้ากับสิ่งที่รู้ (ความรู้ที่มีอยู่เดิม) ซึ่งสามารถพัฒนาได้ แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับการสืบเสาะเหล่านี้ถือเป็นการสอนที่ท้าทายเมื่อนำไปปฏิบัติในการจัดการศึกษาและไม่สงวนไว้สำหรับกิจกรรมทางวิทยาศาสตร์เท่านั้น

การจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ถูกพัฒนาขึ้นจากแนวคิดพื้นฐาน ในความพยายามที่จะเชื่อมโยงการศึกษาคณิตศาสตร์เข้ากับการศึกษาที่ใช้การสืบเสาะเป็นฐาน (Inquiry-based Education) มักจะมีการอ้างอิงถึงการแก้ปัญหา (Problem-Solving) Cai (2010) อธิบายว่าเป็นแนวทางการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น การสอนควรเริ่มต้นด้วยการสำรวจปัญหาที่มีแนวโน้มจะทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเข้าใจแง่มุมที่สำคัญของคิดทางคณิตศาสตร์ ปัญหาควรเปิดกว้างและปล่อยให้ผู้เรียนได้สืบเสาะแนวทางแก้ไขที่หลากหลายเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องจากความพยายามของแต่ละคนภายใต้การแนะนำของครู เน้นการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและการอภิปรายแนวคิดที่แตกต่าง ความพยายามและวิธีแก้ปัญหาเหล่านั้นจะช่วยให้ผู้เรียนค้นพบและหารือแนวทางและแนวทางแก้ไขเพื่อเป็นทางเลือก และชี้แจงความคิดของพวกเขาเอง สุดท้าย ครูจะเป็นผู้ทำหน้าที่ช่วยในการสรุปที่กระชับและชี้ให้ผู้เรียนให้เข้าใจประเด็นสำคัญของแนวคิดที่ได้จากปัญหาและแนวทางแก้ไขที่หลากหลาย

การเข้าสู่แนวคิดการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ได้ผ่านการวิเคราะห์ที่พัฒนาขึ้นเป็นมุมมองทางการศึกษา ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสได้สัมผัสกับวิธีการและความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายและกลายเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพผ่านความพยายามส่วนบุคคลและการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกับผู้อื่นในการตอบคำถามที่สำคัญ คำถามทำให้ประสบการณ์เหล่านี้ไม่ใช่แค่เรื่องไร้สาระแต่สร้างแรงบันดาลใจและการจัดโครงสร้างสำหรับการศึกษาทั้งหมด ภายใต้แนวปฏิบัติที่อ้างอิงจากการสืบเสาะทางวิทยาศาสตร์ (Inquiry-based Science Education) ที่เกี่ยวข้องกับ

กิจกรรมหลากหลายรูปแบบรวมกันในการสืบเสาะ ซึ่งประกอบไปด้วย กระบวนการการใช้คำถามที่ซับซ้อน การแก้ปัญหา การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การค้นหาทรัพยากรและความคิด การสำรวจ การวิเคราะห์เอกสารและข้อมูล ทดลอง การคาดเดา การทดสอบ การอธิบาย การให้เหตุผล การโต้เถียง และการพิสูจน์ เป็นการกำหนดและการจัดโครงสร้างเชื่อมต่อการปฏิบัติการและการสื่อสาร การกระทำเหล่านี้นำไปสู่ความรู้และความสามารถของผู้เรียน นอกจากนี้ยังรวมถึงการสร้างนิสัยของจิตใจเพื่อการสืบเสาะด้วย (Hanna and de Villiers, 2012) ยังกล่าวเพิ่มเติมอีกว่า เมื่อใดก็ตามที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กระบวนการสืบเสาะจะถูกส่งไปยังการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ อีกด้วย ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ จึงไม่ได้มีรูปแบบต่างจากการจัดการเรียนการสอนการสืบเสาะทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้เผยแพร่รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ในพัฒนาครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับนักวิชาการหลายท่านที่ได้กล่าวเกี่ยวกับ รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ บทบาทของครูและผู้เรียนในรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ และบรรยากาศการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

**รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้**

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ 5Es ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยการกระตุ้นผู้เรียนด้วยเรื่องที่สนใจหรือกำลังเป็นประเด็นที่สนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรืออาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือเริ่มจากความสนใจของตัวผู้เรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม สำหรับหัวข้อหรือประเด็นที่สนใจอาจเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นน่าสนใจจากผู้เรียน ครูอาจกระตุ้นให้ผู้เรียนศึกษาจากสื่อต่าง ๆ หรือเป็นผู้กระตุ้นด้วยการเสนอประเด็นขึ้นมาก่อน แต่ไม่ควรบังคับให้ผู้เรียนยอมรับประเด็นหรือคำถามที่ครูกำลังสนใจ เมื่อมีคำถามที่น่าสนใจและผู้เรียนส่วนใหญ่ยอมรับให้เป็นประเด็นที่ต้องการศึกษาจึงร่วมกันกำหนดขอบเขตและแจกแจงรายละเอียดของเรื่องที่จะศึกษาให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น อาจรวมทั้งการรวบรวมความรู้ ประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นำไปสู่ความเข้าใจเรื่อง หรือประเด็นที่จะศึกษามากขึ้น และมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสนเทศหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลที่ได้ในรูปต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือวาดรูป สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่ เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ได้กำหนดไว้ แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่าง ๆ ได้มากก็แสดงว่าข้อจำกัดน้อย ซึ่งก็จะช่วยให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

4.1 ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าทดลองเพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้ผู้เรียน ชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซักถามให้ผู้เรียนชัดเจนหรือกระจ่างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับความรู้เดิม

4.2 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่นอธิบายและขยายความรู้เพิ่มเติมมีความละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ้งยิ่งขึ้นหรือสมบูรณ์ละเอียดขึ้นนำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้นประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ในเรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจค้นหาและรวบรวมเพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่าผู้เรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไรและมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ การนำความรู้หรือแบบจำลองไปใช้อธิบายหรือประยุกต์ใช้กับ

เหตุการณ์หรือเรื่องอื่น ๆ จะนำไปสู่ข้อโต้แย้งหรือข้อจำกัดซึ่งก่อให้เป็นประเด็นหรือคำถามหรือปัญหาที่จะต้องสำรวจตรวจสอบต่อไป ทำให้เกิดเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกันไปเรื่อย ๆ จึงเรียกว่า Inquiry Cycle กระบวนการสืบเสาะหาความรู้จึงช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งเนื้อหาหลัก และหลักการ ทฤษฎี ตลอดจนการลงมือปฏิบัติเพื่อให้ได้ความรู้ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

Bybee (2006) นักพัฒนาหลักสูตรทางการศึกษา ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นสร้างความสนใจ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นผ่านกิจกรรมสั้น ๆ และการค้นหาความรู้เดิมเพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้และประสบการณ์เดิมเชื่อมโยงกับปัจจุบัน

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่ผ่านสถานการณ์โดยใช้ความรู้เดิมผ่านการวางแผน ตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูลและลงมือปฏิบัติ

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นที่ให้โอกาสผู้เรียนได้แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติ รวมถึงการเปิดโอกาสให้ครูแนะนำความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติ เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นในการกระตุ้นและขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและทักษะผ่านประสบการณ์ใหม่ ให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้ให้กว้างและลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น รวมถึงการพัฒนาความตั้งใจในการปฏิบัติงาน

5. ขั้นประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนได้ประเมินความเข้าใจและความสามารถของตนเอง และครูเป็นผู้ประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียนตามวัตถุประสงค์ของเรื่องที่กำลังศึกษา

พันธ์ ทองชุมนุม (2547) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น ดังนี้

1. จัดทำสถานการณ์หรือปัญหาจากเนื้อหาให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหานั้น สถานการณ์ควรเป็นสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวัน ดึงดูดความสนใจของผู้เรียนและสามารถเชื่อมโยงสู่การออกแบบการค้นคว้าได้

2. ใช้คำถามในการร่วมกันอภิปราย เพื่อนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบของปัญหาและนำไปสู่การตั้งสมมติฐานของผู้เรียน

3. ใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การออกแบบการค้นคว้า การกำหนดเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลและการกำหนดแหล่งข้อมูล

4. ผู้เรียนเป็นผู้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าจากแหล่งค้นคว้าที่กำหนด ทำการบันทึกผลและจัดหมวดหมู่ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

5. ใช้คำถามในการอภิปรายเพื่อสรุปผลการศึกษาค้นคว้า คำถามที่ใช้ต้องอาศัยข้อมูลจากการสืบค้นของผู้เรียนเป็นหลัก เพื่อนำไปสู่คำตอบในการแก้สถานการณ์หรือปัญหาข้างต้นและควรมีคำถามที่ท้าทายในการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือเรื่องที่กำลังจะเรียนต่อไป

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545, หน้า 42–43) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น ดังนี้

1. สร้างความสนใจ

1.1 จัดสถานการณ์หรือเรื่องราวที่น่าสนใจ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสังเกตและเกิดความสงสัยในสถานการณ์นั้น

1.2 กระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างคำถามและกำหนดประเด็นปัญหาที่จะศึกษา

2. สำรวจและค้นหา

2.1 ผู้เรียนวางแผนและกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐานและกำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้

2.2 ผู้เรียนลงมือปฏิบัติเพื่อรวบรวมข้อมูล สารสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบ อาจทำได้หลายวิธี เช่น การทดลอง การทำกิจกรรมภาคสนาม การศึกษาข้อมูลจากแหล่งเอกสารอ้างอิง หรือแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลอย่างเพียงพอ สรุปสิ่งที่คาดว่าจะเป็นคำตอบของปัญหานั้น

3. อธิบายและลงข้อสรุป

3.1 ผู้เรียนนำข้อมูล สารสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลในรูปแบบต่าง ๆ

3.2 การค้นพบอาจสนับสนุนหรือโต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ตั้งไว้เลย แต่ไม่ว่าผลจะเป็นอย่างไรผู้เรียนก็สามารถสร้างองค์ความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. ขยายความรู้ โดยผู้เรียนนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม ไปใช้ในการอธิบายเหตุการณ์อื่น ๆ

5. ประเมินผล เป็นการประเมินการเรียนรู้ ว่าผู้เรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด ด้วยวิธีการประเมินที่หลากหลาย จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น

นันทกา คันธิยงค์ (2547, หน้า 19) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่ผู้สอนกระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่ผู้เรียนหรือตรวจสอบความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

2. ขั้นสำรวจหรือขั้นสำรวจเพื่อการค้นพบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดหรือค้นพบมโนทัศน์ได้จาก การปฏิบัติกิจกรรม อาจปฏิบัติเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม เป็นการนำความรู้เดิมมาเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ค้นพบหรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผู้สอนมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ เป็นที่ปรึกษา และเป็นผู้กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบและสร้างความรู้ด้วยตนเอง

3. ขั้นอธิบายหรือขั้นนำข้อมูลเพื่อการค้นพบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนอธิบายหรือนำเสนอมโนทัศน์หรือความรู้ที่ค้นพบ ผู้สอนมีบทบาทในการตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น

4. ขั้นขยายหรือประยุกต์ใช้มโนทัศน์หรือขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนประยุกต์ใช้มโนทัศน์ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่เป็นจริงหรืออาจเป็นการเชื่อมโยงสู่มโนทัศน์ที่สัมพันธ์และเกี่ยวข้องกันเป็นการขยายมโนทัศน์นั้นทำให้เกิดความรู้ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

5. ขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นขั้นที่เปลี่ยนแปลงจากรูปแบบเดิม คือ ขั้นประเมินผล

เพราะชุดกิจกรรมนี้ได้ระบุตัวบ่งชี้ผลการเรียนรู้ หรือหลักฐานการเรียนรู้ไว้ในทุกขั้นของกิจกรรมการเรียนการสอน คือการวัดและประเมินผลอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา จึงเปลี่ยนเป็นขั้นที่ 5 เป็นขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ซึ่งมุ่งให้ผู้เรียนนำผลการประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบข้อมูลมาแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิด ทักษะและเจตคติต่อการทำกิจกรรมต่าง ๆ โดยมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนซึ่งก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้

สรุปได้ว่า รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองจากความสนใจผ่านกระบวนการสืบเสาะ ค้นคว้า รวบรวมหรือทดลองจนได้ข้อสรุปของความรู้นั้น รวมถึงสามารถขยายความรู้ที่ได้ในการนำไปใช้หรือเชื่อมโยงกับความรู้อื่น โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สำคัญ 5 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจและค้นหา 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ขั้นขยายความรู้ และ 5) ขั้นประเมิน

**2.4 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน**

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน วัตถุประสงค์ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดังนั้น ในการจัดทำต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบการสอนและหลักการแนวคิดที่ใช้ในการออกแบบรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อเป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนต่อไป

**ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอน**

พื้นฐานของการศึกษาในเรื่องใดก็ตาม ผู้ศึกษาควรทราบความหมายของสิ่งที่ต้องการ ศึกษาเป็นประเด็นแรกเพื่อต่อยอดในการศึกษาเรื่องนั้น ๆ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้เป็นการพัฒนารูปแบบการสอน ดังนั้น ผู้ศึกษาควรทราบความหมายของรูปแบบการสอนซึ่งสรุปได้ดังนี้

นักการศึกษาได้ให้ความหมายเกี่ยวกับรูปแบบการสอน (Teaching Model) ในลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดย ทิศนา แขมมณี (2548, หน้า 477); Saylor, William and Arthur (1981, p. 271); Joyce, Weil and Showers (1992, pp. 1–4); Joyce, Weil and Calhoun, (2009, p. 2); กล่าวว่า รูปแบบการสอน คือ แบบแผนของการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมที่ต้องการโดยมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งในแต่ละรูปแบบจะมีแนวทางในจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่างกันออกไป และ ทิศนา แขมมณี, (2548, หน้า 477) ยังกล่าวเพิ่มเติมว่า การจัดทำรูปแบบการสอนควรดำเนินการอย่างเป็นระบบแบบแผน ภายใต้หลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการหรือแนวคิดต่าง ๆ ประกอบกับวิธีการสอน เทคนิคการสอน นอกจากนี้ Joyce, Weil and Showers (1992 pp. 1–4); Joyce, Weil and Calhoun, 2009, p. 2) ได้พูดถึงการจัดการเรียนการสอนในการใช้รูปแบบการสอนว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน อาจเป็นรูปแบบที่จัดสอนโดยตรงให้กับผู้เรียนหรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ๆ รวมถึงการจัดเตรียมสื่อ หนังสือ ภาพยนตร์ โปรแกรมคอมช่วยสอน หลักสูตรรายวิชาที่สอน เพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนที่มีคุณภาพ

จากความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษา สรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอน หมายถึง การจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบแบบแผน ภายใต้หลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด ความเชื่อ วิธีการสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่จัดทำขึ้น

**คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน**

คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน จากแนวคิดของ Joyce, Weil and Calhoun (2004) สรุปได้ ดังนี้

1. รูปแบบการสอนจะต้องมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน รูปแบบการสอนจะถูกกำหนดและจัดระเบียบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ในรูปแบบให้สอดคล้องต่อเนื่องและสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหา กิจกรรมและกระบวนการเรียนรู้ ภายใต้แนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ซึ่งอาจมาจากแนวคิดทางการศึกษา ทฤษฎีการสอน ทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ หรือแนวคิดเกี่ยวกับศาสตร์เฉพาะที่ใช้ในรูปแบบนั้น เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบ

2. มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ การจัดทำหรือพัฒนารูปแบบการสอนสิ่งที่ผู้ออกแบบต้องคำนึงถึงคือ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในรูปแบบต้องเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน นอกจากนี้การกำหนดองค์ประกอบต้องใช้ความละเอียดรอบคอบในการวิเคราะห์ จนสามารถเห็นถึงความสำคัญในแต่ละองค์ประกอบได้ตลอดจนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดกระบวนการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบและมีประสิทธิภาพตามต้องการ โดยต้องให้ความสำคัญกับองค์ประกอบทั้งหมดร่วมกัน (Multi Factor View) โดยแต่ละองค์ประกอบจะต้องมีความสำคัญทัดเทียมกัน มีบทบาทและมีความสัมพันธ์ร่วมกัน

3. มีการพัฒนาหรือออกแบบอย่างเป็นระบบ รูปแบบการสอนเกิดขึ้นภายใต้แนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการพื้นฐาน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่จัดทำขึ้น ดังนั้น ย่อมส่งผลต่อการออกแบบองค์ประกอบต่าง ๆ ให้เป็นระบบและเป็นขั้นเป็นตอน โดยเริ่มจากการศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลและองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน การกำหนดองค์ประกอบสำคัญ การจัดลำดับความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้สอดคล้อง นำแผน ที่ได้จากการจัดองค์ประกอบไปทดลองใช้สอนในห้องเรียนจริง ตรวจสอบความเป็นไปได้ในการปฏิบัติ และยืนยันผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนว่าเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบจริง จึงยอมรับได้ว่าองค์ประกอบของรูปแบบการสอนที่พัฒนาหรือจัดทำขึ้นเป็นรูปแบบที่มีประสิทธิภาพ

4. มีผลต่อพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ จากการศึกษารูปแบบการสอนถูกสร้างและพัฒนาขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนและเกิดพฤติกรรมที่ต้องการ โดยรูปแบบการสอนจะมีจุดเน้นหรือจุดมุ่งหมายที่เฉพาะ ย่อมส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนที่แตกต่างกัน

ออกไปตามแนวคิดและหลักการของรูปแบบซึ่งเป็นผลจากรูปแบบนั้น ๆ ดังนั้น รูปแบบการสอนต้องมีผลต่อพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ตามตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบซึ่ง Joyce, Weil and Calhoun (2004) ได้ยกตัวอย่าง รูปแบบการสอนการฝึกสืบเสาะ (Inquiry Training) โดยรูปแบบดังกล่าวมีวัตถุประสงค์ในการพัฒนากระบวนการคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเองผ่านกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีกระบวนการสืบสอบอย่างเป็นเหตุและเป็นผล

สรุปได้ว่า คุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ควรมีคุณลักษณะสำคัญคือ รูปแบบการสอนจะต้องถูกสร้างหรือพัฒนาภายใต้แนวคิด ทฤษฎี หลักการพื้นฐานต่าง ๆ ทั้งด้านการสอน จิตวิทยา หรือศาสตร์อื่น ๆ มีการวิเคราะห์องค์ประกอบและสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงองค์ประกอบต่าง ๆ อย่างเป็นระบบและส่งต่อพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ตามแนวคิดและหลักการของรูปแบบนั้นๆ

**การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดของจอยซ์ และเวลล์** (Joyce and Weil, 1996 อ้างอิงใน วารีรัตน์ แก้วอุไร, 2541, หน้า 99-102) ได้นำเสนอหลักการสำคัญในการพัฒนารูปแบบการสอน ไว้ดังนี้

1. หลักการพัฒนารูปแบบการสอน

1.1 รูปแบบการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้

1.2 รูปแบบการสอนต้องผ่านกระบวนการวิจัย รูปแบบที่ถูกพัฒนาขึ้นก่อนนำไปใช้อย่างแพร่หลายต้องผ่านกระบวนการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอน จากนั้นจึงนำข้อค้นพบต่าง ๆ มาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้ในสถานการณ์จริงต่อไป ในส่วนของรูปแบบการสอนที่ได้รับการยอมรับตามแนวทางการพัฒนาของจอยซ์และเวลล์ รูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นมานั้นก็ต้องผ่านกระบวนทดลองใช้ในห้องเรียนจริง รวมถึงมีงานวิจัยรองรับ จึงยอมรับได้ว่ารูปแบบที่พัฒนาขึ้นมานั้นสามารถนำไปใช้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบนั้น ๆ ได้อย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ

1.3 รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นอาจจัดทำขึ้นเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งหรืออาจออกแบบให้ใช้ได้อย่างกว้างขวางก็ได้

1.4 รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมาต้องมีจุดมุ่งหมายหลักที่ชัดเจนว่าต้องการพัฒนาผู้เรียนในด้านใด ดังนั้น ถ้านำรูปแบบการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักย่อมทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด แต่อย่างไรรูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นมาอาจนำไปประยุกต์ใช้ใน

การจัดการเรียนการสอนที่มีจุดมุ่งหมายใกล้เคียงและพิจารณาว่าเหมาะสม ซึ่งผลที่ได้อาจทำให้ประสิทธิภาพลดน้อยลงบ้าง

นอกจากนี้จอยซ์และเวลล์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนามาโดยส่วนใหญ่จะเป็นการสอนที่เน้นวิธีการเรียน (How to Learn) ซึ่งวิธีการจะเป็นสิ่งสำคัญที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนสามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถของผู้เรียนทั้งขณะที่กำลังเรียนอยู่และในระยะยาวต่อไปเมื่อผู้เรียนนำวิธีการเรียนรู้ดังกล่าวไปใช้ในการเรียนรู้ในอนาคตรวมถึงศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วยตนเองและสิ่งที่ผู้เรียนควรได้รับเมื่อเกิดการเรียนรู้จากรูปแบบการสอนคือ การพัฒนาแนวทางในการคิด ทักษะ ค่านิยม รวมถึงข้อมูลสารสนเทศต่าง ๆ หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่ารูปแบบการสอนของจอยซ์และเวลล์ เน้นความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียนเพื่อพัฒนากลวิธีการเรียนรู้ (Learning Strategies) ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งเป็นเป้าหมายสำคัญในการจัดการศึกษาในปัจจุบัน

2. องค์ประกอบของรูปแบบการสอน Joyce, Weil and Calhoun (2009) นำเสนอแนวคิดเกี่ยวองค์ประกอบของรูปแบบการสอนในแต่ละรูปแบบควรประกอบไปด้วย

2.1 การวางแนวทางรูปแบบการสอน (Orientation to the Model) เป็นการแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ต่างๆ ที่นำมาใช้ในการจัดทำรูปแบบ ซึ่งประกอบไปด้วยเป้าหมายของรูปแบบ (Goal) ทฤษฎี สมมติฐานและข้อตกลงเบื้องต้น (Assumptions) ที่รองรับรูปแบบ หลักการและมโนทัศน์สำคัญ (Major Concepts) ที่ใช้เป็นพื้นฐานของรูปแบบการสอน

2.2 รูปแบบการสอน (The Models of Teaching) เป็นการแสดงรายละเอียดต่าง ๆ ในรูปแบบเน้นกระบวนการที่จะนำไปสู่การปฏิบัติ โดยแบ่งเป็น 4 ประเด็น ดังนี้

2.2.1 กระบวนการเรียนการสอน (Syntax) เป็นการนำเสนอรายละเอียดการสอนของรูปแบบว่าประกอบไปด้วยกี่ขั้นตอน ซึ่งเรียงลำดับกิจกรรมที่ใช้ในการสอนเป็นขั้นตอนตาม ลำดับ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีจำนวนขั้น (Phases) การสอนแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับการออกแบบกิจกรรม

2.2.2 ระบบของปฏิสัมพันธ์ (Social System) เป็นการนำเสนอบทบาทของผู้เรียนและผู้สอน รวมถึงความสัมพันธ์ในการจัดการเรียนการสอนระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนและผู้เรียนกับผู้สอน

2.2.3 หลักการของการตอบสนอง (Principles of Reaction) เป็นการนำเสนอให้เห็นว่าในรูปแบบนั้น ๆ การแสดงออกของผู้สอนที่มีต่อผู้เรียนโดยการที่ผู้สอนตอบสนองกับสิ่งที่ผู้เรียนกระทำ เช่น การสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนที่เป็นอิสระ

ทางความคิด ไม่ประเมินความคิดเห็นหรือเหตุผลของผู้เรียนว่าถูกหรือผิดเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนพัฒนาการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

2.2.4 ระบบสนับสนุน (Support System) เป็นการนำเสนอสิ่งที่จำเป็นในการใช้รูปแบบดังกล่าวในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและสัมฤทธิ์ผล เช่น การเรียนการสอนผ่านการปฏิบัติ (action learning) เป็นวิธีการที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง (Learning by Doing) จากประสบการณ์ตรงและจากปัญหาจริง (Real Problem) โดยให้สถานการณ์ที่ใกล้เคียงหรือเป็นจริงมากที่สุดเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการฝึกปฏิบัติ

2.3 การนำรูปแบบการสอนไปใช้ (Application) เป็นการแนะนำวิธีการนำรูปแบบการสอนไปใช้ ให้ข้อสังเกตต่าง ๆ ของรูปแบบ เช่น เนื้อหาประเภทใดที่นำใช้ในการสอนจึงจะเหมาะสมกับรูปแบบ ความเหมาะสมในการนำรูปแบบใช้เหมาะกับผู้เรียนในระดับใด รวมถึงคำแนะนำในการใช้รูปแบบให้เกิดประสิทธิผลมากที่สุด

2.4 ผลที่เกิดขึ้นจากการจัดการเรียนการสอน (Instructional and Nurturant Effects) เป็นการแสดงให้เห็นว่ารูปแบบแต่ละรูปแบบนั้น จะส่งผลอย่างไรกับผู้เรียนบ้าง ทั้งผลทางตรงและทางอ้อม ซึ่งผลทางตรงที่เกิดจากรูปแบบมาจากการจัดการเรียนการสอนตามขั้นการสอนของรูปแบบ ส่วนผลทางอ้อมมาจากสภาพแวดซึ่งเป็นผลกระทบแฝงอาจส่งผลกับผู้เรียนได้

นอกจากนี้ นักการศึกษาท่านอื่นๆ ยังได้อธิบายองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ไว้ดังนี้

Anderson (1997, pp. 521–522) กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนประกอบด้วยหลักการ โดยมีแนวคิดหรือทฤษฎีพื้นฐาน วัตถุประสงค์เนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้การใช้รูปแบบการเรียนการสอนเกิดผลสัมฤทธิ์

ทิศนา แขมมณี (2550, หน้า 219–220) กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ดังนี้ 1) ปรัชญา ทฤษฎีหลักการแนวคิดหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบฯนั้น 2) มีการ บรรยายและอธิบายสภาพ หรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ 3) มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบ ให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น ๆ และ 4) มีการอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่จะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

จากแนวคิดการพัฒนารูปแบบการสอนและองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอน สรุปได้ว่า

การพัฒนารูปแบบการสอนใด ๆ นั้น ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ ทฤษฎีการสอน กระบวนการเรียนรู้และกลวิธีการสอนต่าง ๆ ที่จะพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่ตั้งไว้ โดยองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ กระบวนการเรียนการสอน สาระความรู้และสิ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้ ระบบสังคม หลักการตอบสนอง ระบบสนับสนุน และเงื่อนไขการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์รูปแบบการสอนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้จากทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ เพื่อการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งประกอบไปด้วย 1) หลักการหรือแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ 3) เนื้อหา 4) กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5) สื่อและแหล่งเรียนรู้ 6) การวัดและประเมินผล ดังตาราง 1

**ตาราง 1 แสดงผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน**

| Anderson (1997, pp.521–522) | Joyce, Weil and Calhoun (2009, pp. 100) | ทิศนา แขมมณี (2550, หน้า 219–220) | ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน |
|---|---|---|---|
| องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. หลักการของรูปแบบ<br>2. เป้าหมายและวัตถุประสงค์<br>3. สาระการเรียนรู้หรือเนื้อหา<br>4. การสอน สื่อ และแหล่งเรียนรู้<br>5. การวัดและประเมินผล | องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. แนวคิดและหลักการของรูปแบบ<br>2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ<br>3. เนื้อหาหรือสาระการเรียนรู้ที่จะใช้ในการเรียนการสอน<br>4. กิจกรรมการเรียนการสอน ขั้นตอนของการปฏิบัติในการนำรูปแบบไปใช้<br>5. การวัดและประเมินผล | องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. ปรัชญา ทฤษฎีหลักการ แนวคิดหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบ<br>2. การบรรยายหรืออธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ<br>3. การจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ของระบบสามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น<br>4. การอธิบาย ให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนหรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่จะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด | องค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย<br>1. หลักการหรือแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ<br>2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ<br>3. เนื้อหา<br>4. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้<br>5. สื่อและแหล่งเรียนรู้<br>6. การวัดและประเมินผล |

ผลการสังเคราะห์ รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จะแสดงให้เห็นในส่วนขององค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนต่อไป

**3. องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน**

รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ประกอบด้วยองค์ประกอบต่าง ๆ ที่ผสมผสานบูรณาการจากทฤษฎีและแนวคิด หลักการ ในการออกแบบการและการจัดการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์สอดคล้องกันอย่างเป็นระบบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งแบ่งองค์ประกอบได้ดังนี้

3.1 หลักการ

3.2 วัตถุประสงค์

3.3 เนื้อหา

3.4 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the problem : E)

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve : I)

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share results: S)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s : D)

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G)

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to everyday life: A)

3.5 สื่อและแหล่งเรียนรู้

3.6 การวัดและประเมินผล

**3.1 หลักการ**

มุ่งเน้นให้ผู้ศึกษาเกิดกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการคิด ความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย สามารถเชื่อมโยงเพื่อสร้างความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอนโดย อาศัยทฤษฎีสรรคนิยมเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดในการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่สร้างความเข้าใจในการ

ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใช้กระบวนการของการให้เหตุผลเสริมต่อการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ การใช้คำถามกระตุ้นการคิด ช่วยเหลือให้คำแนะนำเมื่อผู้เรียนไม่สามารถทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง โดยผ่านกระบวนการสังเคราะห์เป็นหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**3.2 วัตถุประสงค์**

เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิด ความสามารถในการอธิบายโดยใช้หลักการอุปนัยและนิรนัย ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

**3.3 เนื้อหา**

เนื้อหาในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาตามที่กำหนดในหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พุทธศักราช 2562 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย โดยเลือกรายวิชา MED1101 หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) หน่วยกิต 3(2–2–5) และได้ทำการวิเคราะห์เนื้อหาที่มีส่วนเกี่ยวข้อง กำหนดวัตถุประสงค์ และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยเน้นให้ผู้ศึกษาเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสามารถอธิบายความคิดรวบยอดในเรื่องที่ศึกษาผ่านกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การประเมินผลและการลงข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ในเนื้อหาเรื่อง เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยเริ่มการวิจัยในสัปดาห์ที่ 9–16 รวมเวลาที่ใช้ในจัดการเรียนการสอนสำหรับการการวิจัยทั้งสิ้น 8 สัปดาห์ เป็นกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน 6 สัปดาห์ และการทดสอบ 2 สัปดาห์ คิดเป็น 30 ชั่วโมง ดังนี้

**ตาราง 2 แสดงเนื้อหา วัตถุประสงค์และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน**

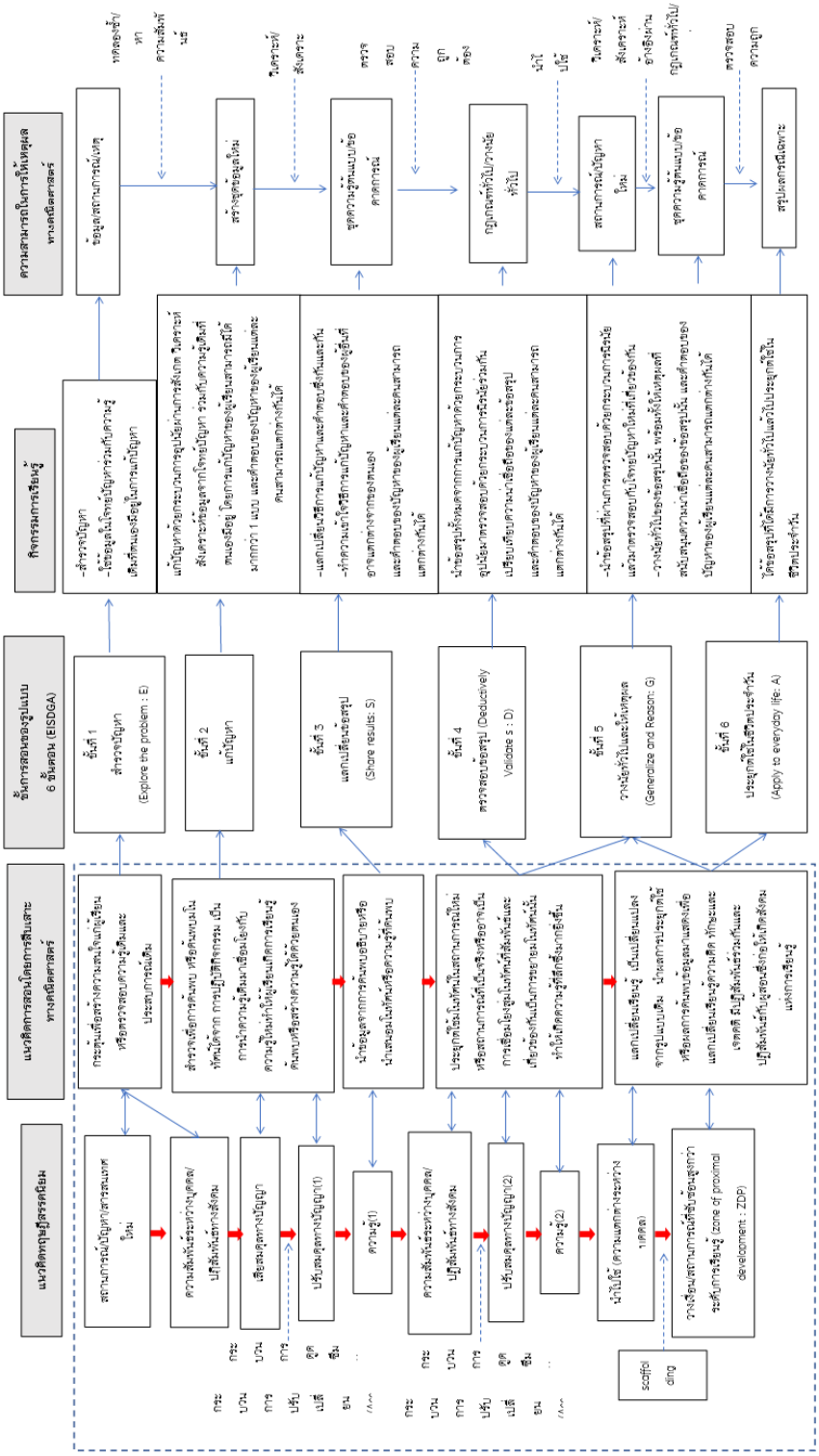
| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 9 | **เซต**<br>1. สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets)<br>2. เซตย่อย (subset) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตย่อย (subset) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 9–10 | 1. การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets)<br>2. เซตกำลัง (Power Set ) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตกำลัง (Power Set) ได้ | 6 ชั่วโมง |
| 11 | 1. การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของการดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) ได้ | 2 ชั่วโมง |
| 11 | ทดสอบย่อย | หัวข้อที่ได้ศึกษาผ่านมา สัปดาห์ที่ 9–10 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) | 2 ชั่วโมง |
| 12 | **ความสัมพันธ์**<br>1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products)<br>2. ความสัมพันธ์ (Relations)<br>3. โดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของคู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของความสัมพันธ์ (Relations) ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของโดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ได้ | 4 ชั่วโมง |

**ตาราง 2 (ต่อ)**

| สัปดาห์ | เนื้อหา | วัตถุประสงค์ | เวลา |
|---|---|---|---|
| 13 | 1. ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์<br>2. ส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์ได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของโดเมนและพิสัยของตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ได้ | 4 ชั่วโมง |
| 14 | **ฟังก์ชัน**<br>1. แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function)<br>2. ฟังก์ชันผกผัน<br>3. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึง (One to One Function and Onto Function) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของแนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชันได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของฟังก์ชันผกผันได้<br>3. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึงได้ | 4 ชั่วโมง |
| 15 | 1. ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function)<br>2. ฟังก์ชันค่าจริง (Real–Value Function) | 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของฟังก์ชันประกอบได้<br>2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของฟังก์ชันค่าจริงได้ | 4 ชั่วโมง |
| 16 | ทดสอบปลายภาค | หัวข้อที่ได้ศึกษาผ่านมา สัปดาห์ที่ 12–15<br>แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) | 2 ชั่วโมง |

**3.4 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

กระบวนการจัดการเรียนการสอน เป็นการพัฒนาขึ้นจากขั้นการสอนในทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ โดยในขั้นตอนของการเรียนรู้ได้เสนอความสัมพันธ์ขั้นตอนการเรียนการสอนที่ทำการวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ในแต่ละขั้นตอนของการเรียนรู้ ดังนี้ แผนภาพ 6 การวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) และตารางที่ 3 การวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ขั้นตอนการสอน (EISDGA)



ภาพที่ 9 กระบวนการที่ผู้เข้าร่วมวิจัยใช้ในการแก้ปัญหาตามรูปแบบ 9 ขั้นตอน (EISDGA)

**ตาราง 3 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอนการสอน (EISDGA)**

| แนวคิด | | ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | ขั้นการสอนของรูปแบบ 6 ขั้นตอน (EISDGA) | กิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบ |
|---|---|---|---|---|
| ทฤษฎีสรรคนิยม | การสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ | | | |
| เป็นการกระตุ้นการใช้ความรู้เดิม Activate Prior Knowledge ประสบกับสถานการณ์/ปัญหา/สารสนเทศใหม่ | กระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่ผู้เรียนหรือตรวจสอบความรู้เดิมและประสบการณ์เดิม | สำรวจปัญหาวิเคราะห์ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ ที่กำหนดให้ได้ จากความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา | ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem : E) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา |
| เชื่อมโยงความรู้และทักษะเดิม เข้ากับความรู้และทักษะที่ใหม่ ค้นพบมโนทัศน์หรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง | สำรวจเพื่อการค้นพบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดหรือค้นพบมโนทัศน์ได้จาก การปฏิบัติกิจกรรม เป็นการนำความรู้เดิมมาเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ค้นพบหรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง | แก้ปัญหาผ่านการสังเกต สืบเสาะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ สร้างชุดข้อมูลใหม่ ความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์ | ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve : I) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ |
| กระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมอง แนวคิด และข้อมูล รวมถึงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อให้เกิดข้อเปรียบเทียบและการประเมิน ข้อสรุปในการแก้ปัญหาโดยผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วม เน้นการสร้างความรู้ใหม่ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เป็นการแลกเปลี่ยน สร้างความสัมพันธ์ เชื่อมโยงจูงใจ และวัตถุประสงค์ภายใต้แนวคิดของแต่ละบุคคล อย่างไรก็ตามการทำงานร่วมกันจะไม่ได้ยึดติด | นำข้อมูลจากการค้นพบ ที่ผู้เรียนอธิบายหรือนำเสนอมโนทัศน์หรือความรู้ที่ค้นพบ ผู้สอนมีบทบาทในการตั้งคำถามและให้ความรู้หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์กระจ่างชัดขึ้น | วิเคราะห์/สังเคราะห์แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง สร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป | ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results : S) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง |

**ตาราง 3 (ต่อ)**

| แนวคิด | | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | ขั้นการสอนของรูปแบบ 6 ขั้นตอน (EISDGA) | กิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบ |
|---|---|---|---|---|
| ทฤษฎีสรรคนิยม | การสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ | | | |
| ว่าจะต้องมีลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง การเชื่อมโยงความรู้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ผู้เรียนจะเป็นผู้ตัดสินใจในการนำความรู้และทักษะที่ได้จาก การเรียนรู้ไปใช้เพื่อถ่ายโยงความรู้และทักษะในเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ในการแก้ปัญหา ตลอดจนมีการแลกเปลี่ยนข้อมูลและความคิดต่างๆ การตั้งคำถามใหม่ๆ ซึ่งเป็นการพัฒนาผลที่เกิดขึ้นและสนับสนุนการคิดของผู้เรียน เป็นการฝึกใช้ความรู้และฝึกปฏิบัติผ่านกิจกรรมจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ตลอดจนปรับปรุงความรู้หรือทักษะของตนเองต่อไป | ขยายหรือประยุกต์ใช้มโนทัศน์หรือขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนประยุกต์ใช้มโนทัศน์ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่เป็นจริงหรืออาจเป็นการเชื่อมโยงสู่มโนทัศน์ที่สัมพันธ์และเกี่ยวข้องกันเป็นการขยายมโนทัศน์นั้นทำให้เกิดความรู้ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น<br>แลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นเปลี่ยนแปลงจากรูปแบบเดิม นำผลการประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบข้อมูลมาแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิด ทักษะและเจตคติ มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันและปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนซึ่งก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้ | เผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ที่สามารถใช้กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไปจากกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบความถูกต้องด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน | ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s : E) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป |
| | | นำไปใช้ตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น | ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason : G) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น |
| การเปิดโอกาสให้เกิดการปฏิบัติจริง ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในปัญหาหรือสถานการณ์ผ่านรูปแบบการปฏิบัติจริงและแสดงผลลัพธ์ที่ปฏิบัติออกมาได้ | | สรุปผลกรณีเฉพาะ | ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life : A) | เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน |

จากการวิเคราะห์ความสอดคล้องจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงพบว่า รูปแบบการสอนควรมีขั้นตอนการเรียนรู้ ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้ เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

**3.5 สื่อและแหล่งเรียนรู้**

3.5.1 เอกสารประกอบการสอนรายวิชา หลักการทางคณิตศาสตร์ (Principles of Mathematics) MED1101 (เอกสารหลัก)

3.5.2 เอกสารตำราที่เกี่ยวข้องกับวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น เอกสารตำราหลักการทางคณิตศาสตร์ (เล่มอื่น ๆ), เอกสารตำราวิชาทฤษฎีเซต, เอกสารตำราวิชาระบบจำนวน

3.5.3 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

3.5.4 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

3.5.5 สื่อออนไลน์ เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการสอนเรื่องเซต เช่น

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| 1 | สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) และเซตย่อย (Subset) | 1. https://www.mathsisfun.com/sets/index.html https://www.youtube.com/watch?v=dvV7leCBNCA<br>2. https://www.math-only-math.com/worksheet-on-set.html<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=k4GRwBBLXqA<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=ZVmdsEaZYiU&t=651s<br>5. https://www.krusunan.com/homepage/%E0%B9%80%E0%B8%AD%E0%B8%81%E0%B8%AA%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B0%E0%B8%81%E0%B8%AD%E0%B8%9A%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B9%80%E0%B8%A3%E0%B8%A2%E0%B8%99/%E0%B9%80%E0%B8%8B%E0%B8%95 |
| 2 | การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) และเซตกำลัง (Power Set ) | 1. https://www.youtube.com/watch?v=d6XrA0XFZdM<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=tQiaaCtuEb4<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=JfDTYKKtRms<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=eTuZJsWE010<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=kHoOlfi-M2U&list=RDCMUCcErZD9wUPQONYaoRXWX-hw&start_radio=1&rv=kHoOlfi-M2U&t=502<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=6sEd_gAdKsI<br>7. https://www.youtube.com/watch?v=OvXFlW2LGcA<br>8. https://www.youtube.com/watch?v=PloGLmlSmtU<br>9. https://www.youtube.com/watch?v=bYRwxh0LdHk<br>10. https://www.youtube.com/watch?v=H5D6EAezsXQ<br>11. https://www.youtube.com/watch?v=B3L8ZzrZwzA |
| 3 | การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operations on Families of Sets) | 1. https://www.youtube.com/watch?v=mxsoTa92wqo<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=WVvSe86SRWM<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=EzPu51HxRrk |

เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ และการสอนเรื่องความสัมพันธ์ เช่น

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| 1 | คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Ordered Pairs and Cartesian Products) ความสัมพันธ์ (Relations) และโดเมนของความสัมพันธ์และพิสัยของความสัมพันธ์ | 1. https://www.youtube.com/watch?v=CHO3BdKLu2s<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=-9zEilNffiA&list=RDCMUCATCEFt28C4VUrLQabjELjA&index=3<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=GsatumI6Jm8&list=RDCMUCATCEFt28C4VUrLQabjELjA&index=2<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=DqUDpAAuuMI<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=Cx9tKf46OCs&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=1FdcQ8sPtmM&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=2<br>7. https://www.youtube.com/watch?v=CEZWNplS8V0&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=3<br>8. https://www.youtube.com/watch?v=cNbeOZKSHXQ&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=4<br>9. https://www.youtube.com/watch?v=uV6xur55Cjo&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=5<br>10. https://www.youtube.com/watch?v=LbUOzY6gPFI&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=6<br>11. https://www.youtube.com/watch?v=F6-JvaCc-cU&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=7<br>12. https://www.youtube.com/watch?v=mtscfMQNL7Q&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=8<br>13. https://www.youtube.com/watch?v=NnEkVooAsxk<br>14. https://www.youtube.com/watch?v=NnEkVooAsxk&list=RDCMUCGYSfZbPp3BiAFs531PBY7g&index=1 |

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| | | 15.https://www.youtube.com/watch?v=FI6j5QZNVx0&list=RDCMUCGYSfZbPp3BiAFs531PBY7g&index=3<br>16.https://www.youtube.com/watch?v=_IUP114x2gM<br>17.https://www.youtube.com/watch?v=hV1_wvsdJCE<br>18.https://www.youtube.com/watch?v=FdK9_Fp76cw<br>19.https://www.youtube.com/watch?v=zbeWEkFz_cI |
| 2 | ตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์และส่วนประกอบ (Composition) ของความสัมพันธ์ | 1. https://www.youtube.com/watch?v=8UolQDF5Ihc&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=9<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=AVwRwtj53LA&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=10<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=iFNDaMGhmGU&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=11<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=gq__5KDTH_0&list=PLVBkPPX4ykFs9sDCHzvbL5D5AaDBF_Anl&index=14<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=B4V-olwJr_I<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=oD1T3DA91iA |

เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องความฟังก์ชัน และการสอนเรื่องฟังก์ชัน เช่น

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| 1 | แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function) ฟังก์ชันผกผัน ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และฟังก์ชันทั่วถึง (One to One Function and Onto Function) | 1. https://www.youtube.com/watch?v=p3bzUv2yFrY<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=qFVLXlippLY<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=hRRuy36KpP0<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=6re5hqUPx6o<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=zDhYZQCgkzw<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=c5loBtRU2pc<br>7. https://www.youtube.com/watch?v=YQqnBuJVgl4<br>8. https://www.youtube.com/watch?v=b-dhDJg8_cU<br>9. https://www.youtube.com/watch?v=1qy_TQCcYVk<br>10. https://www.youtube.com/watch?v=ciDcXfTwnqc<br>11. https://www.youtube.com/watch?v=HGXjHOYngnw<br>12. https://www.youtube.com/watch?v=kvGsIo1TmsM<br>13. https://www.youtube.com/watch?v=GY6Q2f2kvY0<br>14. https://www.youtube.com/watch?v=7UOdI1BTeGc<br>15. https://www.youtube.com/watch?v=0tDXI8tEgd4<br>16. https://www.youtube.com/watch?v=xKNX8BUWR0g<br>17. https://www.youtube.com/watch?v=bZred_Ksz2k<br>18. https://www.youtube.com/watch?v=plSzGYwo-ew<br>19. https://www.youtube.com/watch?v=MY4-5mXfWzo |
| 2 | ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function) และฟังก์ชันค่าจริง (Real – Value Function) | 1. https://www.youtube.com/watch?v=03YnwqhEv7k<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=Tk7-jdy-R6U<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=mMhYLh2foBU<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=qUpLoio6f-I<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=MOdkyKJCcjg<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=BlzCoId7afE<br>7. https://www.youtube.com/watch?v=qxBmISCJSME<br>8. https://www.youtube.com/watch?v=hvfOLQstMWU<br>9. https://www.youtube.com/watch?v=-mYTnqWpNME<br>10. https://www.youtube.com/watch?v=SNa-qCi-qps<br>11. https://www.youtube.com/watch?v=ZKkBqe-NgSs<br>12. https://www.youtube.com/watch?v=rqsHFmqKxMs<br>13. https://www.youtube.com/watch?v=xOAvdJiNURk<br>14. https://www.youtube.com/watch?v=dx86gaXuQeo |

**3.6 การวัดและประเมินผล**

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ดำเนินการการวัดและประเมินผลทั้งการวัดผลก่อนเรียนและการวัดผลหลังเรียน ซึ่งเป็นการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**

ทำแบบทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 1 เรื่อง เซต 4 ข้อ และแบบทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 2-3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเขียนอธิบาย โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผล 2 ด้าน คือ

1. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย
   1.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   1.2 สามารถหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล
   1.3 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป
2. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย
   2.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์
   2.3 สามารถสรุปผลกรณีเฉพาะ

**การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบทดสอบ แบ่งเป็นการให้คะแนนในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 แบบ ดังนี้**

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 1) ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล และ 3) การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| **2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร** | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| **2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์** | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย 1) การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ และ 3) การสรุปผลกรณีเฉพาะ

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

การหาคะแนนเฉลี่ยและการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและแบบนิรนัย แบ่งเป็น 4 ระดับ ตามช่วงคะแนน ดังนี้

**1. การหาคะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

$$\overline{x_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\overline{x_1}$ คือ คะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

$x_i$ คือ คะแนนสอบแต่ละข้อในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

$n$ คือ จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดสอบ

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| คะแนนเฉลี่ย $(\overline{x_1})$ | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

**2. การหาคะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

$$\overline{x_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\overline{x_2}$ คือ คะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

$x_i$ คือ คะแนนสอบแต่ละข้อในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

$n$ คือ จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดสอบ

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| คะแนนเฉลี่ย $(\overline{x_1})$ | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

**ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**

ผู้สอนทำการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูรายบุคคล ครั้งที่ 1 (คาบเรียนที่ 9) ครั้งที่ 2 (คาบเรียนที่ 12) และครั้งที่ 3 (คาบเรียนที่ 15) จากการจัดกิจกรรมทั้งหมด 7 คาบ ดังนี้

**พฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

$R_{11}$ การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา

$R_{111}$ ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลยหรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{112}$ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{113}$ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{12}$ การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

$R_{121}$ ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล

$R_{122}$ สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{123}$ สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์

$R_{124}$ ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{125}$ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{126}$ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{13}$ การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป

$R_{131}$ ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้

$R_{132}$ สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| คะแนนเฉลี่ย | ระดับความสามารถ ($L_1$) | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–0.75 | 1 | ปรับปรุง |
| 0.76–1.50 | 2 | พอใช้ |
| 1.51–2.25 | 3 | ดี |
| 2.26–3.00 | 4 | ดีมาก |

**พฤติกรรมตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

$R_{21}$ การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา

$R_{211}$ ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลยหรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้

$R_{212}$ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{213}$ สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด

$R_{22}$ การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์

$R_{221}$ ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้

$R_{222}$ สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น

$R_{223}$ สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น

$R_{23}$ การสรุปผลกรณีเฉพาะ

$R_{231}$ ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้

$R_{232}$ สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| คะแนนเฉลี่ย | ระดับความสามารถ ($L_2$) | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–0.75 | 1 | ปรับปรุง |
| 0.76–1.50 | 2 | พอใช้ |
| 1.51–2.25 | 3 | ดี |
| 2.26–3.00 | 4 | ดีมาก |

**หลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**

ทำแบบทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 1 เรื่อง เซต 4 ข้อ และแบบทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 2–3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเขียนอธิบาย โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผล 3 ด้าน คือ

1. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย
   1.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   1.2 สามารถหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล
   1.3 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป
2. ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย
   2.1 สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา
   2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์
   2.3 สามารถสรุปผลกรณีเฉพาะ

**การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบทดสอบ แบ่งเป็นการให้คะแนนในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 แบบ ดังนี้**

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 1) ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล และ 3) การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย 1) การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ และ 3) การสรุปผลกรณีเฉพาะ

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

การหาคะแนนเฉลี่ยและการแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและแบบนิรนัย แบ่งเป็น 4 ระดับ ตามช่วงคะแนน ดังนี้

**3. การหาคะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

$$\overline{x_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\overline{x_1}$ คือ คะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

$x_i$ คือ คะแนนสอบแต่ละข้อในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

$n$ คือ จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดสอบ

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| คะแนนเฉลี่ย $(\overline{x_1})$ | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

**4. การหาคะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

$$\overline{x_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\overline{x_2}$ คือ คะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

$x_i$ คือ คะแนนสอบแต่ละข้อในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

$n$ คือ จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดสอบ

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| คะแนนเฉลี่ย $(\overline{x_1})$ | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

**2. คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

# คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**วิทยา พูลสวัสดิ์**

60207094

**สาขาหลักสูตรและการสอน**

**วิทยาลัยการศึกษา**

**มหาวิทยาลัยพะเยา**

# คู่มือการใช้

## รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

### 1. คำแนะนำในการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนการสอน เป็นการพัฒนาขึ้นจากขั้นการสอนในทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ โดยในขั้นตอนของการเรียนรู้ได้เสนอความสัมพันธ์ขั้นตอนการเรียนการสอนที่ทำการวิเคราะห์เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน (EISDGA) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนจากแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และความเชื่อมโยงในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูในแต่ละขั้นตอนของการเรียนรู้ ดังนี้

**ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา** (Explore the Problem: E) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสำรวจปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอ ทั้งนี้เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา

**ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา** (Inductively Solve: I) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้

**ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป** (Share Results: S) เป็นขั้นที่ผู้เรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป** (Deductively Validate s: D) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ทั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

**ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล** (Generalize and Reason: G) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน ทั้งนี้เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

**ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน** (Apply to Everyday Life: A) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

**2. ข้อควรปฏิบัติก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

**2.1 บทบาทอาจารย์ผู้สอน**

2.1.1 ศึกษารูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู อย่างละเอียด เพื่อทำให้ทราบถึงความเป็นมาของรูปแบบสามารถเข้าใจถึงภาพรวมและรายละเอียดต่าง ๆ ของรูปแบบว่าเป็นอย่างไร มีขั้นตอนอย่างไร วัดและประเมินผลอย่างไร ซึ่งทำให้ผู้สอนนำรูปแบบไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลสูงสุด

2.1.2 ศึกษาคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูอย่างละเอียด

2.1.3 ศึกษาแผนการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ทราบแนวทาง วิธีการ ขั้นตอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล รวมทั้งสื่อ และแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

2.1.4 ผู้สอนควรจะจัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะกับการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น การจัดหาแหล่งเรียนรู้หรือแหล่งศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมสำหรับนักศึกษาเป็นการอำนวยความสะดวกให้กับผู้เรียนในการศึกษาค้นคว้า การจัดกลุ่มตามความสนใจของผู้เรียน

2.1.5 ผู้สอนควรหาวิธีจูงใจและเป็นผู้คอยสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาองค์ความรู้และศักยภาพของตนเองในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นผู้ที่คอยอำนวยความสะดวก (Facilitator) ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองแล้วคอยให้ความช่วยเหลือ เมื่อนักศึกษามีความต้องการหรือไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่อได้ถ้าไม่ได้รับคำชี้แนะ โดยเป็นไปตามแนวคิดทฤษฎีสรรคนิยมที่นำมาใช้ในรูปแบบการจัดการเรียนการสอนนี้

2.1.6 ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ร่วมอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้แนวคิดในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตลอดเวลาในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และคอยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมถึงสะท้อนผลการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างต่อเนื่องเพื่อให้เกิดการพัฒนา

2.1.7 การให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมต่อการเรียนรู้ของนักศึกษา ผู้สอนควรดำเนินการเมื่อสังเกตเห็นว่าผู้เรียนแสดงลักษณะดังต่อไปนี้ 1) นักศึกษาแสดงให้เห็นว่าต้องการความช่วยเหลือ 2) นักศึกษาแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถทำงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ตามเวลาที่กำหนด

*** สิ่งสำคัญในการให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมต่อการเรียนรู้ไม่ควรบอกคำตอบหรือวิธีการที่เป็นการชี้นำในการได้มาซึ่งคำตอบแต่ควรจะใช้วิธีการที่ให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

2.1.8 ผู้สอนควรยุติบทบาทในการให้ความช่วยเหลือเมื่อเห็นว่านักศึกษามีแนวโน้มที่จะทำงานหรือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ สำเร็จลุล่วงตามวัตถุประสงค์ได้ด้วยตนเอง

**2.2 บทบาทผู้เรียน**

2.2.1 ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นและตั้งใจในการทำกิจกรรม ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้อภิปราย แสดงออกถึงความคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลอย่างมีประสิทธิภาพ

2.2.2 ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ที่มีความคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยตลอดจนการเชื่อมโยงการให้เหตุผลทั้งสองแบบในการแก้ปัญหา โดยผ่านประสบการณ์หรือความรู้เดิมของตนเองกับความรู้ใหม่ในเรื่องที่ศึกษา

2.2.3 ผู้เรียนต้องเป็นผู้ใฝ่เรียนรู้อยู่ตลอดเวลา

2.2.4 ผู้เรียนต้องเป็นผู้มีวินัยในตนเองและมีความรับผิดชอบต่อความคิดหรือเหตุผลของตนเอง

2.2.5 ผู้เรียนต้องสามารถวางแผนการเรียนรู้ของตนเองได้เพื่อพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของตนเองได้อย่างเหมาะสม

**3. กำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบฯ**

รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ในครั้งนี้ ได้กำหนดรายละเอียด ไว้ดังนี้

1. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูชนิดเขียนอธิบาย ฉบับสมบูรณ์จำนวน 8 ข้อ ทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 4 ชั่วโมง 1 วัน (ก่อนทำการสอน) ดังนี้

วันที่ 1

เวลา 09.00 – 11.00 น. ทดสอบ ฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 4 ข้อ เวลาที่ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

เวลา 12.00 – 14.00 น. ทดสอบ ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หน่วยที่ 2 – 3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 ข้อ เวลาที่ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

2. กิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบการจัดการเรียนการสอนจะดำเนินกิจกรรมในสัปดาห์ที่ 9 – 10 และ 12 – 15

3. ในสัปดาห์ที่ 11 และ 16 ผู้วิจัยจะดำเนินการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับเดียวกับก่อนเรียน 2 ฉบับ

| **หน่วยที่** | **ชื่อหน่วย** | **เวลา** |
|---|---|---|
| ทดสอบก่อนเรียน ฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 1 เซต 4 ข้อ | | 4 ชั่วโมง |
| ทดสอบก่อนเรียน ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในหน่วยที่ 2–3 จำนวน 4 ข้อ | | |
| 1 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต | 10 ชั่วโมง |
| ทดสอบหลังเรียน แบบวัดฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถชุดเดียวกันกับฉบับที่ 1 ก่อนเรียน | | 2 ชั่วโมง |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์ | 8 ชั่วโมง |
| 3 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน | 8 ชั่วโมง |
| ทดสอบหลังเรียน แบบวัดฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถชุดเดียวกันกับฉบับที่ 2 ก่อนเรียน | | 2 ชั่วโมง |
| | **รวม** | **30 ชั่วโมง** |

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่** 1

**รายวิชา** หลักการทางคณิตศาสตร์ (MED1101) **สาขา** คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์

**หน่วยที่** 1 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต **ชั้นปีที่** 1

**เรื่อง** สัญลักษณ์พื้นฐานของเซตและเซตย่อย **เวลา** 2 ชั่วโมง

**สอนวันที่** .....**เดือน**.....**พ.ศ.** ..... อาจารย์วิทยา พูลสวัสดิ์

.....

**1. สาระสำคัญ**

การศึกษาสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) คำอนิยาม นิยาม สัจพจน์ และเซตย่อย (Subset) สามารถอธิบายและให้เหตุผลประกอบการแสดงทางคณิตศาสตร์ภายใต้หลักการทางคณิตศาสตร์และตรรกศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยและนำมาประเมินผลลงข้อสรุปเพื่อนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาไปใช้ในชีวิตประจำวัน

**2. จุดประสงค์การเรียนรู้**

1.เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตได้

2.เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตย่อยได้

**3.เนื้อหา**

1. สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต
   - 1.1 สัญลักษณ์เซต
   - 1.2 สัญลักษณ์การเป็นสมาชิก
   - 1.3 สัญลักษณ์การเป็นเซตย่อย
   - 1.4 สัญลักษณ์การเท่ากัน
2. เซตย่อย

**4. กระบวนการจัดการเรียนการสอน**

**ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the problem : E)**

1.1 ผู้สอนเริ่มต้นด้วยการนำปัญหาเกี่ยวกับคำอนิยาม (เซต, การเป็นสมาชิกของเซต) เพื่อให้ผู้เรียนสำรวจปัญหา ใช้ข้อมูลในปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา และสามารถสรุปลักษณะของเซตและการเป็นสมาชิกของเซต ผ่านการปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 1 (ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง)

**ใบงานที่ 1**

**คำสั่ง** ให้นักศึกษาตอบคำถามจากการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมทั้งตอบคำถามโดยการให้เหตุผลว่าเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1. พิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้และตอบคำถาม

| ข้อ | ข้อความ | แทนด้วยสัญลักษณ์ |
|---|---|---|
| 1.1 | $\{1,2,5\}$ | |
| 1.2 | $\{a,b,c,d\}$ | |
| 1.3 | $\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$ | |
| 1.4 | $\begin{bmatrix}-1 & 2\\1 & 0\end{bmatrix}$ | |
| 1.5 | $\{x \mid x^2-2x+1=0\}$ | |
| 1.6 | $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ | |
| 1.7 | $\{(x,y) \mid ax^2+by^2+cx+dx+e=0\}$ | |
| 1.8 | $(r_1e^{i\theta_1})(r_2e^{i\theta_2})=r_1r_2e^{i(\theta_1+\theta_2)}$ | |
| 1.9 | $\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ | |
| 1.10 | $\left\{y \mid y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right\}$ | |

- จากการพิจารณาข้อความและสัญลักษณ์

  นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ แทนสิ่งใด เซต

  นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ แทนสิ่งใด ความสัมพันธ์หรือสัญลักษณ์อื่น ๆ ที่ไม่ใช่เซต

  จากความรู้เดิม นิยมใช้สัญลักษณ์ใดแทน เซต (set) อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น เซต A, เซต B, เซต C,..., เซต Z

2. กำหนดเซต ดังต่อไปนี้ $A=\{1,2,5\}$, $B=\{5,6\}$, $C=\{5,6,8\}$ พิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้และตอบคำถาม

- 1 A , 1 B , 1
- 2 A , 2 B , 2
- 5 A , 5 B , 5
- 6 A , 6 B , 6
- 8 A , 8 B , 8

- จากการพิจารณาข้อความและสัญลักษณ์

  นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ มีความหมายว่าอย่างไร อยู่ในเซตหรือเป็นสมาชิกของเซต

  นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ มีความหมายว่าอย่างไร ไม่อยู่ในเซตหรือไม่เป็นสมาชิกของเซต

- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน คือ $\in$ และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน คือ $\notin$
- นักศึกษาสามารถสรุปเกี่ยวกับเซตและการเป็นสมาชิกของเซตได้ว่าอย่างไร

  เซต (set)และการเป็นสมาชิกของ (is an element of) เป็น **คำอนิยาม**

  1. สัญลักษณ์แทน **เซต** (set) นิยมใช้วงเล็บปีกกา $\{\ \}$ แทนเซต เขียนได้ 2 ลักษณะ คือ เซตแบบแจกแจงสมาชิกและเซตแบบบอกเงื่อนไข และนิยมใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น เซต A , เซต B , เซต C ,..., เซต Z

  2. สัญลักษณ์แทนข้อความการเป็นสมาชิกของ (an element of) หรือ อยู่ใน คือ เครื่องหมาย “$\in$” เช่น เราเขียน $a\in A$ หมายความว่า a เป็นสมาชิกของเซต A และ $a\notin A$ หมายความว่า a ไม่เป็นสมาชิกของเซต a **ไม่เป็นสมาชิกของเซต A**

**ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา** (Inductively Solve : I)

2.1 ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยนำความรู้ที่ได้สำรวจผ่านมาในขั้นตอนที่ 1 เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากันของเซต การเป็นเซตย่อยและเซตย่อยแท้ ด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 2 (ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง)

**ใบงานที่ 2**

**<u>คำสั่ง</u>** ให้นักศึกษาตอบคำถามจากการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

1. กำหนดเซต ดังต่อไปนี้ $U=\{1,2,3,...,10\}$, $A=\{1,2,5\}$, $B=\{5,6\}$, $C=\{5,6,8\}$, $D=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $E=\{x|(x-1)(x-2)(x-5)=0\}$, $F=\{2,1,1,1,5,5\}$, $G=\{x|x^2-11x+30=0\}$, $H=\{6,5\}$, $I=\{6,5,5,6\}$, $J=\phi$ ข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นจริง

1. A ✡ E , A ✡ F , E ✡ F
2. B ✡G , B ✡H , B ✡I
3. G ✡H , G ✡I , H ✡I
4. A ☆ E , A ☆ F , A ☆ D , A ☆ U
5. B ☆ H , B ☆ I , B ☆ C , B ☆ D , B ☆ U
6. A,B,C,D,E,F,G,H,I และ J ต่างก็เป็น ☆ ของเซต U
7. เซต J เป็น ☆ ของเซต A,B,C,D,E,F,G,H,I,J และ U
8. A ☆ D และ A ☆ U แต่ A ★ E และ A ★ F
9. B ☆ C , B ☆ D , B ☆ U แต่ B ★ H , B ★ I
10. A ★A , B ★ B , C ★ C , ... , J ★ J และ U ★ U

- จากการพิจารณาข้อความและสัญลักษณ์

  ✡ นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้มีความหมายว่าอย่างไร <u>เท่ากัน</u>

  ☆ นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้มีความหมายว่าอย่างไร <u>เป็นเซตย่อย</u>

  ★ นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้มีความหมายว่าอย่างไร <u>ไม่เป็นเซตย่อยแท้</u>

● จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ✡ คือ สัญลักษณ์ = และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน ☆คือ สัญลักษณ์ $\subset$ หรือ สัญลักษณ์$\subseteq$ ทั้งสองสัญลักษณ์ของการเป็นเซตย่อยต่างกันอย่างไร

$\subseteq$ แทนการเป็นเซตย่อยทุกเซต $\subset$ แทนการเป็นเซตย่อยแท้

● จากการพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ จงเขียนอธิบายความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะตามเงื่อนไขด้วยสัญลักษณ์เซต และความสัมพันธ์อื่นๆที่เกี่ยวข้อง

ตัวอย่างเช่น

1. $A=E$ หรือเขียนแสดงความสัมพันธ์อื่น ๆ คือ ถ้า $A\subseteq E$ และ $E\subseteq A$ แล้ว $A=E$

2. ถ้า $A\subset D$ และ $D\subset U$ แล้ว $A\subset U$

**ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป** (Share results: S)

3.1 ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น อภิปรายแลกเปลี่ยนคำตอบและเหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจากการปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 1 และใบงานที่ 2 โดยผู้เรียนที่ยังไม่ได้แสดงความคิดเห็นให้บันทึกและทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

3.2 สรุปชุดความรู้ต้นแบบหรือข้อคาดการณ์ที่ได้จากการอุปนัยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับ เซต การเป็นสมาชิกของเซต เซตย่อย เซตย่อยแท้ และการเท่ากันของเซต

เซต (set)และการเป็นสมาชิกของ (is an element of) เป็น คำอนิยาม

1. สัญลักษณ์แทน **เซต** (set) นิยมใช้วงเล็บปีกกา $\{\ \}$ แทนเซต เขียนได้ 2 ลักษณะคือ เซตแบบแจกแจงสมาชิกและเซตแบบบอกเงื่อนไข และนิยมใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น เซต A , เซต B , เซต C ..... เซต Z

2. สัญลักษณ์แทนข้อความ การเป็นสมาชิกของ (an element of) หรือ อยู่ใน คือ เครื่องหมาย “$\in$” เช่น เราเขียน $a\in A$ หมายความว่า a เป็นสมาชิกของเซต A และ $a\notin A$ หมายความว่า a ไม่เป็นสมาชิกของเซต a **ไม่เป็นสมาชิกของเซต A**

3. เซตย่อย ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ เซต A เป็น เซตย่อย (subset) ของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B เขียนแทน เซต A เป็นเซตย่อยของเซต B ด้วยสัญลักษณ์ $A\subseteq B$ นั่นคือ $A\subseteq B\leftrightarrow\forall x[x\in A\rightarrow x\in B]$

จากสัญลักษณ์ $A\subset B$ เรียกเซต B ว่าเป็น ซูเปอร์เซต (Super Set) ของ A และ เขียนเป็น $B\supset A$ ได้เช่นกัน หมายเหตุ ต่อไปนี้สัญลักษณ์ $\forall x[x\in A\rightarrow x\in B]$ จะเขียนแทนด้วย $x\in A\rightarrow x\in B$

4. เซตย่อยแท้ ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ เซต A เป็น (Proper Subset) ของเซต B ก็ต่อเมื่อ A เป็นเซตย่อยของ B และ $A \neq B$

5. การเท่ากันของเซต ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ เซต A เท่ากับ เซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนเซต A เท่ากับเซต B ด้วย "A = B" นั่นคือ

$$A = B \leftrightarrow \forall x[(x \in A \rightarrow x \in B) \wedge (x \in B \rightarrow x \in A)]$$

**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป** (Deductively Validate s : D)

4.1 ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 3 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 3**

คำสั่ง ให้นักศึกษาตอบคำถามปัญหาที่กำหนดจากความรู้ที่ผ่านมา

1. พิจารณาเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ เพราะเหตุใด

1.1 $\phi \in \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น จริง เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\phi$ เป็นสมาชิก หรืออยู่ใน $\{\phi, \{\phi\}\}$

1.2 $\phi \subset \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น จริง เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ เซตว่างเป็นเซตย่อยของทุก ๆ เซต

1.3 $\{\phi\} \in \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น จริง เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\{\phi\}$ เป็นสมาชิก หรืออยู่ใน $\{\phi, \{\phi\}\}$

1.4 $\{\phi\} \subset \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น จริง เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\phi$ เป็นสมาชิกของ $\{\phi\}$ แล้ว $\phi$ ยังเป็นสมาชิกของ $\{\phi, \{\phi\}\}$ ดังนั้น $\{\phi\} \subset \{\phi, \{\phi\}\}$

1.5 $\{\{\phi\}\} \in \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น เท็จ เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\{\{\phi\}\}$ ไม่เป็นสมาชิก หรือไม่อยู่ใน $\{\phi, \{\phi\}\}$

1.6 $\{\{\phi\}\} \subset \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น จริง เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\{\phi\}$ เป็นสมาชิกของ $\{\{\phi\}\}$ แล้ว $\{\phi\}$ ยังเป็นสมาชิกของ $\{\phi, \{\phi\}\}$ ดังนั้น $\{\{\phi\}\} \subset \{\phi, \{\phi\}\}$

1.7 $\{\phi, \{\phi\}\} \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$ เป็น จริง เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\phi$ เป็นสมาชิกของ $\{\phi, \{\phi\}\}$ และ $\{\phi\}$ เป็นสมาชิกของ $\{\phi, \{\phi\}\}$ ซึ่งสมาชิกทั้งสองต่างก็เป็นสมาชิกของ $\{\phi, \{\phi\}\}$ ดังนั้น $\{\phi, \{\phi\}\} \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$

1.8 $\{a, b, c\} \in \{a, b, c, d, e, f\}$ เป็น เท็จ เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\{a, b, c\}$ $\{\{\phi\}\}$ ไม่เป็นสมาชิก หรือ ไม่อยู่ใน $\{a, b, c, d, e, f\}$

1.9 $\{1,2,3\} \subset \{\{1\},\{2\},\{3\},...,\{10\}\}$ เป็น เท็จ เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ 1, 2, 3 เป็นสมาชิกของ $\{1,2,3\}$ แต่ไม่เป็นสมาชิก หรือ ไม่อยู่ใน $\{\{1\},\{2\},\{3\},...,\{10\}\}$

1.10 $\{\phi\} \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ เป็น เท็จ เพราะเหตุใด ตอบ เพราะ $\phi$ เป็นสมาชิกของ $\{\phi\}$ แต่ $\phi$ ไม่จำเป็นจะต้องเป็นสมาชิกของเซต A

2. จงหาเซต A, B และ C ที่ทำให้ ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง แต่ในกรณีที่ไม่สามารถหาเซตดังกล่าวที่จะทำให้เป็นจริงได้ให้ตอบข้อความนั้นว่าเป็นเท็จ

2.1 $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \not\subset C$

แนวทางการตอบ เป็นจริง เมื่อกำหนดให้ $A = \{1,2\}$, $B = \{1,2,3\}$, $C = \{2,3,4\}$ จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \not\subset C$

2.2 $A \subset B$ และ $B \subset C$ แต่ $A \not\subset C$

แนวทางการตอบ เป็นเท็จ เพราะ เราไม่สามารถหาเซต A ที่เป็นเซตย่อยของ B และ B ต้องเป็นเซตย่อยของ C ซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่ A จะไม่เป็นเซตย่อยของ C

2.3 $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \subset C$

แนวทางการตอบ เป็นจริง เมื่อกำหนดให้ $A = \{1,2\}$, $B = \{1,2,3\}$, $C = \{1,2,4,5\}$ จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \subset C$

2.4 $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \subset C$

แนวทางการตอบ เป็นจริง เมื่อกำหนดให้ $A = \{1,2\}$, $B = \{3,4\}$, $C = \{1,2,4,5\}$ จะได้ว่า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \subset C$

4.2 ผู้เรียนนำผลการทำใบงานที่ 3 อภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

**ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G)**

5.1 ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกันแสดงการการพิสูจน์อ้างอิงภายใต้หลักตรรกศาสตร์ เพื่อเป็นการวางนัยทั่วไป ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 4 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 4**

<u>คำสั่ง</u> จงแสดงว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง

1. สำหรับเซต A , B และ C ใดๆ ข้อต่อไปนี้เป็นจริง

1) $A=A$

2) ถ้า $A=B$ และ $B=C$ แล้ว $A=C$

3) ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset A$ แล้ว $A=B$

4) ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset C$ แล้ว $A\subset C$

แนวทางการแสดงข้อความเป็นจริง

1) $A=A$

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| ให้ $x\in A$ | กำหนดให้ |
| จะได้ว่า $x\in A\leftrightarrow x\in A$ | เพราะ $p\leftrightarrow p$ เป็นสัจนิรันดร์ |
| ดังนั้น $(x\in A\rightarrow x\in A)\wedge(x\in A\rightarrow x\in A)$ | จาก $p\leftrightarrow q\equiv(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$ |
| นั่นคือ $A=A$ | จาก $A=B\leftrightarrow\forall x[(x\in A\rightarrow x\in B)\wedge(x\in B\rightarrow x\in A)]$ |

4) ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset C$ แล้ว $A\subset C$

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| ให้ $A\subset B$ และ $B\subset C$ | กำหนดให้ |
| จะได้ว่า $x\in A\rightarrow x\in B$ และ $x\in B\rightarrow x\in C$ | จาก $A\subseteq B\leftrightarrow\forall x[x\in A\rightarrow x\in B]$ |
| ดังนั้น $x\in A\rightarrow x\in C$ | จาก $[(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow r)]\rightarrow(p\rightarrow r)$ ตรรกบทแบบสมมติฐาน (Hypothetical Syllogism) |
| นั่นคือ $A\subset C$ | จาก $A\subseteq B\leftrightarrow\forall x[x\in A\rightarrow x\in B]$ |

2. สำหรับเซต A ใด ๆ ข้อต่อไปนี้เป็นจริง

1) $\phi\subset A$

2) $A\subset A$

3) $A\subset U$

4) ถ้า $A \subset \phi$ แล้ว $A = \phi$

แนวทางการแสดงข้อความเป็นจริง

1) $\phi \subset A$

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| ให้ $x \in \phi$ และ $x \in A$ | กำหนดให้ |
| จะได้ว่า $x \in \phi$ | เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ |
| เมื่อนำ ประพจน์ $x \in \phi$ และ $x \in A$ เชื่อมด้วยตัวเชื่อมประพจน์ ถ้า...แล้ว... จะได้ว่า $x \in \phi \rightarrow x \in A$ | การเชื่อมประพจน์ |
| ดังนั้น $x \in \phi \rightarrow x \in A$ เป็นจริง | จาก ค่าความจริงของตัวเชื่อมประพจน์ ถ้า...แล้ว ... จะมีค่าความจริง ดังนี้ ถ้า เท็จ แล้ว จริง มีค่าความจริงเป็น จริง/ถ้า เท็จ แล้ว เท็จ มีค่าความจริงเป็น จริง |
| นั่นคือ $\phi \subset A$ | จาก $A \subseteq B \leftrightarrow \forall x[x \in A \rightarrow x \in B]$ |

5.2 ผู้เรียนนำผลการทำใบงานมาอภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อการวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น โดยผู้สอนให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน (Scaffolding)

**ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A)**

6.1 ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยการกำหนดสถานการณ์ ว่าเมื่อผู้เรียน (ในอนาคตที่จะเป็นครู) จะจัดการเรียนการสอนในหัวข้อที่ศึกษาผ่านมา จะมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ม.4) อย่างไร ผู้สอนจัดเตรียมหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 5 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 5**

คำสั่ง จงเขียนอธิบายแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในหัวข้อที่ศึกษาผ่าน ว่าจะมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ม.4) อย่างไร โดยศึกษาจากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดเตรียมให้หรือศึกษาค้นคว้าได้จากสื่อออนไลน์

.....

.....

.....

**5. สื่อ/แหล่งเรียนรู้**

1. ใบงาน 1 – 4
2. ตำราหลักการทางคณิตศาสตร์ (MED1101)
3. หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องเซต และการสอนเรื่องเซต

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| 1 | สัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) และเซตย่อย (Subset) | 1. https://www.mathsisfun.com/sets/index.html https://www.youtube.com/watch?v=dvV7leCBNCA<br>2. https://www.math-only-math.com/worksheet-on-set.html<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=k4GRwBBLXaA<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=ZVmdsEaZYiU&t=651s<br>5. https://www.krusunan.com/homepage/%E0%B9%80%E0%B8%AD%E0%B8%81%E0%B8%AA%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B0%E0%B8%81%E0%B8%AD%E0%B8%9A%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B9%80%E0%B8%A3%E0%B8%A2%E0%B8%99/%E0%B9%80%E0%B8%8B%E0%B8%95 |

**6.การวัดและประเมินผล**

| จุดประสงค์การเรียนรู้ | วิธีการวัดและประเมินผล | เครื่องมือการวัดและประเมินผล | เกณฑ์การวัดและประเมินผล |
|---|---|---|---|
| 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจและอธิบายสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต (Basic Notations of Sets) ได้ | ประเมินการทำใบงานที่ 1–5 | ใบงานที่ 1–5 | ผ่านเกณฑ์ คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ ไม่ผ่านเกณฑ์ คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง |
| 2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของเซตย่อย (Subset) ได้ | ประเมินการทำใบงานที่ 1 | ใบงานที่ 1 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 2 | ใบงานที่ 2 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 3 | ใบงานที่ 3 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 4 | ใบงานที่ 4 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 5 | ใบงานที่ 5 | ผ่านเกณฑ์ ระดับดีขึ้นไป |

**แบบบันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

แนวทางแก้ไข

.....

.....

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 1

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 1 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ($R_1$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 2

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตโดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 1 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย** ($R_1$)

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 3

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 3 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** ($R_2$)

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 4

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 3 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** ($R_2$)

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 5

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 4 คะแนนเต็ม 12 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

| ประเด็นการประเมิน | เกณฑ์การให้คะแนน | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 3 | 2 | 1 |
| จุดประสงค์ | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องชัดเจน | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเป็นบางส่วน | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเพียงส่วนน้อย |
| เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 100% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 80–99% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 60–79% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนดต่ำกว่า 59% |
| แนวทางการจัดกิจกรรม | 1. กิจกรรมน่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหาชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 100% | 1. กิจกรรมน่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหาชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 80–99% | 1. กิจกรรมยังไม่น่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหายังไม่ชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 60–79% | 1. กิจกรรมยังไม่น่าสนใจและขาดความสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหายังไม่ชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลต่ำกว่า 60% |

ตารางคะแนนและการแปลผลระดับคุณภาพ

| คะแนน | ระดับคุณภาพงาน |
|---|---|
| ต่ำกว่า 5 | ระดับ 1: ปรับปรุง |
| 6–8 | ระดับ 2: พอใช้ |
| 9–10 | ระดับ 3: ดี |
| 11–12 | ระดับ 4: ดีมาก |

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**

**รายวิชา** หลักการทางคณิตศาสตร์ (MED1101) **สาขา** คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์

**หน่วยที่** 1 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต **ชั้นปีที่** 1

**เรื่อง** การดำเนินการบนเซตและเซตกำลัง **เวลา** 6 ชั่วโมง

**สอนวันที่** .....**เดือน**.....**พ.ศ.** ..... อาจารย์วิทยา พูลสวัสดิ์

.....

**1. สาระสำคัญ**

การศึกษาธรรมชาติของการกระทำในชีวิตประจำวันหรือการกระทำอื่นใดก็ตาม เมื่อเราแบ่งกลุ่มของสิ่งที่เราสนใจ (เซตที่จัดด้วยเงื่อนไขที่กำหนดขึ้น) สามารถนำแบ่งกลุ่มของสิ่งที่เราสนใจมากระทำร่วมกันได้ เช่น นำเซตสองเซตใด ๆ รวมเข้าด้วยกันหรือคัดเฉพาะสมาชิกที่ซ้ำกันระหว่างสองเซตนั้น หรือการกระทำอื่น ๆ จะได้เซตใหม่ที่ถูกสร้างขึ้นมาใหม่ภายใต้การกระทำระหว่างเซต โดยการกระทำดังกล่าวจะถูกเรียกว่า “การดำเนินการบนเซต” (Operations on Sets) ซึ่งประกอบไปด้วย การดำเนินการยูเนียน (Union) การดำเนินการอินเตอร์เซกชั่น (Intersection) ส่วนเติมเต็ม (Complement) และผลต่าง (Difference) นอกจากนี้การพิจารณาเซตใด ๆ ที่มีสมาชิกเป็นเซตย่อยทั้งหมดของ A จะเรียกเซตลักษณะนี้ว่า “เซตกำลัง” (Power Set) ของ A เขียนแทนเซตกำลังของ A ด้วยสัญลักษณ์ $P(A)$ ซึ่งในการศึกษาการดำเนินการบนเซตและเซตกำลังผู้ศึกษาต้องสามารถอธิบายและให้เหตุผลประกอบการแสดงทางคณิตศาสตร์ภายใต้หลักการทางคณิตศาสตร์และตรรกศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย และนำมาประเมินผลลงข้อสรุปเพื่อนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาไปใช้ในชีวิตประจำวัน

**2. จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบายและสามารถหาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปในการดำเนินการบนเซต ซึ่งประกอบไปด้วย การดำเนินการ ยูเนียน, อินเตอร์เซกชั่น, ส่วนเติมเต็ม และผลต่างได้

2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบายและสามารถหาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปเซตกำลังได้

**3. เนื้อหา**

1. การดำเนินการบนเซต
   - ยูเนียน/อินเตอร์เซกชั่น/ส่วนเติมเต็ม/ผลต่าง
2. เซตกำลัง

**4. กระบวนการจัดการเรียนการสอน**

**4.1 การดำเนินการบนเซต** **(4 ชั่วโมง)**

**ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the problem : E)**

1.1 ผู้สอนเริ่มต้นด้วยการนำปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการบนเซต เพื่อให้ผู้เรียนสำรวจปัญหาใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหาและสามารถสรุปลักษณะของการดำเนินการบนเซต ผ่านการปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 1 (ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง)

**ใบงานที่ 1**

**คำสั่ง** ให้นักศึกษาตอบคำถามจากการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมทั้งตอบคำถามโดยการให้เหตุผลว่าเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1. พิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้และตอบคำถาม

กำหนดให้ $U=\{1,2,3,...,10\}$ $A=\{2,3,5,7\}$ $B=\{1,2,3,4,5\}$ $C=\{4,5,6,7,8\}$

1.1 ⚽ $B=\{1,2,3,4,5,7\}$

1.2 ⚽ $C=\{2,3,4,5,6,7,8\}$

1.3 ⚽ $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

1.4 ⚽ ⚽ $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

1.5 🏀 $B=\{2,3,5\}$

1.6 🏀 $C=\{5,7\}$

1.7 🏀 $C=\{4,5\}$

1.8 🏀 🏀 $C=\{5\}$

1.9 🏓 $B=\{7\}$

1.10 🏓 $C=\{2,3\}$

1.11 🏓 $C=\{1,2,3\}$

1.12 $= \{1,4,6,8,9,10\}$

1.13 $= \{6,7,8,9,10\}$

1.14 $= \{1,2,3,9,10\}$

1.15 $C = \{2,3\}$

1.16 $B = \{1,4\}$

1.1.7 $(A \quad B) \quad (C \quad) = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$

1.1.8 $(A \quad B) \quad (C \quad) = \{9,10\}$

จากการพิจารณาข้อความและสัญลักษณ์

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ แทนสิ่งใด การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกของทั้งสองเซตมารวมไว้ด้วยกัน

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ แทนสิ่งใด การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกทั้งสองเซตที่ซ้ำกัน

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ แทนสิ่งใด การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกของเซตทางด้านซ้ายของสัญลักษณ์ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซตทางขวาของสัญลักษณ์

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ แทนสิ่งใด การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซตดังกล่าว

- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน คือ “ $\cup$ ”
- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน คือ “ $\cap$ ”
- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน คือ “ $-$ ”
- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน คือ “ $A'$ ”

นักศึกษาสามารถสรุปเกี่ยวกับการดำเนินการบนเซตได้ว่าอย่างไร

การดำเนินการบนเซตประกอบไปด้วย การดำเนินการระหว่าง เซตสองเซตใด ๆ ประกอบไปด้วย การดำเนินการ ยูเนียน $A \cup B$ การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกของทั้งสองเซตมารวมไว้ด้วยกัน , การดำเนินการ อินเตอร์เซกชั่น $A \cap B$ การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกทั้งสองเซตที่ซ้ำกัน

การดำเนินการ ผลต่าง $A - B$ การดำเนินการในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกของเซตทางด้านซ้ายของสัญลักษณ์ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซตทางขวาของสัญลักษณ์ และ ส่วนเติมเต็ม ของเซต A เทียบกับ $U$ (Complement) $A'$ การดำเนินการ

ในการสร้างเซตโดยเซตใหม่ที่ได้เป็นการเขียนสมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซตดังกล่าว

**ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา** (Inductively Solve : I)

2.1 ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยนำความรู้ที่ได้สำรวจผ่านมาในขั้นตอนที่ 1 เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการบนเซต ด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 2 (ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง)

**ใบงานที่ 2**

<u>คำสั่ง</u> ให้นักศึกษาตอบคำถามจากการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

1. กำหนดเซต ดังต่อไปนี้ $U=\{-10,-9,-8,...,8,9,10\}$, $A=\{-3,-2,-1,0,2,4,6,8,10\}$, $B=\{1,2,3,...,10\}$, $C=\{-10,-9,-8,...,1,2,3\}$ จงหาผลลัพธ์จากการดำเนินการที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1.1 $A\cup B=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.2 $B\cup A=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.3 $A\cap B=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.4 $B\cap A=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.5 $(A\cup B)\cup C=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.6 $A\cup(B\cup C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.7 $(A\cap B)\cap C=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.8 $A\cap(B\cap C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.9 $A\cup(B\cap C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.10 $(A\cup B)\cap(A\cup C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.11 $A\cap(B\cup C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.12 $(A\cap B)\cup(A\cap C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.13 $(A\cup B)'=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.14 $A'\cap B'=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.15 $(A\cap B)'=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.16 $A' \cup B' =$ ..... ..... ..... ..... ...

1.17 $A - B =$ ..... ..... ..... ..... ...

1.18 $A \cap B' =$ ..... ..... ..... ..... ...

- จากการพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ จงเขียนอธิบายความสัมพันธ์ที่ได้จากการหาผลลัพธ์จากการดำเนินการในข้อที่ 1

ตัวอย่างเช่น

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. $A - B = A \cap B'$

เป็นต้น

**ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป** (Share results: S)

3.1 ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น อภิปรายแลกเปลี่ยนคำตอบและเหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจากการปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 1 และใบงานที่ 2 โดยผู้เรียนที่ยังได้แสดงความคิดเห็นให้บันทึกและทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

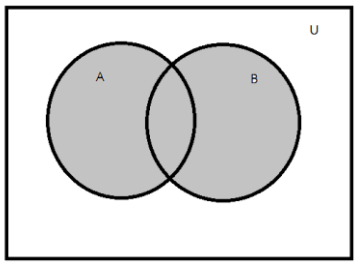
3.2 สรุปชุดความรู้ต้นแบบหรือข้อคาดการณ์ที่ได้จากการอุปนัยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับการดำเนินการบนเซตได้ดังนี้

ให้เซต A และเซต B เป็นเซตใด ๆ

1. การดำเนินการ **ยูเนียน** (Union) ระหว่าง เซต A กับเซต B หมายถึง การสร้างเซตใหม่ที่มีสมาชิกทั้งหมดประกอบไปด้วยสมาชิกของ A หรือสมาชิกของ B หรือเป็นสมาชิกของทั้ง A และ B การดำเนินการยูเนียน (Union) ระหว่าง เซต A กับเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cup B$

$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$ นั่นคือ $x \in A \cup B \leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

เขียนแผนภาพแทน $A \cup B$ ได้ดังนี้

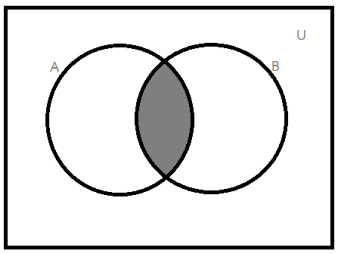



2. การดำเนินการ **อินเตอร์เซกชั่น** (Intersection) ระหว่าง เซต A กับเซต B หมายถึง การสร้างเซตใหม่ที่มีสมาชิกทั้งหมดประกอบไปด้วยสมาชิกของ A และสมาชิกของ B

(สมาชิกที่ซ้ำกันระหว่าเซต A และ เซต B) การดำเนินการยูเนียน (Union) ระหว่าง เซต A กับ เซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cap B$

$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$ นั่นคือ $x \in A \cap B \leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$

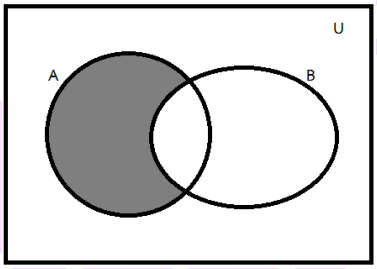
เขียนแผนภาพแทน $A \cap B$ ได้ดังนี้




3. การดำเนินการ **ผลต่าง (Difference)** ของ A กับ B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A - B$ หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของ A แต่ไม่เป็นสมาชิกของ B

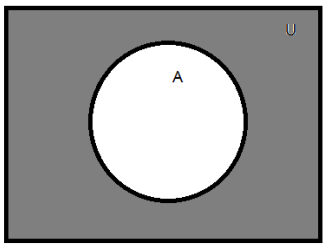
$A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$ นั่นคือ $x \in A - B \leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$

เขียนแผนภาพแทน $A - B$ ได้ดังนี้




4. ให้ A เป็นเซตใดๆ ที่เป็นเซตย่อยของเอกภพสัมพัทธ์ $U$ **ส่วนเติมเต็ม** ของเซต A เทียบกับ $U$ **(Complement)** เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A'$ หมายถึง เซตที่มีสมาชิกทั้งหมดอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A $A' = \{x | x \in U \wedge x \notin A\}$ นั่นคือ $x \in A' \leftrightarrow x \notin A$

เขียนแผนภาพแทน $A'$ ได้ดังนี้



**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป** (Deductively Validate s : D)

4.1 ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 3 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 3**

<u>คำสั่ง</u> ให้นักศึกษาตอบคำถามปัญหาที่กำหนดจากความรู้ที่ผ่านมา

1. ให้ $A=\{1,3,5,7,9\}, B=\{0,2,4,6,8,10\}, C=\{1,2,3,5,7,9,10\}$ และ $D=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ เมื่อ $U=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ จงหาผลลัพธ์จากการดำเนินการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 $A\cup B$ .....เพราะเหตุใด.....

1.2 $C\cap D$ .....เพราะเหตุใด.....

1.3 $B-C$ .....เพราะเหตุใด.....

1.4 $(A-B)\cup(C-D)$ .....เพราะเหตุใด.....

1.5 $(A'\cap B)\cup D'$ .....เพราะเหตุใด.....

1.6 $(A'\cap B')\cap C'$ .....เพราะเหตุใด.....

1.7 $(A\cap B)\cup(C\cap D)$ .....เพราะเหตุใด.....

1.8 $U-(A\cap C\cap D)$.....เพราะเหตุใด.....

1.9 $(A\cup B\cup C\cup D)'$ .....เพราะเหตุใด.....

1.10 $(A\cap B\cap C\cap D)'$ .....เพราะเหตุใด.....

4.2 ผู้เรียนนำผลการทำใบงานที่ 3 อภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

**ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล** (Generalize and Reason: G)

5.1 ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกันแสดงการการพิสูจน์อ้างอิงภายใต้หลักตรรกศาสตร์ เพื่อเป็นการวางนัยทั่วไป ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 4 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 4**

<u>คำสั่ง</u> จงแสดงว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง

1. ให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

1) $A-B=A\cap B'$ 2) $A-A=\phi$

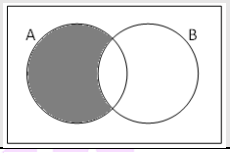
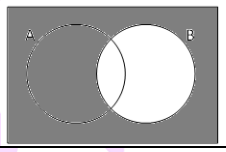
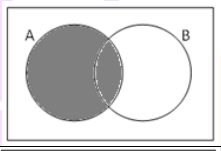
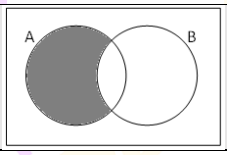
3) $A-(A\cap B)=A-B$ 4) $A\cap(A-B)=A-B$

5) $(A-B)\cup B=A\cup B$ 6) $(A\cap B)-B=\phi$

7) $(A\cup B)-B=A-B$ 8) $(A-B)\cap B=\phi$

9) $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$

แนวทางการแสดงข้อความเป็นจริงสามารถแสดงโดยการใช้แผนภาพและการให้เหตุผลอ้างอิง1) $A-B=A\cap B'$ แสดงโดยการใช้แผนภาพ

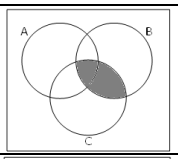
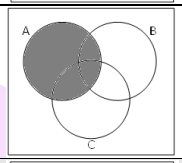
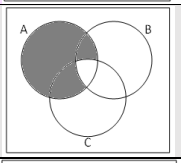
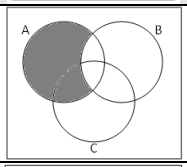
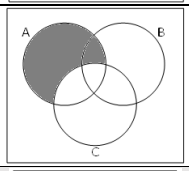
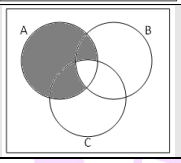
| **การดำเนินการบนเซต** | **แผนภาพแสดงแทน** |
|---|---|
| $A-B$ |   |
| $B'$ |   |
| $A$ |   |
| $A\cap B'$ |   |

จึงสรุปได้ว่า $A-B=A\cap B'$

หรือ การให้เหตุผลอ้างอิง

| **ข้อความ** | **อ้างอิง** |
|---|---|
| ให้ $x\in A-B$<br><br>$x\in A-B\leftrightarrow x\in A\wedge x\notin B$<br>$\leftrightarrow x\in A\wedge x\in B'$<br>$\leftrightarrow x\in(A\cap B')$ | กำหนดให้<br>จากนิยามผลต่าง $x\in A-B\leftrightarrow x\in A\wedge x\notin B$<br>จากนิยามส่วนเติมเต็ม $x\notin A\leftrightarrow x\in A'$<br>จากอินเตอร์เซกชั่น<br>$x\in A\cap B\leftrightarrow x\in A\wedge x\in B$ |
| นั่นคือ $A-B=A\cap B'$ # | |

9) $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$ แสดงโดยการใช้แผนภาพ

| การดำเนินการบนเซต | แผนภาพแสดงแทน |
|---|---|
| $B\cap C$ |  |
| $A$ |  |
| $A-(B\cap C)$ |  |
| $A-B$ |  |
| $A-C$ |  |
| $(A-B)\cup(A-C)$ |  |

จึงสรุปได้ว่า $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$

หรือ การให้เหตุผลอ้างอิง

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| ให้ $x\in A-(B\cap C)\leftrightarrow x\in A\wedge x\notin(B\cap C)$ | กำหนดให้ |
| $\leftrightarrow x\in A\wedge(x\notin B\vee x\notin C)$ | นิเสธของประพจน์ |
| $\leftrightarrow x\in A\wedge(x\in B'\vee x\in C')$ | นิยามส่วนเติมเต็ม |
| $\leftrightarrow(x\in A\wedge x\in B')\vee(x\in A\wedge x\in C')$ | $p\wedge(q\vee r)\leftrightarrow(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$ |
| $\leftrightarrow x\in(A-B)\vee x\in(A-C)$ | นิยามผลต่าง |
| $\leftrightarrow x\in[(A-B)\cup(A-C)]$ | นิยามยูเนี่ยน |
| นั่นคือ $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$ # | |

5.2 ผู้เรียนนำผลการทำใบงานมาอภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อการวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น โดยผู้สอนให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน (scaffolding)

**ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to everyday life: A)**

6.1 ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยการกำหนดสถานการณ์ ว่าเมื่อผู้เรียน (ในอนาคตที่จะเป็นครู) จะจัดการเรียนการสอนในหัวข้อที่ศึกษาผ่านมา จะมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ม.4) อย่างไร ผู้สอนจัดเตรียมหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 5 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 5**

<u>คำสั่ง</u> จงเขียนอธิบายแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในหัวข้อที่ศึกษาผ่าน ว่าจะมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ม.4) อย่างไร โดยศึกษาจากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดเตรียมให้หรือศึกษาค้นคว้าได้จากสื่อออนไลน์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**สื่อ/แหล่งเรียนรู้**

1. ใบงาน 1-4
2. ตำราหลักการทางคณิตศาสตร์ (MED1101)
3. หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องเซต และการสอนเรื่องเซต

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| 1 | การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) และเซตกำลัง (Power Set ) | 1. https://www.youtube.com/watch?v=d6XrA0XFZdM<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=tQiaaCtuEb4<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=JfDTYKKtRms<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=eTuZJsWE010<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=kHoOlfi-M2U&list=RDCMUCcErZD9wUPQONYaoRXWX-hw&start_radio=1&rv=kHoOlfi-M2U&t=502<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=6sEd_gAdKsI<br>7. https://www.youtube.com/watch?v=OvXFlW2LGcA<br>8. https://www.youtube.com/watch?v=PloGLmlSmtU<br>9. https://www.youtube.com/watch?v=bYRwxh0LdHk<br>10. https://www.youtube.com/watch?v=H5D6EAezsXQ<br>11. https://www.youtube.com/watch?v=B3L8ZzrZwzA |

**4.2 เซตกำลัง** **2 ชั่วโมง**

**ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the problem : E)**

1.1 ผู้สอนเริ่มต้นด้วยการนำปัญหาเกี่ยวกับเซตกำลัง เพื่อให้ผู้เรียนสำรวจปัญหา ใช้ข้อมูลในโจทย์ปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหาและสามารถสรุปลักษณะของเซตกำลัง ผ่านการปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 6 (ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง)

**ใบงานที่ 6**

**คำสั่ง** ให้นักศึกษาตอบคำถามจากการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมทั้งตอบคำถามโดยการให้เหตุผลว่าเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1. พิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้และตอบคำถาม

กำหนดให้ $A=\{3,5,7\}$ $B=\{2,4\}$ และ $C=\{4,5,6\}$ โดยกำหนดสัญลักษณ์ ☀ ☾ ☁ แทนเซต

1.1 ให้ $3\in A$ และ $\{3\}\subset A$ แล้ว $\{3\}$☀

1.2 $\{7\}\in$☀

1.3 $\{5\}\in$ ☀ และ $\{5\}\in$ ☁

1.4 $\{3,5\}\in$☀

1.5 $\{3,7\}\in$ ☀

1.6 $\{5,7\}\in$ ☀

1.7 $\{3,5,7\}\in$☀

1.8 $\phi\in$ ☀ และ $\phi\in$ ☾และ $\phi\in$ ☁

1.9 $\{2\}\in$☾

1.10 $\{4\}\in$☾ และ $\{4\}\in$☁

1.11 $\{2,4\}\in$☾

1.12 $\{6\}\in$☁

1.13 $\{4,5\}\in$☁

1.14 $\{4,6\}\in$☁

1.15 $\{5,6\}\in$ ☁

1.16 $\{4,5,6\}\in$☁

จากการพิจารณาข้อความและสัญลักษณ์

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ ☀ แทนสิ่งใด เซตที่มีสมาชิกเป็นสับเซตของเซต A

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ ☾ แทนสิ่งใด เซตที่มีสมาชิกเป็นสับเซตของเซต B

นักศึกษาคิดว่าสัญลักษณ์นี้ ☁ แทนสิ่งใด เซตที่มีสมาชิกเป็นสับเซตของเซต C

- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ☀ คือ “$P(A)$” อ่านว่า เซตกำลังของ A หรือ เพาเวอร์เซต A
- จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ☾ คือ “$P(B)$” อ่านว่า เซตกำลังของ B หรือ เพาเวอร์เซต B

● จากความรู้เดิม สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ◌ คือ “$P(C)$” อ่านว่า เซตกำลังของ C หรือ เพาเวอร์เซต C

นักศึกษาสามารถสรุปเกี่ยวกับเซตกำลังได้ว่าอย่างไร

เซตกำลังหรือเพาเวอร์เซตของเซตใด ๆ คือเซตที่มีสมาชิกเป็นสับเซตทั้งหมดของเซตนั้น

**ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา** (Inductively Solve : I)

2.1 ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยนำความรู้ที่ได้สำรวจผ่านมาในขั้นตอนที่ 1 เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเซตกำลัง ด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ โดยการแก้ปัญหาของผู้เรียนสามารถมีได้มากกว่า 1 แบบ และคำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 7 (ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง)

**ใบงานที่ 7**

<u>คำสั่ง</u> ให้นักศึกษาตอบคำถามจากการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

1. กำหนดให้ $X=\{\phi,1,\{1,2\}\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จเพราะเหตุใด

1.1 $\phi \in X$ ตอบ ..... เพราะเหตุใด.....

1.2 $\phi \subset X$ ตอบ ..... เพราะเหตุใด.....

1.3 $\phi \in P(X)$ ตอบ ..... เพราะเหตุใด.....

1.4 $\{\phi\} \in P(X)$ ตอบ ..... เพราะเหตุใด.....

1.5 $1 \in P(X)$ ตอบ ..... เพราะ.....

1.6 $\{1,2\} \in P(X)$ ตอบ ..... เพราะเหตุใด.....

1.7 $\{1,\{1,2\}\} \in P(X)$ ตอบ ..... เพราะเหตุใด.....

**ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป** (Share results: S)

3.1 ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น อภิปรายแลกเปลี่ยนคำตอบและเหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจากการปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 6 และใบงานที่ 7 โดยผู้เรียนที่ยังได้แสดงความคิดเห็นให้บันทึกและทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นที่อาจแตกต่างจากของตนเอง

3.2 สรุปชุดความรู้ต้นแบบหรือข้อคาดการณ์ที่ได้จากการอุปนัยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับ เซตกำลัง ได้ดังนี้

เซตที่มีสมาชิกเป็นเซตย่อยทั้งหมดของ A เรียกว่า **เซตกำลัง** (Power Set ) **ของ A** เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ เขียนแทนเซตกำลังของ A ด้วยสัญลักษณ์ $P(A)$ ดังนั้น $P(A)=\{B|B\subset A\}$ นั่นคือ $B\in P(A)\leftrightarrow B\subset A$

**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป** (Deductively Validate s : D)

4.1 ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดจากการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 8 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 8**

<u>คำสั่ง</u> ให้นักศึกษาตอบคำถามปัญหาที่กำหนดจากความรู้ที่ผ่านมา

1. กำหนดเซต $A=\{a,b,c\}$, $B=\{b,c,d\}$, $C=\{d,e\}$ จงหาผลลัพธ์ที่กำหนดให้และให้เหตุผลประกอบว่าเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1.1 $P(A)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.2 $P(B)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.3 $P(C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.4 $P(A\cap B)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.5 $P(A\cap C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.6 $P(A\cup B)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.7 $P(B\cup C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.8 $P(A-B)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.9 $P(A)-P(B)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.10 $P(C)-P(B)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.11 $P(A\cap B\cap C)=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.12 $n[P(A)]=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.13 $n[P(B)]=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.14 $n[P(C)]=$ ..... ..... ..... ..... ...

1.15 ถ้า A เป็นเซตใด ๆ ที่มีจำนวนสมาชิก k ตัว แล้ว จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ A มีจำนวนเท่าใด .....

● จากการพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ จงเขียนอธิบายความสัมพันธ์ที่ได้จากการหาผลลัพธ์จากการดำเนินการในข้อที่ 1

.....

4.2 ผู้เรียนนำผลการทำใบงานที่ 8 อภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป

**ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G)**

5.1 ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกันแสดงการการพิสูจน์อ้างอิงภายใต้หลักตรรกศาสตร์ เพื่อเป็นการวางนัยทั่วไป ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 9 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 9**

<u>คำสั่ง</u> จงแสดงว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง

1. ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

1) $A \in P(A)$

2) $\phi \in P(A)$

3) $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $P(A) \subset P(B)$

4) $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

5) $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

6) $P(A-B) = [P(A) \cap P(B)] \cup \{\phi\}$

แนวทางการแสดงข้อความเป็นจริง

1) $A \in P(A)$

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| จาก A เป็นเซตใด ๆ | กำหนดให้ |
| จะได้ว่า $A \subset A$ | จากการพิสูจน์หัวข้อเรื่องสับเซต เซตใดก็ตามย่อมเป็นสับเซตของเซตตัวมันเอง |
| ดังนั้น $A \in P(A)$ | จาก $B \in P(A) \leftrightarrow B \subset A$ |
| นั่นคือ $A \in P(A)$ # | |

5) $P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| ให้ $X\in[P(A)\cap P(B)]\leftrightarrow X\in P(A)\wedge X\in P(B)$<br>$\leftrightarrow X\subset A\wedge X\subset B$<br>$\leftrightarrow X\subset(A\cap B)$<br>$\leftrightarrow X\in P(A\cap B)$ | จากการดำเนินการอินเตอร์เซคชั่น<br>จาก $B\in P(A)\leftrightarrow B\subset A$<br>การเป็นสับเซต<br>จาก $B\in P(A)\leftrightarrow B\subset A$ |
| นั่นคือ $P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$ # | |

5.2 ผู้เรียนนำผลการทำใบงานมาอภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อการวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น โดยผู้สอนให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน (Scaffolding)

**ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A)**

6.1 ผู้เรียนได้ข้อสรุปที่ได้มีการวางนัยทั่วไปแล้วไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยการกำหนดสถานการณ์ ว่าเมื่อผู้เรียน (ในอนาคตที่จะเป็นครู) จะจัดการเรียนการสอนในหัวข้อที่ศึกษาผ่านมา จะมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ม.4) อย่างไร ผู้สอนจัดเตรียมหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปฏิบัติกิจกรรมในใบงานที่ 10 (ปฏิบัติกิจกรรมแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4–5 คน)

**ใบงานที่ 10**

<u>คำสั่ง</u> จงเขียนอธิบายแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในหัวข้อที่ศึกษาผ่าน ว่าจะมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ม.4) อย่างไร โดยศึกษาจากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดเตรียมให้หรือศึกษาค้นคว้าได้จากสื่อออนไลน์

.....

.....

.....

.....

**5. สื่อ/แหล่งเรียนรู้**

1. ใบงาน 1-4
2. ตำราหลักการทางคณิตศาสตร์ (MED1101)
3. หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. เว็บไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องการดำเนินการบนเซตและเซตกำลัง และการสอนเรื่องการดำเนินการบนเซตและเซตกำลัง

| ที่ | หัวข้อเรื่อง | เว็บไซต์ |
|---|---|---|
| 1 | การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) และเซตกำลัง (Power Set ) | 1. https://www.youtube.com/watch?v=d6XrA0XFZdM<br>2. https://www.youtube.com/watch?v=tQiaaCtuEb4<br>3. https://www.youtube.com/watch?v=JfDTYKKtRms<br>4. https://www.youtube.com/watch?v=eTuZJsWE010<br>5. https://www.youtube.com/watch?v=kHoOlfi-M2U&list=RDCMUCcErZD9wUPQONYaoRXWX-hw&start_radio=1&rv=kHoOlfi-M2U&t=502<br>6. https://www.youtube.com/watch?v=6sEd_gAdKsI<br>7. https://www.youtube.com/watch?v=OvXFlW2LGcA<br>8. https://www.youtube.com/watch?v=PloGLmlSmtU<br>9. https://www.youtube.com/watch?v=bYRwxh0LdHk<br>10. https://www.youtube.com/watch?v=H5D6EAezsXQ<br>11. https://www.youtube.com/watch?v=B3L8ZzrZwzA |

## 6. การวัดและประเมินผล

| จุดประสงค์การเรียนรู้ | วิธีการวัดและประเมินผล | เครื่องมือการวัดและประเมินผล | เกณฑ์การวัดและประเมินผล |
|---|---|---|---|
| 1. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจอธิบายและสามารถหาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปในการดำเนินการบนเซต ซึ่งประกอบไปด้วย การดำเนินการ ยูเนียน, อินเตอร์เซกชั่น, ส่วนเติมเต็ม และผลต่างได้ | ประเมินการทำใบงานที่ 1 | ใบงานที่ 1 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัย ระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 2 | ใบงานที่ 2 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัย ระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 3 | ใบงานที่ 3 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัย ระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 4 | ใบงานที่ 4 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัย ระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 5 | ใบงานที่ 5 | ผ่านเกณฑ์ ระดับดีขึ้นไป |
| 2. เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจอธิบายและสามารถหาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปเซตกำลังได้ | ประเมินการทำใบงานที่ 6 | ใบงานที่ 6 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 7 | ใบงานที่ 7 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 8 | ใบงานที่ 8 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 9 | ใบงานที่ 9 | ผ่านเกณฑ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัยระดับดีขึ้นไป |
| | ประเมินการทำใบงานที่ 10 | ใบงานที่ 10 | ผ่านเกณฑ์ ระดับดีขึ้นไป |

**แบบบันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไข

.....

.....

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 1

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 1 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ($R_1$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 2

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตโดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 1 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ($R_1$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 3

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 3 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** ($R_2$)

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 4

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตโดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 3 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** ($R_2$)

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 5

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 4 คะแนนเต็ม 12 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

| ประเด็นการประเมิน | เกณฑ์การให้คะแนน | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 3 | 2 | 1 |
| จุดประสงค์ | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องชัดเจน | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเป็นบางส่วน | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเพียงส่วนน้อย |
| เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 100% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 80–99% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 60–79% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนดต่ำกว่า 59% |
| แนวทางการจัดกิจกรรม | 1. กิจกรรมน่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหาชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 100% | 1. กิจกรรมน่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหาชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 80–99% | 1. กิจกรรมยังไม่น่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหายังไม่ชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 60–79% | 1. กิจกรรมยังไม่น่าสนใจและขาดความสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหายังไม่ชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลต่ำกว่า 60% |

ตารางคะแนนและการแปลผลระดับคุณภาพ

| คะแนน | ระดับคุณภาพงาน |
|---|---|
| ต่ำกว่า 5 | ระดับ 1: ปรับปรุง |
| 6–8 | ระดับ 2: พอใช้ |
| 9–10 | ระดับ 3: ดี |
| 11–12 | ระดับ 4: ดีมาก |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 6

1. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 1 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ($R_1$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 7

1. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 2 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ($R_1$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 8

1. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 3 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ($R_2$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 9

1. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 3 คะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนและระดับคุณภาพของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ($R_2$)**

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

## เกณฑ์การให้คะแนน

## ใบงานที่ 10

1. ผู้สอนตรวจสอบวิธีการใช้สัญลักษณ์และการเขียนแสดงแทนสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต โดยเกณฑ์การวัดและประเมินผลเป็น ผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนี้

**ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซต ได้ถูกต้องทุกข้อความ

**ไม่ผ่านเกณฑ์** คือ ใช้และเขียนแสดงสัญลักษณ์พื้นฐานของเซตไม่ถูกต้องในข้อความใดข้อความหนึ่ง

2. ผู้สอนตรวจให้คะแนนการทำใบงานที่ 4 คะแนนเต็ม 12 คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

| ประเด็นการประเมิน | เกณฑ์การให้คะแนน | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 3 | 2 | 1 |
| จุดประสงค์ | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องชัดเจน | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเป็นบางส่วน | บรรยายเกี่ยวกับจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมได้ถูกต้องเพียงส่วนน้อย |
| เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 100% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 80–99% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด 60–79% | เนื้อหาครบถ้วนตามสาระที่กำหนด ต่ำกว่า 59% |
| แนวทางการจัดกิจกรรม | 1.กิจกรรมน่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหาชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 100% | 1. กิจกรรมน่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหาชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 80–99% | 1. กิจกรรมยังไม่น่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหายังไม่ชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล 60–79% | 1. กิจกรรมยังไม่น่าสนใจและขาดความสอดคล้องกับเนื้อหา<br>2. ลำดับหัวข้อของเนื้อหายังไม่ชัดเจน<br>3. มีการสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลต่ำกว่า 60% |

ตารางคะแนนและการแปลผลระดับคุณภาพ

| คะแนน | ระดับคุณภาพงาน |
|---|---|
| ต่ำกว่า 5 | ระดับ 1 : ปรับปรุง |
| 6–8 | ระดับ 2 : พอใช้ |
| 9–10 | ระดับ 3 : ดี |
| 11–12 | ระดับ 4 : ดีมาก |

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย**

| คะแนนเฉลี่ย | ระดับความสามารถ( $L_1$) | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–0.75 | 1 | ปรับปรุง |
| 0.76–1.50 | 2 | พอใช้ |
| 1.51–2.25 | 3 | ดี |
| 2.26–3.00 | 4 | ดีมาก |

**การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย**

| คะแนนเฉลี่ย | ระดับความสามารถ( $L_1$) | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–0.75 | 1 | ปรับปรุง |
| 0.76–1.50 | 2 | พอใช้ |
| 1.51–2.25 | 3 | ดี |
| 2.26–3.00 | 4 | ดีมาก |

## 3. แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1
### หน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 4 ข้อ

**คำสั่ง** จงเขียนอธิบายหรือเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบและให้เหตุผลประกอบในการอธิบายที่เหมาะสม

| ข้อ | แบบทดสอบ |
|---|---|
| 1 | กำหนดให้ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อเซต $(A \cup B) \cap C$ และ เซต $A \cup (B \cap C)$ จงพิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาในการลงข้อสรุปดังกล่าว |
| 2 | กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาว่า $P(A \cap B)$ กับ $P(A) \cap P(B)$ จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>2.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>2.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |
| 3 | กำหนดให้ $A$ เป็นเซตใด ๆ จงหาจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ จะมีสมาชิกจำนวนทั้งหมดกี่ตัว<br>3.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปที่ได้มาเป็นจริง<br>3.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปว่า เมื่อ $A$ เป็นเซตใด ๆ แล้วจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ จะมีสมาชิกจำนวนทั้งหมดกี่ตัว โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |
| 4 | ให้ $\{A_t\}_{t \in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาว่า ถ้า $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$ แล้ว $\bigcup_{t \in T} A_t$ กับเซต $B$ จะมีความสัมพันธ์กันอย่างไร<br>4.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>4.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |

# แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2
## หน่วยที่ 2–3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

**คำสั่ง** จงเขียนอธิบายหรือเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบและให้เหตุผลประกอบในการอธิบายที่เหมาะสม

| ข้อ | แบบทดสอบ |
|---|---|
| 1 | กำหนดให้เซต $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่างจะสามารถอธิบายเซต $A$ และ $B$ ได้ว่าอย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการดำเนินการภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่าง หรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนด<br>1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความเมื่อ เซต $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ แล้วผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่างจะสามารถอธิบายเซต $A$ และ $B$ ได้ว่าอย่างไร โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |
| 2 | กำหนดให้ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r \subset A \times B$ ) ถ้า $s \subset r$ จงแสดงว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์หรือไม่<br>2.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้<br>2.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เมื่อ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆถ้า $s \subset r$ แล้ว $s$ เป็นความสัมพันธ์หรือไม่ โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |
| 3 | มีการให้คำนิยามของฟังก์ชันว่า " $A, B$ เป็นเซตใด ๆ ที่ไม่ว่าง $f$ เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ $f$ เป็นความสัมพันธ์จาก $A$ ไป $B$ และถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$ " จงแสดงว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x,y) \in R \times R \mid y^2 = x+1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่<br>3.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่<br>3.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้ โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |
| 4 | เมื่อกำหนดนิยาม ฟังก์ชันผกผันของ $f$ ว่า "ถ้า $f: A \to B$ และ $f^{-1}: B \to A$ แล้ว $f^{-1}$ เรียกว่า **ฟังก์ชันผกผันของ** $f$ " พิจารณา $f = \{(x,y) \in R \times [-4,\infty) \mid y = x^2 + 4x\}$ ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ เป็นฟังก์ชันผกผันหรือไม่ จงอธิบาย<br>4.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ เป็นฟังก์ชันผกผัน<br>4.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้ว่า ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ เป็นฟังก์ชันผกผันหรือไม่ โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว |

**การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบทดสอบ**
**แบ่งเป็นการให้คะแนนในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 แบบ ดังนี้**

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 1) ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล และ 3) การหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| 2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| 2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

| การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็น ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

| คะแนนเฉลี่ย $(\overline{x_1})$ | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

การแปลความหมายระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

| คะแนนเฉลี่ย $(\overline{x_1})$ | ระดับความสามารถ | ความหมาย |
|---|---|---|
| 0.00–6.00 | 1 | ปรับปรุง |
| 6.10–12.00 | 2 | พอใช้ |
| 12.10–18.00 | 3 | ดี |
| 18.10–24.00 | 4 | ดีมาก |

**4. แบบสัมภาษณ์ความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

**แบบสัมภาษณ์ความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

---

ชื่อผู้ให้สัมภาษณ์ .....

วันเดือนปี ที่สัมภาษณ์.....

เริ่มการสัมภาษณ์เวลา.....น. จบการสัมภาษณ์เวลา.....น

ผู้สัมภาษณ์ นายวิทยา พูลสวัสดิ์

**ประเด็นคำถาม**

1. นักศึกษาคิดว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีกี่แบบ ประกอบด้วยอะไรบ้าง
2. ลองยกตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบว่าเป็นอย่างไร
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบมีจุดแข็ง / จุดอ่อนอย่างไร
4. ทำไมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงต้องแยกออกเป็นแต่ละแบบ
5. เมื่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแบบไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน) แล้วการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร
6. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร
7. โดยส่วนตัวนักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหามากกว่ากัน เพราะเหตุใด
8. ลองยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาจะใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมาในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา ว่าจะใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบอย่างไร

## ภาคผนวก ค แบบประเมินสำหรับผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

2. แบบประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

3. แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์

**1. แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

**แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม**

**<u>คำชี้แจง</u>**

1. แบบประเมินฉบับนี้เป็นแบบประเมินรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งประกอบด้วยรายการต่อไปนี้

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนฯ

1.2 ทฤษฎีและแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนฯ

1.3 การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ

1.4 องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ

1.4.1 หลักการ

1.4.2 วัตถุประสงค์

1.4.3 เนื้อหา

1.4.4 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4.5 สื่อและแหล่งเรียนรู้

1.4.6 การวัดและประเมินผล

2. ขอให้ท่านพิจารณาเกี่ยวกับความเหมาะสมของแต่ละรายการ ซึ่งเป็นส่วนประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในตารางประเมินรูปแบบการเรียนการสอนฯ ในช่อง “ ระดับความเหมาะสม” ที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน โดยกำหนดระดับความเหมาะสม ดังนี้

5 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับมากที่สุด

4 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับมาก

3 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับปานกลาง

2 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับน้อย

1 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับน้อยที่สุด

หลังจากพิจารณารายการประเมินเสร็จแล้ว ขอความอนุเคราะห์ท่านให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยเขียนลงในส่วนของความคิดเห็น และข้อเสนอแนะอื่น ๆ ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยในการปรับปรุงแก้ไขรูปแบบฯ ให้มีคุณภาพที่สูงขึ้น

ขอขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงที่ให้ความอนุเคราะห์ในการพิจารณาในครั้งนี้

นายวิทยา พูลสวัสดิ์
ผู้วิจัย

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| **1. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนฯ** | | | | | | |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนฯ มีความชัดเจน | | | | | | |
| 1.2 การลำดับความเป็นมาของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนฯ มีความชัดเจนเข้าใจง่าย | | | | | | |
| 1.3 ความเหมาะสมของเหตุผลในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนฯ | | | | | | |
| **2. ทฤษฎีและแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนฯ** | | | | | | |
| 2.1 ความเหมาะสมของการนำแนวคิดมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนฯ | | | | | | |
| 2.2 ความชัดเจนในการเชื่อมโยงทฤษฎีและแนวคิด | | | | | | |
| 2.3 ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอแนวคิดมีความชัดเจนเข้าใจง่าย | | | | | | |
| **3. การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ** | | | | | | |
| 3.1 การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบครอบคลุมตามหลักการการสร้างรูปแบบ | | | | | | |
| 3.2 องค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์สอดคล้องกัน | | | | | | |
| 3.3 การลำดับองค์ประกอบของรูปแบบมีความเหมาะสม | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ**<br>.....<br>..... | | | | | | |
| **4.องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ** | | | | | | |
| **4.1 หลักการ** | | | | | | |
| 4.1.1 มีความสอดคล้องกับทฤษฎีแนวคิดซึ่งแสดงถึงจุดเน้นของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | | | | | | |
| 4.1.2 สามารถแสดงจุดเน้นของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | | | | | | |

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| 4.1.3 หลักการของรูปแบบเป็นกรอบในองค์ประกอบอื่น ๆ ในรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | | | | | | |
| 4.1.4 ใช้ภาษาเรียบเรียงลำดับถ้อยคำมีความต่อเนื่องเข้าใจง่าย | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (หลักการ)**<br>.....<br>..... | | | | | | |
| **4.2 วัตถุประสงค์** | | | | | | |
| 4.2.1 วัตถุประสงค์มีความสอดคล้องกับหลักการของรูปแบบ | | | | | | |
| 4.2.2 วัตถุประสงค์มีความชัดเจน สามารถแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน | | | | | | |
| 4.2.3 วัตถุประสงค์มีความเป็นไปได้ในการปฏิบัติจริง | | | | | | |
| 4.2.4 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงถ้อยคำมีความเหมาะสมและเข้าใจง่าย | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (วัตถุประสงค์)**<br>.....<br>..... | | | | | | |
| **4.3 เนื้อหา** | | | | | | |
| 4.3.1 เนื้อหามีความสอดคล้องกับหลักสูตรและนำไปสู่วัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ | | | | | | |
| 4.3.2 เนื้อหามีความเหมาะสมและเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน | | | | | | |
| 4.3.3 ลำดับเนื้อหามีความต่อเนื่อง | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (เนื้อหา)**<br>.....<br>..... | | | | | | |

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| **4.4 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้** | | | | | | |
| 4.4.1 ความชัดเจนของกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ในรูปแบบ | | | | | | |
| 4.4.2 ความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนรู้กับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ | | | | | | |
| 4.4.3 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนสามารถนำไปใช้ได้จริง | | | | | | |
| 4.4.4 กิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมกับผู้เรียน | | | | | | |
| 4.4.5 ความสอดคล้องของแต่ละขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบฯ ที่ใช้แนวคิดเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู 6 ขั้นตอน (EISDGA) | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem: E) | | | | | | |
| ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) | | | | | | |
| ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results: S) | | | | | | |
| ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate: D) | | | | | | |
| ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) | | | | | | |
| ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life: A) | | | | | | |

**ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้)**

.....

.....

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| **4.5 สื่อและแหล่งเรียนรู้** | | | | | | |
| 4.5.1 มีการกำหนดรายการสื่อ/แหล่งเรียนรู้ชัดเจน นำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก | | | | | | |
| 4.5.2 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อ/แหล่งเรียนรู้ไว้ให้อย่างเหมาะสม สะดวกต่อการนำไปใช้ | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (สื่อและแหล่งเรียนรู้)**<br>.....<br>..... | | | | | | |
| **4.6 การวัดและประเมินผล** | | | | | | |
| 4.6.1 ความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน | | | | | | |
| 4.6.2 ความเหมาะสมกับหลักเกณฑ์และแนวทางการประเมิน | | | | | | |
| 4.6.3 ความชัดเจนและสามารถนำไปสู่การปฏิบัติได้ | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (การวัดและประเมินผล)**<br>.....<br>..... | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ (ภาพรวมของรูปแบบ)**<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... | | | | | | |

ลงชื่อ

(.....)

ผู้ประเมิน

**2. แบบประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

**แบบประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม**

**<u>คำชี้แจง</u>**

1. แบบประเมินฉบับนี้เป็นแบบประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญ ได้พิจารณาความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน โดยแบบประเมินแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ประเมินความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบ เป็นการพิจารณาส่วนประกอบต่าง ๆ ของคำแนะนำการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนว่ามีความเหมาะสมเพียงใด

ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนเป็นการพิจารณาองค์ประกอบต่างๆ ของแผนการจัดการเรียนการสอนว่ามีความเหมาะสมเพียงใด

2. ขอให้ท่านพิจารณาเกี่ยวกับความเหมาะสมของแต่ละรายการ ซึ่งเป็นส่วนประกอบคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในตารางประเมินคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนในช่อง “ ระดับความเหมาะสม” ที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน โดยกำหนดระดับความเหมาะสม ดังนี้

5 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับมากที่สุด

4 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับมาก

3 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับปานกลาง

2 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับน้อย

1 หมายถึง รายการประเมินนั้นมีความเหมาะสมอยู่ใน ระดับน้อยที่สุด

หลังจากพิจารณารายการประเมินเสร็จแล้ว ขอความอนุเคราะห์ท่านให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยเขียนลงในส่วนของความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยในการปรับปรุงแก้ไขคู่มือการใช้รูปแบบฯ ให้มีคุณภาพที่สูงขึ้น

ขอขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงที่ให้ความอนุเคราะห์ในการพิจารณาในครั้งนี้

นายวิทยา พูลสวัสดิ์

ผู้วิจัย

**ตอนที่ 1** ประเมินความเหมาะสมของคำแนะนำในการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน

| **รายการประเมิน** | **ระดับความเหมาะสม** | | | | | **ข้อเสนอแนะ** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| 1. รายละเอียดของคำแนะนำการใช้รูปแบบมีความชัดเจน เข้าใจง่าย สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง | | | | | | |
| 2. รายละเอียดของคำแนะนำการใช้รูปแบบบอกเกี่ยวกับการเตรียมความพร้อมในด้านต่าง ๆ ไว้ชัดเจน | | | | | | |
| 3. แนวทางการจัดกิจกรรม บทบาทครูผู้สอน บทบาทผู้เรียนมีความชัดเจน | | | | | | |
| 4. การสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องจัดเตรียมสำหรับการวัดและประเมินผลมีความชัดเจน ง่ายต่อการเตรียม | | | | | | |
| 5. กำหนดการของรูปแบบฯ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความชัดเจน | | | | | | |
| 6. ภาพรวมของแนวทางการวัดและประเมินผล มีความชัดเจน | | | | | | |

**ข้อเสนอแนะอื่น ๆ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ตอนที่ 2** ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอน

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| **1. การกำหนดองค์ประกอบภาพรวมของแผนการจัดการเรียนการสอน** | | | | | | |
| 1.1 การกำหนดองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอนครบถ้วน ครอบคลุมความต้องการจำเป็น | | | | | | |
| 1.2 การเรียงลำดับองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอน มีความเหมาะสม ช่วยให้เข้าใจง่าย | | | | | | |
| 1.3 องค์ประกอบภายในแผนการจัดการเรียนการสอนมีความสัมพันธ์สอดคล้องกัน | | | | | | |
| 1.4 ชื่อของแผนการจัดการเรียนการสอน มีความเหมาะสม | | | | | | |
| 1.5 การเรียบเรียงการใช้ภาษาในแผนการจัดการเรียนการสอน มีความเหมาะสม เข้าใจง่าย | | | | | | |
| **ข้อเสนอแนะอื่น ๆ**<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... | | | | | | |
| **2. องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอน (แต่ละองค์ประกอบ)** | | | | | | |
| **2.1 สาระสำคัญ** มีแนวคิดสำคัญเหมาะสม สอดคล้องและครอบคลุมจุดประสงค์ | | | | | | |

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| **2.2 จุดประสงค์** | | | | | | |
| 2.2.1 จุดประสงค์ในแผนการจัดการเรียนการสอนมีความสอดคล้องสัมพันธ์กับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน | | | | | | |
| 2.2.2 จุดประสงค์มีความชัดเจนสามารถแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดกับผู้เรียน | | | | | | |
| 2.2.3 จุดประสงค์มีความเป็นไปได้ในการปฏิบัติจริง | | | | | | |
| **2.3 เนื้อหา** | | | | | | |
| 2.3.1 เนื้อหาสอดคล้องกับจุดประสงค์และสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง | | | | | | |
| 2.3.2 เนื้อหามีความเหมาะสมกับผู้เรียน | | | | | | |
| **2.4 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้** | | | | | | |
| 2.4.1 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมเป็นลำดับและมีความต่อเนื่อง | | | | | | |
| 2.4.2 การกำหนดการดำเนินกิจกรรมแต่ละขั้นตอนมีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้ | | | | | | |
| 2.4.3 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ EISDGA 6 ขั้นตอน อย่างเป็นระบบ | | | | | | |
| 2.4.4 การดำเนินกิจกรรมแต่ละขั้นตอน ครอบคลุมสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ | | | | | | |
| 2.4.5 เวลาที่กำหนดสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม | | | | | | |
| **2.5 สื่อ/แหล่งเรียนรู้** | | | | | | |
| 2.5.1 มีการกำหนดรายการสื่อ/แหล่งเรียนรู้ชัดเจน นำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก | | | | | | |
| 2.5.2 มีการเรียงลำดับรายการใช้สื่ออย่างเหมาะสม | | | | | | |
| 2.5.3 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อ/แหล่งเรียนรู้ไว้ให้อย่างเหมาะสม สะดวกต่อการนำไปใช้ | | | | | | |

| รายการประเมิน | ระดับความเหมาะสม | | | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| **2.6 การวัดและประเมินผล** | | | | | | |
| 2.6.1 การวัดและประเมินผลมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน | | | | | | |
| 2.6.2 การวัดและประเมินผลมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์ของแผนการจัดการเรียนการสอน | | | | | | |
| 2.6.3 วิธีการวัดผลเหมาะสมกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | | | | | | |
| 2.6.4 มีการเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลไว้อย่างชัดเจน สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ | | | | | | |

**ข้อเสนอแนะอื่น ๆ**

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ผู้ประเมิน

**3. แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

**แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

**คำชี้แจง**

แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการวิจัยการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยทำการวิเคราะห์ภายใต้เนื้อหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่อง เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถในการคิดและความสามารถในการอธิบาย โดยใช้หลักการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ภายใต้หลักตรรกศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้อง โดยวัดความสามารถที่ผู้เรียนแสดงออกในการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ คือ 1) ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล 3) การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปและความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ คือ 1) การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ 3) การสรุปผลกรณีเฉพาะ อย่างสมเหตุ สมผล และสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องผ่านการเขียนอธิบายหรือแสดงการหาคำตอบ โดยสามารถหาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปได้ตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์ แบ่งแบบทดสอบออกเป็น 2 ฉบับ ได้แก่ ข้อสอบฉบับที่ 1 หน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 8 ข้อ และข้อสอบฉบับที่ 2 หน่วยที่ 2–3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 8 ข้อ รวมทั้งสิ้น 16 ข้อ โดยทุกข้อจะมีคำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบ และแสดงตารางวิเคราะห์การออกแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ ดังนี้

**ตารางวิเคราะห์การออกแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

**ข้อสอบฉบับที่ 1 เรื่อง เซต จำนวน 8 ข้อ**

| เนื้อหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกแบบทดสอบ | ข้อสอบข้อที่ | รูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | | รวม | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | การให้เหตุผลแบบอุปนัย | การให้เหตุผลแบบนิรนัย | | |
| 1. เซตย่อย (Subset) | 1 | ✓ | ✓ | 1 | 12.50 |
| 2. การดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) | 2,3,4 | ✓ | ✓ | 3 | 37.50 |
| 3. เซตกำลัง (Power Set) | 5,6 | ✓ | ✓ | 2 | 25.00 |
| 4. การดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operation on Families of Sets) | 7,8 | ✓ | ✓ | 2 | 25.00 |
| **รวม** | | | | **8** | **100.00** |

**ข้อสอบฉบับที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 8 ข้อ**

| เนื้อหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกแบบทดสอบ | ข้อสอบข้อที่ | รูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | | รวม | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | การให้เหตุผลแบบอุปนัย | การให้เหตุผลแบบนิรนัย | | |
| 1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Order Pair and Cartesian Products) | 1,2 | ✓ | ✓ | 2 | 25.00 |
| 2. ความสัมพันธ์ (Relations) | 3 | ✓ | ✓ | 1 | 12.50 |
| 3. ตัวผกผัน(Inverse) ของความสัมพันธ์ | 4 | ✓ | ✓ | 1 | 12.50 |
| 4. แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function) | 5 | ✓ | ✓ | 1 | 12.50 |
| 5. แนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชันผกผัน (Inverse Function) | 6 | ✓ | ✓ | 1 | 12.50 |
| 6. ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function) | 7,8 | ✓ | ✓ | 2 | 25.00 |
| **รวม** | | | | **8** | **100.00** |

**แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์**

**<u>คำชี้แจง</u>** ให้ท่านพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับจุดประสงค์ โดยการพิจารณาให้น้ำหนักดังนี้

-1 คือแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

0 คือไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์

+1 คือแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์

**แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1**

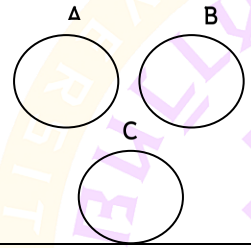
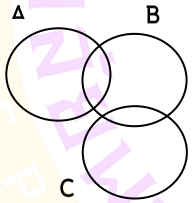
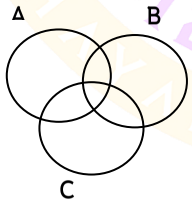
**หน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 8 ข้อ**

**คำสั่ง** จงเขียนอธิบายหรือเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบและให้เหตุผลประกอบในการอธิบายที่เหมาะสม

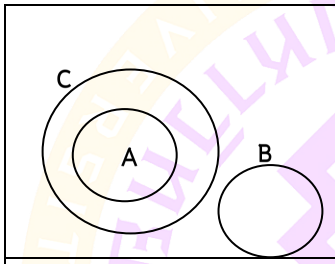
| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 1 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของเซตย่อย (subset) ได้ | พิจารณาข้อความ “ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$” จงแสดงการให้เหตุผล<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่าง เพื่อสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>กำหนดให้ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ เป็นจริง ต้องการแสดงให้ได้ว่า $A \not\subset C$ เป็นจริงหรือไม่ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. $A=\{1\}\subset B=\{2,3\}$ และ $B=\{2,3\}\subset C=\{4,5\}$ ดังนั้น $A=\{1\}\subset C=\{4,5\}$<br>2. $A=\{1,2\}\subset B=\{2,4\}$ และ $B=\{2,4\}\subset C=\{4,6\}$ ดังนั้น $A=\{1,2\}\subset C=\{4,6\}$<br>3. $A=\{1,2\}\subset B=\{3,4\}$ และ $B=\{3,4\}\subset C=\{1,2,4\}$ ดังนั้น $A=\{1,2\}\subset C=\{1,2,4\}$<br>4. $A=\{1,2,3,...\}\subset B=\{-1,-2,-3,...\}$ และ $B=\{-1,-2,-3,...\}\subset C=\{0,1,2,...\}$ ดังนั้น $A=\{1,2,3,...\}\subset C=\{0,1,2,...\}$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset C$ จะพบว่าข้อมูลที่ได้มาคือ $A\subset C$ หรือ $A\subset C$ และเมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset C$ จะพบว่าข้อมูลที่ได้มาคือ $A\subset C$ หรือ $A\subset C$<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>กฎเกณฑ์ทั่วไปที่พบคือ “ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset C$ แล้ว $A\subset C$ ” ไม่เป็นจริงทุกกรณี เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่า ถ้า $A\subset B$ และ $B\subset C$ แล้ว $A\subset C$ ไม่เป็นจริง<br><u>หรือ</u><br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>กำหนดให้ $A\subset B$ และ $B\subset C$ เป็นจริง ต้องการแสดงให้ได้ว่า $A\subset C$ เป็นจริงหรือไม่ | | | | |

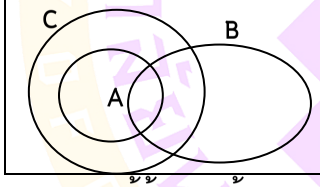
| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2. สร้างชุดข้อมูลใหม่** (ใช้แผนภาพแทนเซต) | | | | |

| | |
|---|---|
|  | 1. จากแผนภาพ $A \subset B$ และ $B \subset C$<br>ดังนั้น $A \subset C$ |
|  | 2. จากแผนภาพ $A \subset B$ และ $B \subset C$<br>ดังนั้น $A \subset C$ |
|  | 3. จากแผนภาพ $A \subset B$ และ $B \subset C$<br>ดังนั้น $A \subset C$ |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |




4. จากแผนภาพ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ ดังนั้น $A \subset C$




5. จากแผนภาพ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ ดังนั้น $A \subset C$

**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**

ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ จะพบว่า ข้อมูลที่ได้มา คือ $A \not\subset C$ หรือ $A \subset C$ และเมื่อตรวจสอบด้วยแผนภาพแทนเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ จะพบว่าข้อมูลที่ได้มาคือ $A \not\subset C$ หรือ $A \subset C$

**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**

กฎเกณฑ์ทั่วไปที่พบคือ “ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$” ไม่เป็นจริงทุกกรณี

เพราะฉะนั้น

จึงสรุปได้ว่า ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$ ไม่เป็นจริง

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>กำหนดให้ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ เป็นจริง ต้องการแสดงให้ได้ว่า $A \not\subset C$ เป็นจริงหรือไม่<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br>จากข้อความ “ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$” อ้างอิงจากการพิสูจน์แย้งโดยยกตัวอย่างค้าน (Disproof by Counter Example)<br><u>การพิสูจน์</u><br>การแสดงข้อความที่ต้องการพิสูจน์ว่าเป็นเท็จโดยยกตัวอย่างที่ไม่เป็นจริงตามเงื่อนไขอย่างน้อย 1 กรณี<br>ดังนั้น เมื่อ $A=\{1,2\}, B=\{3,4\}$ และ $C=\{1,2,5,6\}$<br>จากข้อความ จะเห็นได้ว่า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \subset C$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จากการพิสูจน์ข้อความ “ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$” จึงเป็นเท็จ (ไม่เป็นจริง) | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 2 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) ได้ | กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ และเซต $A\cap B'$ กับเซต $A-(A\cap B)$ จงพิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ และเซต $A\cap B'$ กับเซต $A-(A\cap B)$<br>-พิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>พิจารณาเซต $A-(A\cap B)$ โดยกำหนดให้ $x\in A-(A\cap B)$<br>ข้อความ — อ้างอิง<br>$x\in A-(A\cap B)\leftrightarrow x\in A\wedge x\notin(A\cap B)$ — นิยาม Different Sets<br>$\leftrightarrow x\in A\wedge x\in(A\cap B)'$ — นิยาม Complement Sets<br>$\leftrightarrow x\in A\wedge x\in(A'\cup B')$ — $(A\cap B)'=A'\cup B'$<br>$\leftrightarrow x\in A\wedge(x\in A'\vee x\in B')$ — นิยาม Union Sets<br>$\leftrightarrow(x\in A\wedge x\in A')\vee(x\in A\wedge x\in B')$ — สมบัติการแจกแจง | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | $\leftrightarrow x \in (A \cap A') \vee x \in (A \cap B')$ นิยาม Complement Sets<br>$\leftrightarrow x \in ((A \cap A') \cup (A \cap B'))$ นิยาม Union Sets<br>$\leftrightarrow x \in (\phi \cup (A \cap B'))$ $A \cap A' = \phi$<br>$\leftrightarrow x \in (A \cap B')$ $A \cup \phi = \phi \cup A = A$<br>จากการแสดงข้างต้น พบว่า $x \in A - (A \cap B) \leftrightarrow x \in (A \cap B')$ จากนิยามของกาเท่ากันของเซต จะได้ว่า $A - (A \cap B) = A \cap B'$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $A \cap B' = A - (A \cap B)$<br>.....<br>1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่าง หรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ และเซต $A \cap B'$ กับเซต $A - (A \cap B)$<br>-พิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. $U=\{1,2,3,4,5\}, A=\{1\}$ และ $B=\{2,3\}$<br>ดังนั้น $B'=\{1,4,5\}$<br>พิจารณา 1. $A\cap B'=\{1\}$<br>2. $A-(A\cap B)=\{1\}-\phi=\{1\}$ | | | | |
| | | 2. $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}, A=\{a,b,g,h\}$ และ $B=\{b,c,d,g\}$<br>ดังนั้น $B'=\{a,e,f,h\}$<br>พิจารณา 1. $A\cap B'=\{a,h\}$<br>2. $A-(A\cap B)=\{a,b,g,h\}-\{b,g\}=\{a,h\}$<br>3. $U=\{1,2,3,...,10\}, A=\{1,2,3,4,5,6\}$ และ $B=\{4,5,6,7,8,9\}$<br>ดังนั้น $B'=\{1,2,3,10\}$<br>พิจารณา 1. $A\cap B'=\{1,2,3\}$<br>2. $A-(A\cap B)=\{1,2,3,4,5,6\}-\{4,5,6\}=\{1,2,3\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 4. $U=R, A=(-3,4]$ และ $B=[0,10)$<br>ดังนั้น $B'=(-\infty,0)\cup[10,\infty)$<br><br>พิจารณา 1. $A\cap B'=(-3,0)$<br>2. $A-(A\cap B)=(-3,4]-[0,10)=(3,0)$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เซต $A\cap B'$ กับเซต $A-(A\cap B)$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า ทั้งสองมีความสัมพันธ์เท่ากัน<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>กฎเกณฑ์ทั่วไปที่พบคือ เมื่อ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $A\cap B'=A-(A\cap B)$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 3 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) ได้ | กำหนดให้ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อเซต $(A \cup B) \cap C$ และ เซต $A \cup (B \cap C)$ จงพิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อเซต $(A \cup B) \cap C$ และ เซต $A \cup (B \cap C)$<br>-พิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. $A = \{1,2,3\}, B = \{2,3,4\}$ และ $C = \{3,4,5\}$<br>พิจารณา 1. $(A \cup B) \cap C = \{1,2,3,4\} \cap \{3,4,5\} = \{3,4\}$<br>2. $A \cup (B \cap C) = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{3\}$<br>2. $A = \{-1,-2,-3,...,-10\}, B = \{-8,-9,-10\}$ และ $C = \{-1,-3,-5,-7,-9,-10\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | พิจารณา<br>1. $(A\cup B)\cap C=\{-1,-2,-3,...-10\}\cap\{-1,-5,-7,-9,-10\}=\{-1,-5,-7,-9,-10\}$<br>2. $A\cup(B\cap C)=\{-1,-2,-3,...,-10\}\cup\{-9,-10\}=\{-1,-2,-3,...,-10\}$<br>3. $A=(-5,5], B=[-2,7]$ และ $C=[-4,6)$<br>พิจารณา 1. $(A\cup B)\cap C=(-5,7]\cap[-4,6)=[-4,6)$<br>2. $A\cup(B\cap C)=(-5,5]\cup[-2,6)=(-5,6)$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เซต $(A\cup B)\cap C$ และ เซต $A\cup(B\cap C)$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า ทั้งสองมีความสัมพันธ์ไม่เท่ากัน<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>กฎเกณฑ์ทั่วไปที่พบคือ $A,B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $(A\cup B)\cap C\neq A\cup(B\cap C)$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อเซต $(A \cup B) \cap C$ และ เซต $A \cup (B \cap C)$<br>-พิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br>การพิสูจน์แย้งโดยยกตัวอย่างค้าน (Disproof by Counter Example)<br><u>การพิสูจน์</u><br>การแสดงข้อความที่ต้องการพิสูจน์ว่าเป็นเท็จโดยยกตัวอย่างที่ไม่เป็นจริงตามเงื่อนไขอย่างน้อย 1 กรณี<br>พิจารณากรณีที่ $A = \{1,2,3\}, B = \{3,4,5\}$ และ $C = \{5,6,7\}$<br>จะได้เซต $(A \cup B) \cap C = \{5\}$ และ เซต $A \cup (B \cap C) = \{1,2,3,5\}$ ในกรณีนี้ พบว่าเซตทั้งสองไม่เท่ากัน<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $(A \cup B) \cap C \neq A \cup (B \cap C)$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 4 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนเซต (Operations on Sets) ได้ | กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อพิจารณาเซต $(A-B)'$ จะสามารถเขียนแทนด้วยเซตดังกล่าวในลักษณะอื่น ๆ ได้อีกหรือไม่<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $(A-B)'$<br>-เขียนเซตที่เท่ากับ $(A-B)'$ ในลักษณะอื่น ๆ<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>กำหนดให้ $x \in (A-B)'$<br>ข้อความ — อ้างอิง<br>$x \in (A-B)' \leftrightarrow x \notin (A-B)$ — นิยาม Complement Sets<br>$\leftrightarrow x \notin A \vee x \in B$ — นิยาม Different Sets และนิเสธของข้อความ<br>$\leftrightarrow x \in A' \vee x \in B$ — นิยาม Complement Sets<br>$\leftrightarrow x \in (A' \cup B)$ — นิยาม Union Sets | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A,B$ เป็นเซตใด ๆ $(A-B)' = A' \cup B$<br>.....<br>1.2 จงแสดงการให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่าง อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น ในการเขียนเซต $(A-B)'$ ในลักษณะอื่น ๆ เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าเซตที่สร้างขึ้นมานั้น เท่ากับ $(A-B)'$ จริง<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $(A-B)'$<br>-เขียนเซตที่เท่ากับ $(A-B)'$ ในลักษณะอื่น ๆ<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. $U=\{1,2,3,4,5\}, A=\{1,2\}$ และ $B=\{2,3\}$<br>พิจารณา $(A-B)' = \{2,3,4,5\}$<br>จะต้องสร้างเซตที่เท่ากับ $\{2,3,4,5\}$ พิจารณา $A' = \{3,4,5\}$ เมื่อนำมาดำเนินการยูเนี่ยนกับ $B=\{2,3\}$ จะได้ $A' \cup B = \{2,3,4,5\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}, A=\{a,b,c\}$ และ $B=\{b,c,d,h\}$ พิจารณา $(A-B)'=\{b,c,d,e,f,g,h\}$ พิจารณา $A'=\{d,e,f,g,h\}$ เมื่อนำมาดำเนินการยูเนี่ยนกับ $B=\{b,c,d,h\}$ จะได้ $A'\cup B=\{b,c,d,e,f,g,h\}$<br>3. $U=\{1,2,3,...,15\}, A=\{5,6,7,...,12\}$ และ $B=\{8,9,10,..,15\}$ พิจารณา $(A-B)'=\{1,2,3,4,8,9,10,11,12,13,14,15\}$ พิจารณา $A'=\{1,2,3,4,13,14,15\}$ เมื่อนำมาดำเนินการยูเนี่ยนกับ $B=\{8,9,10,..,15\}$ จะได้ $A'\cup B=\{1,2,3,4,8,9,10,11,12,13,14,15\}$<br>4. $U=[-8,10], A=(-4,5)$ และ $B=(-2,9]$ พิจารณา $(A-B)'=(-\infty,-4]\cup(-2,\infty)$ พิจารณา $A'=(-\infty,-4]\cup[5,\infty)$ เมื่อนำมาดำเนินการยูเนี่ยนกับ $B=(-2,9]$ จะได้ $A'\cup B=(-\infty,-4]\cup(-2,\infty)$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า การเขียนเซตที่เท่ากับ เซต $(A-B)'$ คือ เซต $A'\cup B$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า ทั้งสองเซตจะเท่ากันเสมอ<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>กฎเกณฑ์ทั่วไปที่พบคือ เมื่อ $A,B$ เป็นเซตใด ๆ $(A-B)'=A'\cup B$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 5 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของเซตกำลัง (Power set) ได้ | กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาว่า $P(A\cap B)$ กับ $P(A)\cap P(B)$ จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่าง หรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ และเซต $P(A\cap B)$ กับเซต $P(A)\cap P(B)$<br>-พิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. $A=\{1\}$ และ $B=\{2,3\}$<br>พิจารณา 1. $A\cap B=\phi$ ดังนั้น $P(A\cap B)=\{\phi\}$<br>2. $P(A)=\{\phi,\{1\}\}, P(B)=\{\phi,\{2\},\{3\},\{2,3\}\}$ ดังนั้น $P(A)\cap P(B)=\{\phi\}$<br>2. $A=\{1,2\}$ และ $B=\{2,3\}$<br>พิจารณา 1. $A\cap B=\{2\}$ ดังนั้น $P(A\cap B)=\{\phi,\{2\}\}$<br>2. $P(A)=\{\phi,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}, P(B)=\{\phi,\{2\},\{3\},\{2,3\}\}$ ดังนั้น<br>$P(A)\cap P(B)=\{\phi,\{2\}\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 3. $A=\{1,2,3\}$ และ $B=\{2,3,4\}$<br>พิจารณา 1. $A\cap B=\{2,3\}$ ดังนั้น $P(A\cap B)=\{\phi,\{2\},\{3\},\{2,3\}\}$<br>$P(A)=\{\phi,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$<br>2. $P(B)=\{\phi,\{2\},\{3\},\{4\},\{2,3\},\{2,4\},\{3,4\},\{2,3,4\}\}$<br>ดังนั้น $P(A)\cap P(B)=\{\phi,\{2\},\{3\},\{2,3\}\}$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เซต $P(A\cap B)$ กับเซต $P(A)\cap P(B)$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า ทั้งสองมีความสัมพันธ์เท่ากัน<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>กฎเกณฑ์ทั่วไปที่พบคือ $A,B$ เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$ | | | | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A,B$ เป็นเซตใด ๆ และเซต $P(A\cap B)$ กับเซต $P(A)\cap P(B)$<br>-พิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br>การแสดง<br>พิจารณาเซต $P(A\cap B)$ โดยกำหนดให้ $X$ เป็นเซตใด ๆ และ $X\in P(A\cap B)$<br>ข้อความ — อ้างอิง<br>$X\in P(A\cap B)\leftrightarrow X\subset(A\cap B)$ — นิยามการเป็นสมาชิกของเซตกำลัง<br>$\leftrightarrow X\subset A\wedge X\subset B$ — นิยามการเป็นเซตย่อยและนิยาม Intersection Sets<br>$\leftrightarrow X\in P(A)\wedge X\in P(B)$ — นิยามการเป็นสมาชิกของเซตกำลัง<br>$\leftrightarrow X\in(P(A)\cap P(B))$ — นิยาม Intersection Sets<br>จากการแสดงข้างต้น พบว่า $X\in P(A\cap B)\leftrightarrow X\in(P(A)\cap P(B))$ จากนิยามของการเท่ากันของเซต จะได้ว่า $P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A,B$ เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 6 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของเซตกำลัง (Power set) ได้ | กำหนดให้ $A$ เป็นเซตใด ๆ จงหาจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ จะมีสมาชิกจำนวนทั้งหมดกี่ตัว<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A$ เป็นเซตใด ๆ<br>-หาจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ จะมีสมาชิกจำนวนทั้งหมด<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>ให้ A เป็นเซตที่มีสมาชิก n ตัว เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n \geq 0$ หาจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ ซึ่งเป็นเซตย่อยของ A ได้ดังนี้<br><u>กรณีที่ $P(A)$</u> เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก ดังนั้นเซตย่อยดังกล่าวจะมีสมาชิกเท่ากับ $0$ จากกฎการจัดหมู่<br>สร้างเซตย่อยได้ $\binom{n}{0}$ เซตย่อย<br><u>กรณีที่ $P(A)$</u> เป็นเซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ดังนั้นเซตย่อยดังกล่าวจะมีจะมีสมาชิกเท่ากับ $1$ จากกฎการจัดหมู่ สร้างเซตย่อยได้ $\binom{n}{1}$ เซตย่อย | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | กรณีที่ $P(A)$ เป็นเซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ดังนั้นเซตย่อยดังกล่าวจะมีจะมีสมาชิกเท่ากับ $2$ จากกฎการจัด<br>หมู่ สร้างเซตย่อยได้ $\binom{n}{2}$ เซตย่อย<br>$\vdots$<br>กรณีที่ $P(A)$ เป็นเซตที่มีสมาชิก $n$ ตัว ดังนั้นเซตย่อยดังกล่าวจะมีจะมีสมาชิกเท่ากับ $n$ จากกฎ<br>การจัดหมู่ สร้างเซตย่อยได้ $\binom{n}{n}$ เซตย่อย<br>ดังนั้น เซตย่อยของ A ทั้งหมด $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}=2^n$ อ้างอิงจาก<br>ผลบวกของสัมประสิทธิ์ทวินาม<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ A เป็นเซตที่มีสมาชิก n ตัว เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n \geq 0$ แล้ว จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ $2^n$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ อย่างน้อย 3 ตัวอย่าง หรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปที่ได้มาเป็นจริง<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-กำหนดให้ $A$ เป็นเซตใด ๆ<br>-หาจำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ จะมีสมาชิกจำนวนทั้งหมดกี่ตัว<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. $A=\phi$<br>จะได้ $P(A)=\{\phi\}$ ดังนั้น จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ $n(P(A))=1$<br>2. $A=\{1\}$<br>จะได้ $P(A)=\{\phi,\{1\}\}$ ดังนั้น จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ $n(P(A))=2$<br>3. $A=\{1,2\}$<br>จะได้ $P(A)=\{\phi,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$ ดังนั้น จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ $n(P(A))=4$<br>4. $A=\{1,2,3\}$<br>จะได้ $P(A)=\{\phi,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ ดังนั้น จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ $n(P(A))=8$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$<br>- เมื่อ $n(A)=0$ จะได้ $n(P(A))=1=2^0$<br>- เมื่อ $n(A)=1$ จะได้ $n(P(A))=2=2^1$<br>- เมื่อ $n(A)=2$ จะได้ $n(P(A))=4=2^2$<br>- เมื่อ $n(A)=3$ จะได้ $n(P(A))=8=2^3$<br>$\vdots$ $\vdots$<br>- เมื่อ $n(A)=k$ จะได้ $n(P(A))=2^k$ เมื่อ $k$ เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0<br>**- 4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>กำหนดให้ $A$ เป็นเซตใด ๆ จำนวนสมาชิกของเซตกำลังของ $A$ จะมีสมาชิก $n(P(A))=2^{n(A)}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 7 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operation on Families of Sets) ได้ | ให้ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาว่า ถ้า $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$ แล้ว $\bigcup_{t\in T} A_t$ กับเซต $B$ จะมีความสัมพันธ์กันอย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ<br>_ $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$<br>-พิจารณาว่าเซต $\bigcup_{t\in T} A_t$ กับเซต $B$ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. จาก $\{A_t\}_{t\in T}$ และ $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$<br>สร้าง $\{A_1, A_2\}_{t\in T}$ และ $T=\{1,2\}$ โดยที่ $A_1=\{1,2\}, A_2=\{2,3\}$ และ $B=\{1,2,3\}$ ดังนั้น $\bigcup_{t\in T} A_t = A_1 \cup A_2 = \{1,2,3\}$ จะได้ $\bigcup_{t\in T} A_t = B$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. จาก $\{A_t\}_{t\in T}$ และ $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$<br>สร้าง $\{A_1, A_2, A_3\}_{t\in T}$ และ $T = \{1,2,3\}$ โดยที่<br>$A_1 = \{a,b,c\}, A_2 = \{d,e,f,g\}, A_3 = \{f,g,h\}$ และ $B = \{a,b,c,...,z\}$ ดังนั้น<br>$\bigcup_{t\in T} A_t = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ จะได้ $\bigcup_{t\in T} A_t \subset B$<br>3. จาก $\{A_t\}_{t\in T}$ และ $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$<br>สร้าง $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}_{t\in T}$ และ $T = \{1,2,3,4\}$ โดยที่<br>$A_1 = \{-5,-8,-10\}, A_2 = \{-6,-7,-8,-9\},$<br>$A_3 = \{5,6,7,8\}, A_4 = \{7,8,9,10\}$ และ $B = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$ ดังนั้น<br>$\bigcup_{t\in T} A_t = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = \{\pm 5,\pm 6,\pm 7,\pm 8,\pm 9,\pm 10\}$ จะได้ $\bigcup_{t\in T} A_t \subset B$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ ถ้า $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$ แล้ว $\bigcup_{t\in T} A_t$ กับเซต $B$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า $\bigcup_{t\in T} A_t \subset B$<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>เมื่อ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ ถ้า $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$ แล้ว $\bigcup_{t\in T} A_t \subset B$<br>1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด<br>ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ<br>_ $A_t \subset B$ ; $\forall t \in T$<br>-พิจารณาว่าเซต $\bigcup_{t\in T} A_t$ กับเซต $B$ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br>การแสดง<br>$\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใด ๆ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ<br>กำหนดให้ $x\in A_t$ , $\exists t\in T$ และจาก $A_t\subset B$ ; $\forall t\in T$ จะได้ $x\in B$ ดังนั้นจากนิยามการเป็นเซตย่อยจะได้ $\bigcup_{t\in T} A_t\subset B$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ และ $B$ เป็นเซตใดๆ ถ้า $A_t\subset B$ ; $\forall t\in T$ แล้ว $\bigcup_{t\in T} A_t\subset B$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 8 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของการดำเนินการบนวงศ์ของเซต (Operation on Families of Sets) ได้ | ให้ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ จงพิจารณาว่า สามารถหาเซต $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)'$ จากการดำเนินการด้วยวิธีการ(การดำเนินการ)อื่นได้หรือไม่<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ<br>- หาเซต $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)'$ จากการดำเนินการด้วยวิธีการ(การดำเนินการ)อื่นได้หรือไม่<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>$\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใด ๆ ให้ $x\in\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)'$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |

| ข้อความ | อ้างอิง |
|---|---|
| $x \in \left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' \leftrightarrow x \notin \bigcup_{t\in T} A_t$ | นิยาม Complement Sets |
| $\leftrightarrow x \notin A_t \; ; \forall t \in T$ | จากเหตุข้างต้น |
| $\leftrightarrow x \in A_t' \; ; \forall t \in T$ | นิยาม Complement Sets |
| $\leftrightarrow x \in \bigcap_{t\in T} A_t'$ | นิยาม Intersection of Family of Sets |

จากการแสดงข้างต้น พบว่า $x \in \left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' \leftrightarrow x \in \bigcap_{t\in T} A_t'$ จากนิยามของการเท่ากันของเซต จะได้ว่า $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' = \bigcap_{t\in T} A_t'$

**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใด ๆ เซต $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)'$ สามารถดำเนินการด้วยวิธีการ (การดำเนินการ) $\bigcap_{t\in T} A_t'$ นั่นคือ $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' = \bigcap_{t\in T} A_t'$

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการดำเนินการภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้สามารถหาได้จากการดำเนินการด้วยวิธีการ(การดำเนินการ)อื่น<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $\{A_t\}_{t\in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ<br>- หาเซต $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)'$ จากการดำเนินการด้วยวิธีการ(การดำเนินการ)อื่นได้หรือไม่<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. จาก $\{A_t\}_{t\in T}$ และ $A_t \subset U \;;\; \forall t \in T$<br>สร้าง $\{A_1, A_2\}_{t\in T}$ และ $T=\{1,2\}$ โดยที่ $A_1=\{1,2\}, A_2=\{2,3\}$ และ $U=\{1,2,3\}$ ดังนั้น<br>$\bigcup_{t\in T} A_t = A_1 \cup A_2 = \{1,2,3\}$ จะได้ $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' = \phi$<br>เมื่อพิจารณา $A_1'=\{3\}, A_2'=\{1\}$ เมื่อนำ $A_1' \cap A_2' = \phi$ ดังนั้นการดำเนินการคือ $\bigcap_{t\in T} A_t'$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. จาก $\{A_t\}_{t\in T}$ และ $A_t \subset U$ ; $\forall t \in T$<br>สร้าง $\{A_1, A_2, A_3\}_{t\in T}$ และ $T = \{1,2,3\}$ โดยที่<br>$A_1 = \{a,b,c\}, A_2 = \{c,d,e,f,g\}, A_3 = \{f,g,h,i\}$ และ<br>$U = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j\}$ ดังนั้น $\bigcup_{t\in T} A_t = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$<br>จะได้ $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' = \{j\}$<br>เมื่อพิจารณา $A_1' = \{d,e,f,g,h,i,j\}, A_2' = \{a,b,h,i,j\}, A_3' = \{a,b,c,d,e,j\}$<br>เมื่อนำ $A_1' \cap A_2' \cap A_3' = \{j\}$ ดังนั้นการดำเนินการคือ $\bigcap_{t\in T} A_t'$ | | | | |
| | | 3. จาก $\{A_t\}_{t\in T}$ และ $A_t \subset U$ ; $\forall t \in T$<br>สร้าง $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}_{t\in T}$ และ $T = \{1,2,3,4\}$ โดยที่<br>$A_1 = [-3,2), A_2 = [-1,6], A_3 = [0,8), A_4 = (1,10)$ และ $U = [-5,10]$ ดังนั้น<br>$\bigcup_{t\in T} A_t = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = [-3,10)$ จะได้ $\left(\bigcup_{t\in T} A_t\right)' = [-5,-3) \cup \{10\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | –1 | 0 | +1 | |
| | | เมื่อพิจารณา<br>$A_1' = [-5,-3) \cup [2,10], A_2' = [-5,-1) \cup (6,10], A_3' = [-5,0) \cup [8,10], A_4' = [-5,1] \cup \{10\}$<br>เมื่อนำ $A_1' \cap A_2' \cap A_3' \cap A_4' = [-5,-3) \cup \{10\}$ ดังนั้นการดำเนินการคือ $\bigcap_{t \in T} A_t'$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า $\{A_t\}_{t \in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใดๆ เซต $\left(\bigcup_{t \in T} A_t\right)'$ สามารถดำเนินการด้วยวิธีการ(การดำเนินการ) $\bigcap_{t \in T} A_t'$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า $\left(\bigcup_{t \in T} A_t\right)' = \bigcap_{t \in T} A_t'$<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>เมื่อ $\{A_t\}_{t \in T}$ เป็นวงศ์ของเซตใด ๆ เซต $\left(\bigcup_{t \in T} A_t\right)'$ สามารถดำเนินการด้วยวิธีการ(การดำเนินการ) $\bigcap_{t \in T} A_t'$ นั่นคือ $\left(\bigcup_{t \in T} A_t\right)' = \bigcap_{t \in T} A_t'$ | | | | |

## แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

## หน่วยที่ 2–3 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

**คำสั่ง** จงเขียนอธิบายหรือเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบและให้เหตุผลประกอบในการอธิบายที่เหมาะสม

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 1 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจอธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของคู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Order Pair and Cartesian Products) ได้ | กำหนดให้เซต $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่างจะสามารถอธิบายเซต $A$ และ $B$ ได้ว่าอย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่าง<br>- อธิบายเซต $A$ และ $B$ ได้ว่าอย่างไร<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>จาก $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่าง ดังนั้น<br>$A\times B=\phi$<br>พิจารณา จากนิยามของผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นเซตของคู่อันดับที่กล่าวว่า<br>$A\times B=\{(a,b)\mid a\in A\wedge b\in B\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | ดังนั้น เมื่อ $A\times B=\phi$ จะได้ว่า เซต $A=\phi$ หรือ $B=\phi$<br>ในกลับกัน เมื่อ $A=\phi$ หรือ $B=\phi$ จากนิยามของผลคูณคาร์ทีเซียนเซต จะได้ว่า $A\times B=\phi$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>$A\times B=\phi$ ก็ต่อเมื่อ $A=\phi$ หรือ $B=\phi$<br>1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างการดำเนินการภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนด<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่าง<br>- อธิบายเซต $A$ และ $B$ ได้ว่าอย่างไร<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>จาก $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ เมื่อผลคูณคาร์ทีเซียนของทั้งสองเซตเป็นเซตว่าง จะได้ว่า $A\times B=\phi$<br>1. กำหนดให้ $A=\{1,2\}, B=\{3,4\}$<br>ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times B=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$ ซึ่ง $A\times B\neq\phi$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. กำหนดให้ $A=\{\ \},B=\{3,4\}$<br>ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times B=\{\ \}$ ซึ่ง $A\times B=\phi$<br>3. กำหนดให้ $A=\{1,2\},B=\{\ \}$<br>ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times B=\{\ \}$ ซึ่ง $A\times B=\phi$<br>4. กำหนดให้ $A=\{\ \},B=\{\ \}$<br>ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times B=\{\ \}$ ซึ่ง $A\times B=\phi$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เมื่อ $A\times B=\phi$ อธิบายเซต $A$ และ $B$ ได้ว่า เซต $A=\phi$ หรือ $B=\phi$ หรือ $A$ และ $B$ ต่างเป็นเซตว่าง และเมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า $A\times B=\phi$ ก็ต่อเมื่อ $A=\phi$ หรือ $B=\phi$<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>$A\times B=\phi$ ก็ต่อเมื่อ $A=\phi$ หรือ $B=\phi$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 2 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของคู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน (Order Pair and Cartesian Products) ได้ | พิจารณาผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times(B\cap C)$ และ $(A\times B)\cap(A\times C)$ จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times(B\cap C)$ และ $(A\times B)\cap(A\times C)$<br>-พิจารณาว่าผลคูณคาร์ทีเซียนทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. กำหนดให้ $A=\{1\}, B=\{2,3\}$ และ $C=\{4\}$<br>พิจารณา<br>_ $A\times(B\cap C)=\{1\}\times\{\ \}=\{\ \}$<br>_ $(A\times B)\cap(A\times C)=\{(1,2),(1,3)\}\times\{(2,4),(3,4)\}=\{\ \}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. กำหนดให้ $A=\{1,2\}, B=\{2,3\}$ และ $C=\{3,4\}$<br>พิจารณา<br>- $A\times(B\cap C)=\{2\}\times\{3\}=\{(2,3)\}$<br>$(A\times B)\cap(A\times C)=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3)\}\times\{(2,3),(2,4),(3,3),(3,4)\}$<br>- $=\{(2,3)\}$<br>3. กำหนดให้ $A=\{1,2\}, B=\{2,3,4\}$ และ $C=\{3,4,5\}$<br>พิจารณา<br>- $A\times(B\cap C)=\{1,2\}\times\{3,4\}=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$<br>$(A\times B)\cap(A\times C)=\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4)\}$<br>$\times\{(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5)\}$<br>- $=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times(B\cap C)$ และ $(A\times B)\cap(A\times C)$<br>เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม)<br>จะพบว่า $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>เมื่อ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$<br>1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ผลคูณคาร์ทีเซียน $A\times(B\cap C)$ และ $(A\times B)\cap(A\times C)$<br>-พิจารณาว่าผลคูณคาร์ทีเซียนทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2. วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>เมื่อ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ ให้ $(x,y)\in A\times(B\cap C)$<br>ข้อความ — อ้างอิง<br>$(x,y)\in A\times(B\cap C)\leftrightarrow x\in A\wedge y\in(B\cap C)$ — นิยาม Cartesian Products<br>$\leftrightarrow x\in A\wedge(y\in B\wedge y\in C)$ — นิยาม Intersection Sets<br>$\leftrightarrow(x\in A\wedge x\in A)\wedge(y\in B\wedge y\in C)$ — $p\equiv p\wedge p$<br>$\leftrightarrow(x\in A\wedge y\in B)\wedge(x\in A\wedge y\in C)$ — การจัดกลุ่ม<br>$\leftrightarrow(x,y)\in(A\times B)\wedge(x,y)\in(A\times C)$ — นิยาม Cartesian Products<br>$\leftrightarrow(x,y)\in[(A\times B)\cap(A\times C)]$ — นิยาม Intersection Sets | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | จากการแสดงข้างต้น พบว่า $(x,y)\in A\times(B\cap C)\leftrightarrow(x,y)\in(A\times B)\cap(A\times C)$ จากนิยามของการเท่ากันของเซต จะได้ว่า $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$<br>**3. สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A,B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ<br>$A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$ | | | | |
| 3 | เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุปของความสัมพันธ์ (Relations) ได้ | กำหนดให้ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r\subset A\times B$ ) ถ้า $s\subset r$ จงแสดงว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์หรือไม่<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r\subset A\times B$ )<br>- $s\subset r$<br>-จะต้องแสดงว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์หรือไม่<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>เมื่อ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ<br>$r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r\subset A\times B$ ) และให้ $z\in s$<br>ดังนั้น $z\in r$ จาก $s\subset r$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | จาก $r$ เป็นความสัมพันธ์จากบทนิยามของความสัมพันธ์ที่กล่าวว่า ความสัมพันธ์คือเซตย่อยของผลคูณคาร์ทีเซียน<br>ดังนั้นจะมี $x \in A$ และ $y \in B$ ที่ทำให้ $z=(x,y);\ \exists (x,y) \in A \times B$<br>จาก $z \in s$ ส่งผลให้ $(x,y) \in s$ นั่นคือ $s$ เป็นความสัมพันธ์<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r \subset A \times B$ ) ถ้า $s \subset r$ แล้ว $s$ เป็นความสัมพันธ์<br><br>1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r \subset A \times B$ )<br>- $s \subset r$<br>-จะต้องแสดงว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์หรือไม่ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. กำหนดให้ $A=\{1,2,3,4,5\}, B=\{1,2,3,...,20\}$<br>โดยที่ $r=\{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16)\}$ ( $r \subset A \times B$ )<br>และ $s \subset r$ ให้ $s=\{(1,1),(3,9)\}$ หรือ $s=\{(2,4),(4,16)\}$ หรือ $s=\{(1,1),(2,4),(3,9)\}$ แสดงให้เห็นว่า $s \subset A \times B$ จึงกล่าวได้ว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์<br>2. กำหนดให้ $A=I, B=I$ เมื่อ $I$ เป็นเซตของจำนวนเต็ม<br>โดยที่ $r=\{(-2,-1),(-1,1),(0,3),(1,5),(2,7),(3,9)\}$ ( $r \subset A \times B$ )<br>และ $s \subset r$ ให้ $s=\{(-1,1),(1,5),(3,9)\}$ หรือ $s=\{(-2,-1),(0,3),(2,7)\}$ หรือ $r=\{(0,3),(1,5),(2,7),(3,9)\}$ แสดงให้เห็นว่า $s \subset A \times B$ จึงกล่าวได้ว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 3. กำหนดให้ $A=R, B=R$ เมื่อ $R$ เป็นเซตของจำนวนจริง<br>โดยที่ $r=\{(x,y)\in A\times B \mid y=x^2+1\}$ ( $r\subset A\times B$ )<br>และ $s\subset r$ ให้ $s=\{(x,y)\in A\times B \mid y=x^2+1; -1\le x\le 1\}$ หรือ<br>$s=\{(x,y)\in A\times B \mid y=x^2+1$ เมื่อ $x$ เป็นจำนวนคู่ $\}$ หรือ<br>$s=\{(x,y)\in A\times B \mid y=x^2+1; x\ge 3\}$ แสดงให้เห็นว่า $s\subset A\times B$ จึงกล่าวได้ว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เมื่อ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r\subset A\times B$ ) ถ้า $s\subset r$ เมื่อตรวจสอบด้วยความสัมพันธ์ใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า $s$ เป็นความสัมพันธ์<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>เมื่อ $A$ และ $B$ เป็นเซตใด ๆ $r$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ ( $r\subset A\times B$ ) ถ้า $s\subset r$ แล้ว $s$ เป็นความสัมพันธ์ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 4 | เข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของตัวผกผัน (Inverse) ของความสัมพันธ์ ได้ | กำหนดให้ $r$ และ $s$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ<br>พิจารณาความสัมพันธ์ $(r \cup s)^{-1}$ และ ความสัมพันธ์ $r^{-1} \cup s^{-1}$ จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $r$ และ $s$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ<br>-พิจารณาความสัมพันธ์ $(r \cup s)^{-1}$ และ ความสัมพันธ์ $r^{-1} \cup s^{-1}$ จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>จาก $(r \cup s)^{-1}$ เป็นความสัมพันธ์ ให้ $(x,y) \in (r \cup s)^{-1}$<br>ข้อความ — อ้างอิง<br>$(x,y) \in (r \cup s)^{-1} \leftrightarrow (y,x) \in r \cup s$ — นิยาม Inverse of Relations<br>$\leftrightarrow (y,x) \in r \vee (y,x) \in s$ — นิยาม Union Sets<br>$\leftrightarrow (x,y) \in r^{-1} \vee (x,y) \in s^{-1}$ — นิยาม Inverse of Relations<br>$\leftrightarrow (x,y) \in r^{-1} \cup s^{-1}$ — นิยาม Inverse of Relations | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | จากการแสดงข้างต้น พบว่า $(x,y)\in(r\cup s)^{-1}\leftrightarrow(x,y)\in r^{-1}\cup s^{-1}$ จากนิยามของการเท่ากันของเซต จะได้ว่า $(r\cup s)^{-1}=r^{-1}\cup s^{-1}$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $r$ และ $s$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ $(r\cup s)^{-1}=r^{-1}\cup s^{-1}$<br>.....<br>1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างความสัมพันธ์ภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-ให้ $r$ และ $s$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ<br>-พิจารณาความสัมพันธ์ $(r\cup s)^{-1}$ และ ความสัมพันธ์ $r^{-1}\cup s^{-1}$ จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. กำหนดให้ $r=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3)\}$ และ $s=\{(2,3),(2,4),(3,3),(3,4)\}$ จะได้ $r^{-1}=\{(2,1),(3,1),(2,2),(3,2)\}$ และ $s^{-1}=\{(3,2),(4,2),(3,3),(4,3)\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | พิจารณา<br>$r \cup s = \{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4)\}$<br>$(r \cup s)^{-1} = \{(2,1),(3,1),(2,2),(3,2),(4,2),(3,3),(4,3)\}$<br>และ $r^{-1} \cup s^{-1} = \{(2,1),(3,1),(2,2),(3,2),(4,2),(3,3),(4,3)\}$<br>2. กำหนดให้ $r = \{(1,2),(2,3),(3,4),\ldots,(10,11)\}$ และ<br>$s = \{(1,2),(2,4),(3,6),\ldots,(20,40)\}$ จะได้ $r^{-1} = \{(11,10),(10,9),(9,8),\ldots,(2,1)\}$<br>และ $s^{-1} = \{(40,20),(38,19),(36,18),\ldots,(2,1)\}$<br>พิจารณา<br>$r \cup s = \{(1,2),(2,3),(3,4),\ldots,(10,11),(2,4),(3,6),(4,8),\ldots,,(20,40)\}$<br>$(r \cup s)^{-1} = \{(11,10),(10,9),(9,8),\ldots,(2,1),(40,20),(38,19),(36,18),\ldots,(2,1)\}$<br>และ<br>$r^{-1} \cup s^{-1} = \{(11,10),(10,9),(9,8),\ldots,(2,1),(40,20),(38,19),(36,18),\ldots,(2,1)\}$<br>3. กำหนดให้ $r = \{(1,-1),(2,-2),(3,-3),\ldots\}$ และ $s = \{(0,0),(1,1),(2,4),(3,9),\ldots\}$<br>จะได้ $r^{-1} = \{(-1,1),(-2,2),(-3,3),\ldots\}$ และ $s^{-1} = \{(0,0),(1,1),(4,2),(9,3)\ldots\}$<br>พิจารณา<br>$r \cup s = \{(0,0),(1,-1),(1,1),(2,-2),(2,4),(3,-3),(3,9),(4,-4),(4,16),\ldots\}$<br>$(r \cup s)^{-1} = \{(0,0),(-1,1),(1,1),(-2,2),(4,2),(-3,3),(9,3),(-4,4),(16,4),\ldots\}$<br>และ $r^{-1} \cup s^{-1} = \{(0,0),(-1,1),(1,1),(-2,2),(4,2),(-3,3),(9,3),(-4,4),(16,4),\ldots\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า ความสัมพันธ์ $(r \cup s)^{-1}$ และ ความสัมพันธ์ $r^{-1} \cup s^{-1}$ เมื่อตรวจสอบด้วยเซตใด ๆ ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า $(r \cup s)^{-1} = r^{-1} \cup s^{-1}$<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>เมื่อ $r$ และ $s$ เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ สรุปได้ว่า $(r \cup s)^{-1} = r^{-1} \cup s^{-1}$ | | | | |
| 5 | เข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของแนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชัน (Concept and Definition of Function) ได้ | มีการให้คำนิยามของฟังก์ชันว่า “ $A, B$ เป็นเซตใด ๆ ที่ไม่ว่าง $f$ เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ $f$ เป็นความสัมพันธ์จาก $A$ ไป $B$ และถ้า $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$ ” จงแสดงว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y^2 = x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-คำนิยามของฟังก์ชัน<br>- $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y^2 = x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>กำหนดให้ $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ ดังนั้น $x\geq -1$<br>1. กรณีที่ $x=-1$ จะได้ $y^2=(-1)+1=0$ ดังนั้น $y=0$<br>จากเงื่อนไขของ $r$ นั่นคือ $(-1,0)\in r$<br>2. กรณีที่ $x=0$ จะได้ $y^2=(0)+1=1$ ดังนั้น $y=\pm 1$<br>จากเงื่อนไขของ $r$ นั่นคือ $(0,-1)\in r$ และ $(0,1)\in r$<br>3. กรณีที่ $x=0.5$ จะได้ $y^2=(0.5)+1=1.5$ ดังนั้น $y=\pm\sqrt{1.5}$<br>จากเงื่อนไขของ $r$ นั่นคือ $(0.5,-\sqrt{1.5})\in r$ และ $(0.5,\sqrt{1.5})\in r$<br>4. กรณีที่ $x=1.25$ จะได้ $y^2=(1.25)+1=2.25$ ดังนั้น $y=\pm\sqrt{2.25}$<br>จากเงื่อนไขของ $r$ นั่นคือ $(0.5,-\sqrt{2.25})\in r$ และ $(0.5,\sqrt{2.25})\in r$<br>5. กรณีที่ $x=3$ จะได้ $y^2=(3)+1=4$ ดังนั้น $y=\pm 2$<br>จากเงื่อนไขของ $r$ นั่นคือ $(3,-2)\in r$ และ $(3,2)\in r$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า ความสัมพันธ์ $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ เมื่อตรวจสอบด้วยคู่อันดับใด ๆ ที่เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า จะมีเพียงจำนวนจริง $x=-1$ เท่านั้นที่ทำให้ $(-1,0)\in r$ นอกนั้น เมื่อ $x>-1$ จะทำให้ $(x,y)\in r$ และ $(x,z)\in r$ แล้ว $y\neq z$ เมื่อ $y,z$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ จากเงื่อนไขของ $r$ เมื่อ $x>-1$ ดังนั้นความสัมพันธ์ $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>ความสัมพันธ์ $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ “ถ้า $(x,y)\in r$ และ $(x,z)\in r$ แล้ว $y\neq z$ ” สำหรับ $x,y,z$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ<br>.....<br>1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>-คำนิยามของฟังก์ชัน<br>- $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>ให้ $x,y,z$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $(x,y)\in r$ และ $(x,z)\in r$<br>จาก $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$<br>เมื่อ $(x,y)\in r$ จะได้ $y^2=x+1$.....(1)<br>และ $(x,z)\in r$ จะได้ $z^2=x+1$.....(2)<br>ดังนั้น (1) = (2) $y^2=z^2$<br>ซึ่งทำให้ $\lvert y\rvert=\lvert z\rvert$ อาจกล่าวได้ว่า $y=\pm z$ หรือ $z=\pm y$<br><br>จากการแสดงข้างต้น พบว่า เมื่อ $(x,y)\in r$ และ $(x,z)\in r$ แล้วไม่จำเป็นที่ $y=z$<br>จากนิยามของฟังก์ชัน $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ความสัมพันธ์ $r=\{(x,y)\in R\times R \mid y^2=x+1\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ "ถ้า $(x,y)\in r$ และ $(x,z)\in r$ แล้ว $y\neq z$ " สำหรับ $x,y,z$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ | | | | |
| 6 | เข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของแนวคิดและบทนิยามของฟังก์ชันผกผัน (Inverse Function) ได้ | เมื่อกำหนดนิยาม ฟังก์ชันผกผันของ $f$ ว่า "ถ้า $f:A\to B$ และ $f^{-1}:B\to A$ แล้ว $f^{-1}$ เรียกว่า **ฟังก์ชันผกผันของ** $f$ " พิจารณา<br>$f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty) \mid y=x^2+4x\}$ จะอธิบายได้หรือไม่ว่าตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ เป็นฟังก์ชันผกผัน<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>- $f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty) \mid y=x^2+4x\}$ เป็นฟังก์ชัน<br>-เมื่อหาตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ จะอธิบายได้หรือไม่ว่าเป็นฟังก์ชันผกผัน<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>$f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty) \mid y=x^2+4x\}$ เป็นฟังก์ชัน | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | เมื่อหาตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ คือ<br>$\{(x,y)\mid x=y^2+4y\}=\{(x,y)\mid y=\pm\sqrt{x+4}-2 \quad ; x\geq -4\}$<br>ให้ $x,y,z$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $(x,y)$ และ $(x,z)$ เป็นสมาชิกของตัวผกผันของฟังก์ชัน<br>ดังนั้น เมื่อ $(x,y)$ เป็นสมาชิกของตัวผกผันของฟังก์ชัน จะได้ $y=\pm\sqrt{x+4}-2$<br>และ $(x,z)$ เป็นสมาชิกของตัวผกผันของฟังก์ชัน จะได้ $z=\pm\sqrt{x+4}-2$<br>ดังนั้น เมื่อพิจารณา กรณีที่ $y=\sqrt{x+4}-2$ และ $z=-\sqrt{x+4}-2$ หรือ กรณีที่<br>$y=-\sqrt{x+4}-2$ และ $z=\sqrt{x+4}-2$<br>จะเห็นได้ชัดว่าตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชัน<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ฟังก์ชัน $f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty)\mid y=x^2+4x\}$ ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชันผกผัน | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่าตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ เป็นฟังก์ชันผกผัน<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>- $f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty)\mid y=x^2+4x\}$ เป็นฟังก์ชัน<br>-เมื่อหาตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ จะอธิบายได้หรือไม่ว่าเป็นฟังก์ชันผกผัน<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>กำหนดให้ $f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty)\mid y=x^2+4x\}$ เมื่อหาตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ คือ $\{(x,y)\mid x=y^2+4y\}=\{(x,y)\mid y=\pm\sqrt{x+4}-2 \quad ; x\geq -4\}$<br>1. กรณีที่ $x=-4$ จะได้ $y=\pm\sqrt{(-4)+4}-2$ ดังนั้น $y=0,-4$<br>จากเงื่อนไขของ $f$ นั่นคือ $(-4,-2)\in f$<br>2. กรณีที่ $x=0$ จะได้ $y=\pm\sqrt{(2)+4}-2$ ดังนั้น $y=-2$<br>จากเงื่อนไขของ $f$ นั่นคือ $(0,0)\in f$ และ $(0,-4)\in f$<br>3. กรณีที่ $x=1$ จะได้ $y=\pm\sqrt{(1)+4}-2$ ดังนั้น $y=\pm\sqrt{5}-2$<br>จากเงื่อนไขของ $f$ นั่นคือ $(1,\sqrt{5}-2)\in f$ และ $(1,-\sqrt{5}-2)\in f$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า ฟังก์ชัน $f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty)\mid y=x^2+4x\}$ เมื่อหาตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ และตรวจสอบด้วยคู่อันดับใด ๆ ที่เป็นสมาชิกของตัวผกผันของฟังก์ชัน ที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า จะมีเพียงจำนวนจริง $x=-4$ เท่านั้นที่ทำให้ $(-4,-2)$ เป็นสมาชิกของตัวผกผันของฟังก์ชัน นอกนั้น เมื่อ $x>-4$ จะทำให้ $(x,y)$ และ $(x,z)$ ที่สมาชิกของตัวผกผันของฟังก์ชัน ซึ่ง $y\neq z$ จากเงื่อนไขของฟังก์ชันจะเห็นได้ว่า เมื่อ $x>-4$ ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชัน ดังนั้น ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชันผกผัน<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>ฟังก์ชัน $f=\{(x,y)\in R\times[-4,\infty)\mid y=x^2+4x\}$ ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ตัวผกผันของฟังก์ชัน $f$ ไม่เป็นฟังก์ชันผกผัน | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 7 | เข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันประกอบ (Composite Function) ได้ | กำหนดให้ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ จงแสดงว่า ถ้า $f: A \to B$ และ $g: B \to C$ แล้ว $gof: A \to C$ เป็นจริง เมื่อ $gof = \{(x,z) \in A \times C \mid (x,y) \in f \wedge (y,z) \in g \,;\, \exists y \in B\}$<br>1.1 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่า ถ้า $f: A \to B$ และ $g: B \to C$ แล้ว $gof: A \to C$ เป็นจริง<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>_ $f: A \to B$ และ $g: B \to C$<br>_ $gof = \{(x,z) \in A \times C \mid (x,y) \in f \wedge (y,z) \in g \,;\, \exists y \in B\}$<br>- ต้องการแสดงว่า $gof: A \to C$ เป็นจริง<br>**2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. กำหนดให้เซต $A = \{1,2,3\}, B = \{4,5,6\}$ และ $C = \{7,8,9\}$ สร้างฟังก์ชัน $f: A \to B$ คือ $f = \{(1,4),(2,5),(3,6)\}$ และ $g: B \to C$ คือ $g = \{(4,7),(5,8),(6,9)\}$ จะได้ $gof = \{(1,7),(2,8),(3,9)\}$ ดังนั้น $gof: A \to C$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. กำหนดให้เซต $A=\{-1,0,1,2\}, B=\{-1,1,3,5,7\}$ และ $C=\{-3,3,9,15,21,27\}$ สร้างฟังก์ชัน $f:A\to B$ คือ $f=\{(-1,-1),(0,1),(1,3),(2,5)\}$ และ $g:B\to C$ คือ $g=\{(-1,-3),(1,3),(3,9),(5,15),(7,21)\}$ จะได้ $gof=\{(-1,-3),(0,3),(1,9),(2,15)\}$ ดังนั้น $gof:A\to C$<br>3. กำหนดให้เซต $A=\{1,2,3,...\}, B=\{1,4,9,...\}$ และ $C=\{2,8,18,...\}$ สร้างฟังก์ชัน $f:A\to B$ คือ $f=\{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),...\}$ และ $g:B\to C$ คือ $g=\{(1,2),(4,8),(9,18),(16,32),...\}$ จะได้ $gof=\{(1,2),(2,8),(3,18),(4,32),...\}$ ดังนั้น $gof:A\to C$<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เมื่อ $A,B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ ถ้า $f:A\to B$ และ $g:B\to C$ เมื่อ $gof=\{(x,z)\in A\times C \mid (x,y)\in f \wedge (y,z)\in g ; \exists y\in B\}$ และตรวจสอบด้วยเงื่อนที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า แล้ว $gof:A\to C$ เป็นจริง<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>เมื่อ $A,B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ ถ้า $f:A\to B$ และ $g:B\to C$ แล้ว $gof:A\to C$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 1.2 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>- $f:A\to B$ และ $g:B\to C$<br>- $gof=\{(x,z)\in A\times C \mid (x,y)\in f\wedge(y,z)\in g\,;\exists y\in B\}$<br>- ต้องการแสดงว่า $gof:A\to C$ เป็นจริง<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>1. จะแสดงว่า $gof$ เป็นฟังก์ชัน<br>ให้ $(x,z_1)\in gof\wedge(x,z_2)\in gof$<br>ดังนั้น จะมี $y_1\in B\wedge y_2\in B$ ที่ทำให้ $(x,y_1)\in f\wedge(x,y_2)\in f$ และ $(y_1,z_1)\in g\wedge(y_2,z_2)\in g$ และจาก $f$ เป็นฟังก์ชัน ดังนั้น $y_1=y_2$ และ จาก $g$ เป็นฟังก์ชัน ดังนั้น $z_1=z_2$ นั่นคือ $gof$ เป็นฟังก์ชัน | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 2. จะแสดงว่า $D_{gof} = A$<br>จาก $f : A \to B$ ดังนั้น $D_f = A$<br>ให้ $x \in A$ ทำให้ $x \in D_f$ ซึ่งจะมี $y \in B$ ที่ $(x,y) \in f$ ดังนั้น $y \in R_f$<br>จาก $g : B \to C$ ดังนั้น $D_g = B$ และ $y \in D_g$ จะมี $z \in C$ ที่ $(y,z) \in g$<br>จะเห็นได้ว่า มี $y \in B$ ที่ทำให้ $(x,y) \in f \wedge (y,z) \in g$<br>จาก $gof = \{(x,z) \in A \times C \mid (x,y) \in f \wedge (y,z) \in g \; ; \exists y \in B\}$ จะได้<br>$(x,z) \in gof$ ดังนั้น $x \in D_{gof}$<br>จากการแสดงข้างต้นจะได้ว่า $A \subset D_{gof}$ และเราทราบแล้วว่า $D_{gof} \subset A$<br>ดังนั้น $D_{gof} = A$<br>จากการแสดง 1. และ 2. จึงสรุปได้ว่า ถ้า $f : A \to B$ และ $g : B \to C$ แล้ว<br>$gof : A \to C$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อ $A, B$ และ $C$ เป็นเซตใด ๆ ถ้า $f : A \to B$ และ $g : B \to C$<br>แล้ว $gof : A \to C$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| 8 | เข้าใจ อธิบาย หาเหตุและผลที่เกิดขึ้น ประเมินผลและลงข้อสรุป ของฟังก์ชันประกอบ (Composite Function) ได้ | กำหนดให้ $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้ แล้ว $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง<br>1.1 จงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาลงข้อสรุปดังกล่าว<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย</u>**<br>**1.ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>- $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้<br>- ต้องการแสดงว่า $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง<br>**2.วิเคราะห์/สังเคราะห์ อ้างอิงผ่านระบบสัจพจน์**<br><u>การแสดง</u><br>ให้ $(x,y)\in f$ จากนิยามของฟังก์ชันผกผัน “ถ้า $f:A\to B$ และ $f^{-1}:B\to A$ แล้ว $f^{-1}$ เรียกว่า **ฟังก์ชันผกผันของ** $f$ ” ดังนั้น $(y,x)\in f^{-1}$ และจากนิยามของคอมโพสิทฟังก์ชัน $gof=\{(x,z)\in A\times C\mid (x,y)\in f\wedge (y,z)\in g\,;\exists y\in B\}$ | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | พิจารณาฟังก์ชัน $f^{-1}of=\{(x,x)\in A\times A \mid (x,y)\in f \wedge (y,x)\in f^{-1};\forall y\in B\}$<br>หรือ $f^{-1}of=\{(x,y)\in A\times A \mid y=x\}=I_A$<br>และพิจารณาฟังก์ชัน<br>$fof^{-1}=\{(y,y)\in B\times B \mid (y,x)\in f^{-1} \wedge (x,y)\in f;\forall x\in A\}$ หรือ<br>$fof^{-1}=\{(x,y)\in B\times B \mid y=x\}=I_B$<br>**3.สรุปผลกรณีเฉพาะ**<br>ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ถ้า $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้ แล้ว $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$<br>1.2 จงให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้น เพื่อแสดงให้เพียงพอที่จะสรุปว่า ถ้า $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้ แล้ว $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง<br>**<u>แนวทางการตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย</u>**<br>**1. ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ**<br>- $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้<br>- ต้องการแสดงว่า $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | **2. สร้างชุดข้อมูลใหม่**<br>1. กำหนดให้เซต $A=\{1,2,3\}, B=\{4,5,6\}$<br>สร้างฟังก์ชัน $f:A\to B$ คือ $f=\{(1,4),(2,5),(3,6)\}$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้<br>และ $f^{-1}=\{(4,1),(5,2),(6,3)\}$ จะได้ $f^{-1}of=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$ และ<br>$fof^{-1}=\{(4,4),(5,5),(6,6)\}$<br>ดังนั้น $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง<br>2. กำหนดให้เซต $A=\{0,1,2,3,\ldots\}, B=\{1,2,4,8,\ldots\}$<br>สร้างฟังก์ชัน $f:A\to B$ คือ $f=\{(0,1),(1,2),(2,4),(3,8),\ldots\}$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้<br>และ $f^{-1}=\{(1,0),(2,1),(4,2),(8,3),\ldots\}$ จะได้<br>$f^{-1}of=\{(0,0),(1,1),(2,2),(3,3),\ldots\}$ และ $fof^{-1}=\{(1,1),(2,2),(4,4),(8,8),\ldots\}$<br>ดังนั้น $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง | | | | |

| ข้อ | จุดประสงค์ | แบบทดสอบ | ระดับความคิดเห็น | | | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | -1 | 0 | +1 | |
| | | 3. กำหนดให้เซต $A=\{a,b,c,d,...,z\}, B=\{2,4,6,8,...,52\}$<br>สร้างฟังก์ชัน $f:A\to B$ คือ $f=\{(a,52),(b,50),(c,48),(d,46),...,(z,2)\}$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้ และ $f^{-1}=\{(52,a),(50,b),(48,c),(46,d),...,(2,z)\}$ จะได้ $f^{-1}of=\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),...,(z,z)\}$ และ $fof^{-1}=\{(52,52),(50,50),(48,48),(46,46),...,(2,2)\}$<br>ดังนั้น $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง<br>**3. ชุดความรู้ต้นแบบ/ข้อคาดการณ์**<br>จากการพิจารณาข้อมูลพบว่า เมื่อ $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้ และตรวจสอบด้วยเงื่อนที่แสดงลักษณะดังกล่าว (จะทดลองซ้ำอีกกี่ครั้งด้วยลักษณะเดิม) จะพบว่า $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ เป็นจริง<br>**4. กฎเกณฑ์ทั่วไป/วางนัยทั่วไป**<br>ถ้า $f:A\to B$ เป็นฟังก์ชันที่หาตัวผกผันได้ แล้ว $f^{-1}of=I_A$ และ $fof^{-1}=I_B$ | | | | |

**การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบทดสอบ**
**แบ่งเป็นการให้คะแนนในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 แบบ ดังนี้**

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 1) ความสามารถในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล และ 3) การหาข้อสรุปข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป (ข้อละ 3 คะแนน)

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล (2 ประเด็น)** | **คะแนน** |
| **2.1 การอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร** | |
| 2.1.1 ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาได้หรืออธิบายอย่างสับสนไม่สมเหตุสมผล | 0 |
| 2.1.2 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผลในบางประเด็นแต่ไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.25 |
| 2.1.3 สามารถอธิบายได้ว่าลักษณะหรือองค์ประกอบที่วิเคราะห์ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้อย่างสมเหตุสมผล | 0.5 |
| **2.2 ความสามารถในการแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์** | |
| 2.2.1 ไม่สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ที่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 2.2.2 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้แต่ไม่ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.25 |
| 2.2.3 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความทางตรรกศาสตร์ได้ครบถ้วนเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0.5 |
| **3. การหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไป** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถสร้างข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุป ข้อคาดการณ์ในรูปของกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ | 1 |

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย 1) การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา 2) การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ และ 3) การสรุปผลกรณีเฉพาะ (ข้อละ 3 คะแนน)

| **การตรวจให้คะแนนตามคุณลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย** | |
|---|---|
| **1. การวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์หรือปัญหา** | **คะแนน** |
| 1.1 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาได้เลย หรือสามารถวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ | 0 |
| 1.2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางประเด็นไม่ครบถ้วนทั้งหมด | 0.5 |
| 1.3 สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนทั้งหมด | 1 |
| **2. การอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์** | **คะแนน** |
| 2.1 ไม่สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้ | 0 |
| 2.2 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 0.5 |
| 2.3 สามารถอ้างอิงหลักการหรือกฎที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนทุกประเด็น | 1 |
| **3. การสรุปผลกรณีเฉพาะ** | **คะแนน** |
| 3.1 ไม่สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 0 |
| 3.2 สามารถหาข้อสรุปผลของกรณีเฉพาะที่ต้องการได้ | 1 |

**ข้อเสนอแนะ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ผู้ประเมิน

**ภาคผนวก ง ผลการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

1. ผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

2. ผลการประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

3. ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์

4. ผลการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

## 1. ผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

**ตาราง 38 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากผู้เชี่ยวชาญ 7 ท่าน**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| **1. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน ฯ** | | | | | | | | | | |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ มีความชัดเจน | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 1.2 การลำดับความเป็นมาของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ มีความชัดเจนเข้าใจง่าย | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 1.3 ความเหมาะสมของเหตุผลในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **5** | **4.3333** | **4.6667** | **5** | **5** | **4.86** | **0.26** | **มากที่สุด** |
| **2. ทฤษฎีและแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ฯ** | | | | | | | | | | |
| 2.1 ความเหมาะสมของการนำแนวคิดมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 2.2 ความชัดเจนในการเชื่อมโยงทฤษฎีและแนวคิด | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4.43 | 0.53 | มาก |
| 2.3 ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอแนวคิดมีความชัดเจน เข้าใจง่าย | 4 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4.57 | 0.53 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.6667** | **5** | **4.6667** | **4.3333** | **4.3333** | **4.6667** | **4.6667** | **4.62** | **0.23** | **มากที่สุด** |
| **3. การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ** | | | | | | | | | | |
| 3.1 การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบครอบคลุมตามหลักการการสร้างรูปแบบ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 3.2 องค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์สอดคล้องกัน | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |

**ตาราง 38 (ต่อ)**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| 3.3 การลำดับองค์ประกอบของรูปแบบ มีความเหมาะสม | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **5** | **4.3333** | **5** | **5** | **4.6667** | **4.86** | **0.26** | **มากที่สุด** |
| **4. องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ** | | | | | | | | | | |
| **4.1 หลักการ** | | | | | | | | | | |
| 4.1.1 มีความสอดคล้องกับทฤษฎี แนวคิดซึ่งแสดงถึงจุดเน้นของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 4.1.2 สามารถแสดงจุดเน้นของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.1.3 หลักการของรูปแบบเป็นกรอบในองค์ประกอบอื่น ๆ ในรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ฯ | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 4.1.4 ใช้ภาษาเรียบเรียงลำดับถ้อยคำมีความต่อเนื่องเข้าใจง่าย | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.75** | **5** | **5** | **4.25** | **4.5** | **5** | **4.75** | **4.75** | **0.29** | **มากที่สุด** |
| **4.2 วัตถุประสงค์** | | | | | | | | | | |
| 4.2.1 วัตถุประสงค์มีความสอดคล้องกับหลักการของรูปแบบ | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.2.2 วัตถุประสงค์มีความชัดเจน สามารถแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.2.3 วัตถุประสงค์มีความเป็นไปได้ในการปฏิบัติจริง | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.2.4 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงถ้อยคำมีความเหมาะสมและเข้าใจง่าย | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **4.75** | **4.5** | **4.75** | **5** | **4.75** | **4.82** | **0.19** | **มากที่สุด** |
| **4.3. เนื้อหา** | | | | | | | | | | |
| 4.3.1 เนื้อหามีความสอดคล้องกับหลักสูตรและนำไปสู่วัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.3.2 เนื้อหามีความเหมาะสมและเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 4.3.3 ลำดับเนื้อหามีความต่อเนื่อง | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **5** | **5** | **4.6667** | **5** | **5** | **4.95** | **0.13** | **มากที่สุด** |

**ตาราง 38 (ต่อ)**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| **4.4 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้** | | | | | | | | | | |
| 4.4.1 ความชัดเจนของกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ในรูปแบบ | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.4.2 ความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนรู้กับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 4.4.3 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนสามารถนำไปใช้ได้จริง | 4 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 4.4.4 กิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมกับผู้เรียน | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 4.4.5 ความสอดคล้องของแต่ละขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบฯ ที่ใช้แนวคิดเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู 6 ขั้นตอน (EISDGA) | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the problem: E) | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve: I) | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share results: S) | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s: D) | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason: G) | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to everyday life: A) | 4 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.7273** | **5** | **5** | **4.7273** | **4.9091** | **5** | **5** | **4.91** | **0.13** | **มากที่สุด** |
| **4.5 สื่อและแหล่งเรียนรู้** | | | | | | | | | | |
| 4.5.1 มีการกำหนดรายการสื่อ/แหล่งเรียนรู้ชัดเจน นำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.5.2 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อ/แหล่งเรียนรู้ไว้ให้อย่างเหมาะสมสะดวกต่อการนำไปใช้ | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **4.5** | **4** | **5** | **5** | **5** | **4.79** | **0.39** | **มากที่สุด** |

**ตาราง 38 (ต่อ)**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| **4.6 การวัดและประเมินผล** | | | | | | | | | | |
| 4.6.1 ความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.6.2 ความเหมาะสมกับหลักเกณฑ์และแนวทางการประเมิน | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.6.3 ความชัดเจนและสามารถนำไปสู่การปฏิบัติได้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | **4.3333** | **4.6667** | **4.86** | **0.26** | **มากที่สุด** |
| **เฉลี่ยรวม** | | | | | | | | **4.82** | **0.24** | **มากที่สุด** |

**2. ผลการประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

**ตาราง 39 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู จากผู้เชี่ยวชาญ 7 ท่าน**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| **ตอนที่ 1 ประเมินความเหมาะสมของคำแนะนำในการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอน** | | | | | | | | | | |
| 1. รายละเอียดของคำแนะนำการใช้รูปแบบมีความชัดเจน เข้าใจง่าย สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 2. รายละเอียดของคำแนะนำการใช้รูปแบบบอกเกี่ยวกับการเตรียมความพร้อมในด้านต่าง ๆ ไว้ชัดเจน | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 3. แนวทางการจัดกิจกรรม บทบาทครูผู้สอน บทบาทผู้เรียน มีความชัดเจน | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 4.การสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องจัดเตรียมสำหรับการวัดและประเมินผล มีความชัดเจน ง่ายต่อการเตรียม | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 5. กำหนดการของรูปแบบฯ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความชัดเจน | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 6. ภาพรวมของแนวทางการวัดและประเมินผล มีความชัดเจน | 4 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.83** | **5.00** | **4.83** | **4.17** | **5.00** | **5.00** | **5.00** | **4.83** | **0.30** | **มากที่สุด** |
| **ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอน** | | | | | | | | | | |
| 1.1 การกำหนดองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอนครบถ้วนครอบคลุมความต้องการจำเป็น | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 1.2 การเรียงลำดับองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ช่วยให้เข้าใจง่าย | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 1.3 องค์ประกอบภายในแผนการจัดการเรียนการสอนมีความสัมพันธ์สอดคล้องกัน | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 1.4 ชื่อของแผนการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสม | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 1.5 การเรียบเรียงการใช้ภาษาในแผนการจัดการเรียนการสอนมีความเหมาะสม เข้าใจง่าย | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.80** | **5.00** | **4.80** | **4.80** | **5.00** | **5.00** | **4.60** | **4.86** | **0.15** | **มากที่สุด** |

**ตาราง 39 (ต่อ)**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| **2. องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอน (แต่ละองค์ประกอบ)** | | | | | | | | | | |
| **2.1 สาระสำคัญ** มีแนวคิดสำคัญเหมาะสม สอดคล้องและครอบคลุมจุดประสงค์ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| **2.2 จุดประสงค์** | | | | | | | | | | |
| 2.2.1 จุดประสงค์ในแผนการจัดการเรียนการสอนมีความสอดคล้องสัมพันธ์กับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน | 4 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.2.2 จุดประสงค์มีความชัดเจนสามารถแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดกับผู้เรียน | 4 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.2.3 จุดประสงค์มีความเป็นไปได้ในการปฏิบัติจริง | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.33** | **5.00** | **5.00** | **5.00** | **4.25** | **5.00** | **5.00** | **4.80** | **0.35** | **มากที่สุด** |
| **2.3 เนื้อหา** | | | | | | | | | | |
| 2.3.1 เนื้อหาสอดคล้องกับจุดประสงค์และสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.3.2 เนื้อหามีความเหมาะสมกับผู้เรียน | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5** | **5** | **5** | **4** | **5** | **5** | **4.5** | **4.79** | **0.39** | **มากที่สุด** |
| **2.4 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้** | | | | | | | | | | |
| 2.4.1 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมเป็นลำดับและมีความต่อเนื่อง | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.4.2 การกำหนดการดำเนินกิจกรรมแต่ละขั้นตอนมีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้ | 4 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.4.3 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ EISDGA 6 ขั้นตอนอย่างเป็นระบบ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| 2.4.4 การดำเนินกิจกรรมแต่ละขั้นตอนครอบคลุมสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ | 4 | 5 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4.29 | 0.49 | มาก |
| 2.4.5 เวลาที่กำหนดสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4.57 | 0.53 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.60** | **5.00** | **4.80** | **4.20** | **4.60** | **4.80** | **4.60** | **4.66** | **0.25** | **มากที่สุด** |

**ตาราง 39 (ต่อ)**

| รายการประเมิน | คะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่าเฉลี่ย | S.D. | ระดับความเหมาะสม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| **2.5 สื่อ/แหล่งเรียนรู้** | | | | | | | | | | |
| 2.5.1 มีการกำหนดรายการสื่อ/แหล่งเรียนรู้ชัดเจน นำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.5.2 มีการเรียงลำดับรายการใช้สื่ออย่างเหมาะสม | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 2.5.3 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อ/แหล่งเรียนรู้ไว้ให้อย่างเหมาะสมสะดวกต่อการนำไปใช้ | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.57 | 0.53 | มากที่สุด |
| **รวม** | **5.00** | **4.33** | **4.67** | **4.33** | **4.67** | **5.00** | **5.00** | **4.71** | **0.30** | **มากที่สุด** |
| **2.6 การวัดและประเมินผล** | | | | | | | | | | |
| 2.6.1 การวัดและประเมินผลมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนการสอน | 4 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.57 | 0.53 | มากที่สุด |
| 2.6.2 การวัดและประเมินผลมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์ของแผนการจัดการเรียนการสอน | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.86 | 0.38 | มากที่สุด |
| 2.6.3 วิธีการวัดผลเหมาะสมกับความสามารถการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4.71 | 0.49 | มากที่สุด |
| 2.6.4 มีการเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลไว้อย่างชัดเจน สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | มากที่สุด |
| **รวม** | **4.75** | **5.00** | **5.00** | **4.50** | **5.00** | **4.50** | **4.75** | **4.79** | **0.22** | **มากที่สุด** |
| **รวมเฉลี่ย** | | | | | | | | **4.80** | **0.25** | **มากที่สุด** |

**3. ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์**

**ตาราง 40 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์ จากผู้เชี่ยวชาญ 7 ท่าน**

**แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1**
**หน่วยที่ 1 เรื่องเซต จำนวน 8 ข้อ**

| แบบทดสอบข้อที่ | | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่า IOC | แปลความ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | |
| 1 | 1.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 1.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 2 | 2.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 2.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 3 | 3.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 3.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 4 | 4.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 4.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 5 | 5.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 5.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 6 | 6.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 6.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 7 | 7.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 7.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 8 | 8.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 8.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |

**ตาราง 40 (ต่อ)**

**แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2**
**หน่วยที่ 2 – 3 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 8 ข้อ**

| แบบทดสอบข้อที่ | | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ | | | | | | | ค่า IOC | แปลความ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | |
| 1 | 1.1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0.86 | ใช้ได้ |
| | 1.2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0.86 | ใช้ได้ |
| 2 | 2.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 2.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 3 | 3.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 3.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 4 | 4.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 4.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 5 | 5.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 5.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 6 | 6.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 6.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 7 | 7.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 7.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 8 | 8.1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| | 8.2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.00 | ใช้ได้ |

**4. ผลการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

**ตาราง 41 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการสอนโดยดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู (N = 29)**

| ที่ | ก่อนเรียน<br>คะแนนเต็ม 96 คะแน | หลังเรียน<br>คะแนนเต็ม 96 คะแน |
|---|---|---|
| 1 | 16.00 | 55.50 |
| 2 | 18.25 | 65.75 |
| 3 | 17.50 | 57.00 |
| 4 | 36.25 | 89.25 |
| 5 | 20.00 | 54.50 |
| 6 | 35.75 | 70.00 |
| 7 | 36.75 | 67.75 |
| 8 | 36.25 | 83.00 |
| 9 | 35.75 | 86.00 |
| 10 | 36.25 | 65.75 |
| 11 | 17.00 | 55.25 |
| 12 | 17.25 | 52.00 |
| 13 | 38.75 | 84.00 |
| 14 | 45.25 | 80.25 |
| 15 | 19.25 | 55.75 |
| 16 | 37.75 | 82.50 |
| 17 | 53.75 | 90.50 |
| 18 | 21.75 | 90.25 |
| 19 | 21.00 | 61.50 |
| 20 | 37.75 | 85.00 |
| 21 | 37.75 | 82.00 |
| 22 | 37.75 | 87.25 |

**ตาราง 41 (ต่อ)**

| ที่ | ก่อนเรียน<br>คะแนนเต็ม 96 คะแน | หลังเรียน<br>คะแนนเต็ม 96 คะแน |
|---|---|---|
| 23 | 16.25 | 53.50 |
| 24 | 37.75 | 58.75 |
| 25 | 37.75 | 86.50 |
| 26 | 20.25 | 67.95 |
| 27 | 38.25 | 57.25 |
| 28 | 38.75 | 55.50 |
| 29 | 20.00 | 77.00 |
| **รวม** | **882.75** | **2057.20** |

| จำนวนนักเรียน | คะแนนเต็ม | ผลรวมคะแนน | | ดัชนีประสิทธิผล (E.I.) |
|---|---|---|---|---|
| | | ทดสอบก่อนเรียน | ทดสอบหลังเรียน | |
| 29 | 96 | 882.75 | 2057.20 | 0.6177 |

**ภาคผนวก จ ผลจากการใช้เครื่องมือในการวิจัย**

1. ผลคะแนนและระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

2. ผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้ Rater Agreement Cohen's Unweighted kappa

3. ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู

4. ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon signed–rank test) และขนาดอิทธิพล (Effect size) จาก Rank–Biserial Correlation

5. ผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**1. ผลคะแนนผลและระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

**ตาราง 42 แสดงผลคะแนนผลและระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาก่อนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู (N = 26)**

| ที่ | อุปนัยก่อนเรียน | ระดับ | อุปนัยหลังเรียน | ระดับ | นิรนัยก่อนเรียน | ระดับ | นิรนัยหลังเรียน | ระดับ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10.75 | 2 | 15.50 | 3 | 11.00 | 2 | 14.50 | 3 |
| 2 | 10.50 | 2 | 18.50 | 4 | 11.00 | 2 | 15.50 | 3 |
| 3 | 10.25 | 2 | 13.00 | 3 | 9.50 | 2 | 13.00 | 3 |
| 4 | 6.00 | 1 | 13.00 | 3 | 6.00 | 1 | 11.00 | 2 |
| 5 | 11.00 | 2 | 18.25 | 4 | 11.50 | 2 | 16.50 | 3 |
| 6 | 10.75 | 2 | 18.50 | 4 | 12.00 | 2 | 19.00 | 4 |
| 7 | 6.00 | 1 | 13.50 | 3 | 7.00 | 2 | 13.00 | 3 |
| 8 | 10.75 | 2 | 12.75 | 3 | 5.00 | 1 | 11.00 | 2 |
| 9 | 12.00 | 2 | 18.50 | 4 | 12.00 | 2 | 18.50 | 4 |
| 10 | 8.50 | 2 | 13.00 | 3 | 5.50 | 1 | 12.50 | 3 |
| 11 | 11.50 | 2 | 18.50 | 4 | 11.50 | 2 | 18.50 | 4 |
| 12 | 6.00 | 1 | 13.00 | 3 | 6.00 | 1 | 12.50 | 3 |
| 13 | 7.50 | 2 | 12.50 | 3 | 5.50 | 1 | 12.50 | 3 |
| 14 | 11.50 | 2 | 18.50 | 4 | 11.00 | 2 | 15.50 | 3 |
| 15 | 6.00 | 1 | 18.50 | 4 | 7.00 | 2 | 15.00 | 3 |
| 16 | 11.00 | 2 | 18.25 | 4 | 10.50 | 2 | 15.00 | 3 |
| 17 | 6.00 | 1 | 13.50 | 3 | 5.50 | 1 | 11.00 | 2 |
| 18 | 11.00 | 2 | 19.25 | 4 | 12.00 | 2 | 19.50 | 4 |

**ตาราง 42 (ต่อ)**

| ที่ | อุปนัยก่อนเรียน | ระดับ | อุปนัยหลังเรียน | ระดับ | นิรนัยก่อนเรียน | ระดับ | นิรนัยหลังเรียน | ระดับ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 | 11.25 | 2 | 18.50 | 4 | 11.50 | 2 | 18.50 | 4 |
| 20 | 11.00 | 2 | 18.50 | 4 | 10.50 | 2 | 15.50 | 3 |
| 21 | 6.00 | 1 | 12.25 | 3 | 7.00 | 2 | 13.00 | 3 |
| 22 | 11.00 | 2 | 18.50 | 4 | 13.00 | 3 | 18.50 | 4 |
| 23 | 6.00 | 1 | 12.25 | 3 | 5.50 | 1 | 11.00 | 2 |
| 24 | 6.00 | 1 | 12.25 | 3 | 6.00 | 1 | 12.50 | 3 |
| 25 | 11.00 | 2 | 20.00 | 4 | 12.00 | 2 | 20.50 | 4 |
| 26 | 10.75 | 2 | 18.50 | 4 | 11.00 | 2 | 15.00 | 3 |
| $\bar{x}$ | **9.23** | **2** | **16.05** | **3** | **9.08** | **2** | **14.94** | **3** |
| **S.D.** | **2.36** | | **2.92** | | **2.80** | | **2.96** | |

**2. ผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้ Rater Agreement Cohen's Unweighted kappa**

**ตาราง 43 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยก่อนเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ**

Cohen's Unweighted kappa

| | | | 95% CI | |
|---|---|---|---|---|
| Ratings | Unweighted kappa | SE | Lower | Upper |
| Average kappa | 0.738 | | | |
| researcher(preInduc) – expert(preInduc) | 0.738 | 0.061 | 0.618 | 0.858 |

*Note.* 80 subjects/items and 2 raters/measurements. Confidence intervals are asymptotic.

**ตาราง 44 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยหลังเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ**

Cohen's Unweighted kappa

| | | | 95% CI | |
|---|---|---|---|---|
| Ratings | Unweighted kappa | SE | Lower | Upper |
| Average kappa | 0.718 | | | |
| researcher(postInduc) – expert(postInduc) | 0.718 | 0.055 | 0.610 | 0.825 |

*Note.* 80 subjects/items and 2 raters/measurements. Confidence intervals are asymptotic.

**ตาราง 45 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยก่อนเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ**

Cohen's Unweighted kappa

| | | | 95% CI | |
|---|---|---|---|---|
| Ratings | Unweighted kappa | SE | Lower | Upper |
| Average kappa | 0.754 | | | |
| researcher(preDeduc) – expert(preDeduc) | 0.754 | 0.062 | 0.632 | 0.876 |

*Note.* 80 subjects/items and 2 raters/measurements. Confidence intervals are asymptotic.

**ตาราง 46 แสดงผลการเปรียบเทียบการตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยหลังเรียนระหว่างผู้วิจัยกับผู้เชี่ยวชาญ**

Cohen's Unweighted kappa

| | | | 95% CI | |
|---|---|---|---|---|
| Ratings | Unweighted kappa | SE | Lower | Upper |
| Average kappa | 0.723 | | | |
| researcher(postDeduc) – expert(postDeduc) | 0.723 | 0.060 | 0.606 | 0.841 |

*Note.* 80 subjects/items and 2 raters/measurements. Confidence intervals are asymptotic.

**3. ผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู**

**ตาราง 47 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 1 (N = 26)**

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ครั้งที่ 1 | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{11}$ | | | | $R_{12}$ | | | | | $R_{13}$ | | รวม | $L_1$ |
| | $R_{111}$ | $R_{112}$ | $R_{113}$ | $R_{121}$ | $R_{122}$ | $R_{123}$ | $R_{124}$ | $R_{125}$ | $R_{126}$ | $R_{131}$ | $R_{132}$ | | |
| 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 2 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 3 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | 0.75 | 1 |
| 4 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | 0.75 | 1 |
| 5 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.50 | 2 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.50 | 2 |
| 9 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 10 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 11 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 12 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.50 | 1 |
| 13 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.50 | 2 |
| 15 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 16 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 17 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 18 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 19 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | 0.75 | 1 |
| 20 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 21 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |

**ตาราง 47 (ต่อ)**

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ครั้งที่ 1 | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{11}$ | | | $R_{12}$ | | | | | | $R_{13}$ | | รวม | $L_1$ |
| | $R_{111}$ | $R_{112}$ | $R_{113}$ | $R_{121}$ | $R_{122}$ | $R_{123}$ | $R_{124}$ | $R_{125}$ | $R_{126}$ | $R_{131}$ | $R_{132}$ | | |
| 22 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 23 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | 0.75 | 1 |
| 24 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | 0.75 | 1 |
| 25 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 26 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.50 | 2 |
| $\sum X$ | 0.00 | 10.50 | 5.00 | 0.00 | 6.00 | 0.50 | 0.00 | 5.00 | 0.00 | 0.00 | 5.00 | 32.00 | |
| $\bar{X}$ | 0.00 | 0.40 | 0.19 | 0.00 | 0.23 | 0.02 | 0.00 | 0.19 | 0.00 | 0.00 | 0.19 | 1.23 | |
| S.D. | 0.00 | 0.20 | 0.40 | 0.00 | 0.07 | 0.10 | 0.00 | 0.11 | 0.00 | 0.00 | 0.40 | 0.48 | 2 |

**ตาราง 48 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 2 (N = 26)**

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ครั้งที่ 2 | | | | | | | | | | | รวม | $L_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{11}$ | | | $R_{12}$ | | | | | | $R_{13}$ | | | |
| | $R_{111}$ | $R_{112}$ | $R_{113}$ | $R_{121}$ | $R_{122}$ | $R_{123}$ | $R_{124}$ | $R_{125}$ | $R_{126}$ | $R_{131}$ | $R_{132}$ | | |
| 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.25 | 3 |
| 2 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 4 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 7 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 8 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.25 | 3 |
| 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 11 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 12 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 13 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 15 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 16 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 17 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 19 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 20 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 21 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 22 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 23 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 24 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 0 | 1.00 | 2 |
| 25 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 26 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| $\sum X$ | 0.00 | 6.50 | 13.00 | 0.00 | 3.75 | 5.50 | 0.00 | 6.00 | 1.00 | 0.00 | 14.00 | 49.75 | |
| $\bar{X}$ | 0.00 | 0.25 | 0.50 | 0.00 | 0.14 | 0.21 | 0.00 | 0.23 | 0.04 | 0.00 | 0.54 | 1.91 | |
| S.D. | 0.00 | 0.25 | 0.51 | 0.00 | 0.13 | 0.25 | 0.00 | 0.07 | 0.14 | 0.00 | 0.51 | 0.58 | 3 |

**ตาราง 49 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 3 (N = 26)**

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ครั้งที่ 3 | | | | | | | | | | | รวม | $L_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{11}$ | | | | | | $R_{12}$ | | | $R_{13}$ | | | |
| | $R_{111}$ | $R_{112}$ | $R_{113}$ | $R_{121}$ | $R_{122}$ | $R_{123}$ | $R_{124}$ | $R_{125}$ | $R_{126}$ | $R_{131}$ | $R_{132}$ | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.75 | 4 |
| 2 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 3 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 8 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 10 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 1.75 | 3 |
| 13 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 14 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 15 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 16 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 17 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 19 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 20 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 21 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 22 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.50 | 4 |
| 23 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 24 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 0 | 0.25 | 0.00 | 0 | 1 | 2.00 | 3 |
| 25 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| 26 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.00 | 0.5 | 0 | 0.00 | 0.50 | 0 | 1 | 3.00 | 4 |
| $\sum x$ | 0.00 | 4.00 | 18.00 | 0.00 | 3.00 | 7.00 | 0.00 | 3.75 | 5.50 | 0.00 | 24.00 | 65.25 | |
| $\bar{x}$ | 0.00 | 0.15 | 0.69 | 0.00 | 0.12 | 0.27 | 0.00 | 0.14 | 0.21 | 0.00 | 0.92 | 2.51 | |
| S.D. | 0.00 | 0.24 | 0.47 | 0.00 | 0.13 | 0.25 | 0.00 | 0.13 | 0.25 | 0.00 | 0.27 | 0.49 | 4 |

**ตาราง 50 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 1 (N = 26)**

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ครั้งที่ 1 | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{21}$ | | | | $R_{22}$ | | $R_{23}$ | | รวม | $L_2$ |
| | $R_{211}$ | $R_{212}$ | $R_{213}$ | $R_{221}$ | $R_{222}$ | $R_{223}$ | $R_{231}$ | $R_{232}$ | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 2 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 3 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 4 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 5 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 7 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 12 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 14 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 15 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 16 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 17 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 19 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 20 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 21 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 22 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 23 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 24 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 25 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 26 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| $\sum x$ | 0.00 | 7.50 | 11.00 | 0.00 | 8.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 26.50 | |
| $\bar{x}$ | 0.00 | 0.29 | 0.42 | 0.00 | 0.31 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.02 | 2 |
| S.D. | 0.00 | 0.25 | 0.50 | 0.00 | 0.25 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.46 | |

ตาราง 51 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 2 (N = 26)

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ครั้งที่ 2 | | | | | | | | รวม | $L_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{21}$ | | | $R_{22}$ | | | $R_{23}$ | | | |
| | $R_{211}$ | $R_{212}$ | $R_{213}$ | $R_{221}$ | $R_{222}$ | $R_{223}$ | $R_{231}$ | $R_{232}$ | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 3 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 4 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.5 | 4 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 12 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 14 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 15 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 16 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 17 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 19 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 20 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 21 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.0 | 2 |
| 22 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 23 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 24 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 |
| 25 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.5 | 4 |
| 26 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| $\sum x$ | 0.00 | 4.50 | 17.00 | 0.00 | 9.00 | 4.00 | 0.00 | 4.00 | 38.50 | |
| $\bar{x}$ | 0.00 | 0.17 | 0.65 | 0.00 | 0.35 | 0.15 | 0.00 | 0.15 | 1.48 | 2 |
| S.D. | 0.00 | 0.24 | 0.49 | 0.00 | 0.24 | 0.37 | 0.00 | 0.37 | 0.57 | |

**ตาราง 52 แสดงผลการศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยจากพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมและการทำใบงานของนักศึกษาในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ครั้งที่ 2 (N = 26)**

| ที่ | การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ครั้งที่ 3 | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_{21}$ | | | $R_{22}$ | | | $R_{23}$ | | รวม | $L_2$ |
| | $R_{211}$ | $R_{212}$ | $R_{213}$ | $R_{221}$ | $R_{222}$ | $R_{223}$ | $R_{231}$ | $R_{232}$ | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3.0 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 3 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.5 | 4 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3.0 | 4 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 8 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.5 | 4 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3.0 | 4 |
| 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 13 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 14 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 15 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 16 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3.0 | 4 |
| 17 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.5 | 4 |
| 19 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 20 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| 21 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 22 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2.0 | 3 |
| 23 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 24 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 2 |
| 25 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3.0 | 4 |
| 26 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 1 | 2.0 | 3 |
| $\sum x$ | 0.00 | 3.00 | 20.00 | 0.00 | 8.00 | 10.00 | 0.00 | 14.00 | 55.00 | |
| $\bar{x}$ | 0.00 | 0.12 | 0.77 | 0.00 | 0.31 | 0.38 | 0.00 | 0.54 | 2.12 | 3 |
| S.D. | 0.00 | 0.21 | 0.43 | 0.00 | 0.25 | 0.50 | 0.00 | 0.51 | 0.53 | |

**4. ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon signed – rank test) และขนาดอิทธิพล (Effect size) จาก Rank-Biserial Correlation**

**ตาราง 53 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซัน (The Wilcoxon signed – rank test) และขนาดอิทธิพล (Effect size) จาก Rank-Biserial Correlation**

**Descriptive Statistics**

| | Pre Induc | Post Induc | Pre Deduc | Post Deduc |
|---|---|---|---|---|
| Valid | 26 | 26 | 26 | 26 |
| Missing | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Mean | 9.231 | 16.048 | 9.077 | 14.942 |
| Std. Deviation | 2.364 | 2.918 | 2.795 | 2.964 |
| Shapiro-Wilk | 0.754 | 0.772 | 0.838 | 0.920 |
| P-value of Shapiro-Wilk | < .001 | < .001 | < .001 | 0.045 |
| Minimum | 6.000 | 12.250 | 5.000 | 11.000 |
| Maximum | 12.000 | 20.000 | 13.000 | 20.500 |

**Paired Samples T-Test**

| Measure 1 | | Measure 2 | W | z | df | p | Rank-Biserial Correlation | SE Rank-Biserial Correlation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pre Induc | – | Post Induc | 0.000 | -4.457 | | < .001 | -1.000 | 0.221 |
| Pre Deduc | – | Post Deduc | 0.000 | -4.457 | | < .001 | -1.000 | 0.221 |

*Note.* For all tests, the alternative hypothesis specifies that Measure 1 is less than Measure 2. For example, Pre Induc is less than Post Induc.

*Note.* Wilcoxon signed-rank test.

## 5. ผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**ตาราง 54 แสดงผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| **1. นักศึกษาคิดว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีกี่แบบ ประกอบด้วยอะไรบ้าง** | |
| A1 | การให้เหตุผลมี 2 แบบ มีแบบอุปนัยและนิรนัยครับ |
| A2 | การให้เหตุผลมี 2 แบบค่ะ มีแบบอุปนัยและนิรนัยค่ะ |
| A3 | ในหนังสือมี 3 แบบค่ะ แต่ที่ใช้กันหลักๆ ในการให้เหตุผลมี 2 แบบค่ะ มีแบบอุปนัยและนิรนัย... อีกแบบนึงจำไม่ได้ค่ะ |
| A4 | มี 2 แบบ อุปนัยและนิรนัยครับ |
| A5 | การให้เหตุผลมี 2 แบบค่ะ มีแบบอุปนัยและนิรนัยค่ะ |
| A6 | การให้เหตุผลมี 2 แบบ แบบอุปนัยและนิรนัยค่ะ |
| A7 | การให้เหตุผลมี 2 แบบ มีแบบอุปนัยและนิรนัยครับ |
| A8 | มี 2 แบบค่ะ มีแบบอุปนัยและนิรนัยค่ะ |
| **2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมามีลักษณะการให้เหตุผลอย่างไร** | |
| A1 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์เริ่มจากการวิเคราะห์โจทย์ แสดงตัวอย่างตามเงื่อนไข หาความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วจึงสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ เริ่มเหมือนกันค่ะต้องวิเคราะห์โจทย์ก่อนแต่จะแก้ปัญหาโดยการนำเอากฎหรือหลักการหรือทฤษฎีแล้วจึงสรุป |
| A2 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์ ทำตามเงื่อนไขซ้ำ ๆ จนมั่นใจว่าเกิดความสัมพันธ์ที่ต้องการสรุป เราจึงได้ผลสรุปออกมาค่ะ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ก็ต้องวิเคราะห์โจทย์เช่นกันจึงจะทราบว่าต้องใช้หลักการหรือทฤษฎีใดมาอ้างอิงในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์จึงสรุปได้ว่าเป็นจริงค่ะ |
| A3 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์โจทย์ ยกตัวอย่างตามเงื่อนไขให้เพียงพอต่อการสร้างความสัมพันธ์ แล้วก็สรุปค่ะ การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์วิเคราะห์โจทย์แก้ปัญหาโดยใช้หลักการหรือทฤษฎีอ้างอิงแล้วสรุปค่ะ |
| A4 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์โจทย์หรือปัญหาที่กำหนด ยกตัวอย่างสร้างเงื่อนที่เป็นไปได้แล้วทำการสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ปัญหาเลือกทฤษฎีที่ถูกต้องมาใช้ในการอ้างอิงในการแก้ปัญหาจะได้ข้อสรุปที่ถูกต้องครับ |
| A5 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์เริ่มจากการวิเคราะห์โจทย์ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างตามเงื่อนไขจนมั่นใจว่าความสัมพันธ์ถูกต้องแล้วสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ก็ต้องวิเคราะห์โจทย์แล้วนำเอากฎหรือทฤษฎีมาอ้างอิงในการแก้ปัญหาแล้วจึงตอบ |

**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A6 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ สังเกตุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ยกตัวอย่างตามเงื่อนไขหลาย ๆ ตัวอย่าง ได้ความสัมพันธ์ที่ต้องการแล้วจึงได้ข้อสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ ดูว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้เกี่ยวข้องกับเรื่องใด นำเรื่องที่เกี่ยวข้องมาใช้อ้างอิงในการแก้ปัญหา แล้วจึงสรุปสิ่งที่โจทย์ต้องการ |
| A7 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เริ่มวิเคราะห์โจทย์ ทำตามเงื่อนไขที่โจทย์ต้องการจนมั่นใจว่าสิ่งที่ทำถูกต้องแล้วจึงสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ เริ่มวิเคราะห์โจทย์ ใช้เรื่องอะไรมาอ้างอิง แก้ปัญหา สรุปครับ |
| A8 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ปัญหา สร้างความสัมพันธ์ยกตัวอย่าง สรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ปัญหา แก้ปัญหาจากทฤษฎีที่มีอยู่ สรุป ค่ะ |
| **3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบมีจุดแข็ง/จุดอ่อนอย่างไร** | |
| A1 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็ง ได้ข้อสรุปใหม่ ๆ จากเงื่อนไขที่เราสร้างความสัมพันธ์ สามารถทดสอบได้หลายๆครั้งจนได้ข้อคาดการณ์ จุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัย ถ้าวิเคราะห์โจทย์ผิดดำเนินการสร้างความสัมพันธ์ผิดพลาดหรือยกตัวอย่างไม่ครอบคลุมจะทำให้สรุปข้อคาดการณ์ผิดพลาด<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็ง ถ้าใช้กฎหรือทฤษฎีที่ถูกต้องมาอ้างอิงการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์จะถูกต้อง และใช้ตรวจสอบข้อคาดการณ์ จุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบนิรนัย ทำไม่ได้หรือจะทำไม่ถูกเลยถ้าไม่รู้กฎหรือทฤษฎีที่จะนำมาอ้างอิง ไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ใหม่เพราะใช้กฎหรือทฤษฎีที่มีอยู่แล้วมาช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น |
| A2 | – จุดแข็งการให้เหตุผลแบบอุปนัยคือ ทำให้เราได้วิเคราะห์สถานการณ์สร้างความสัมพันธ์และได้ความรู้ใหม่ที่เราสร้างเอง จุดอ่อนคือ ถ้าเราวิเคราะห์สถานการณ์ผิดสร้างความสัมพันธ์ผิดหรือน้อยเกินไปที่จะได้ข้อสรุปก็ผิดได้ค่ะ<br>– จุดแข็งการให้เหตุผลแบบนิรนัย ใช้ตรวจสอบข้อคาดการณ์ต่าง ๆ คือเมื่อเราสงสัยว่าข้อคาดการณ์ที่เราสร้างมาถูกต้องหรือไม่ต้องนำไปใช้อ้างอิงกับสถานการณ์อื่น ๆ จุดอ่อน ใช้แค่ตรวจสอบและอ้างอิงค่ะ ไม่ได้ทำให้เราได้สูตรอะไรใหม่ ๆ เท่าไหร่ แค่ใช้สูตรที่มีอยู่แล้วแก้ปัญหา |
| A3 | จุดแข็งของแบบอุปนัยคือ ทำได้ข้อสรุปใหม่ ๆ จากการวิเคราะห์ด้วยตนเอง แต่ต้องตรวจสอบว่าข้อสรุปนั้นถูกหรือไม่ จุดอ่อน วิเคราะห์ผิด แสดงตัวอย่างไม่เพียงพอกับการสรุป อาจทำให้ข้อสรุปผิด จุดแข็งแบบนิรนัยคือ ถ้าใช้สูตรมาแก้ปัญหาหรืออ้างอิงถูก การแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์เราจะถูก จุดอ่อน ใช้สูตรผิดอ้างอิงผิดข้อสรุปหรือคำตอบก็ผิดด้วย เป็นแค่การใช้สูตรหรือทฤษฎีมาอ้างอิงแก้ปัญหาการพิสูจน์ไม่ได้อะไรใหม่ ๆ |
| A4 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือสามารถดำเนินการจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ทำหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้รู้ว่าเกี่ยวข้องกันอย่างไรแล้วทำการสรุป จุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัย ใช้เวลานานครับต้องหาว่าข้อมูลมีความเกี่ยวข้องกันไหม เกี่ยวข้องอย่างไร<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็งคือแก้ปัญหาได้รวดเร็วครับสรุปได้ง่ายกว่าถ้ารู้เนื้อหาที่จะมาอ้างอิงหรือแก้นะครับ ส่วนจุดอ่อนพิสูจน์หรือแก้ปัญหาไม่ได้ครับถ้าไม่รู้นิยามหรือทฤษฎีที่จะนำมาอ้างอิง |

**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A5 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือเราสามารถวิเคราะห์ความจริงจากการสังเกตทดลอง สร้างความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขจากสิ่งที่เราสังเกตุ เข้าใจเป็นความรู้ของเราแต่ต้องตรวจสอบต่อไปว่าถูกต้องหรือไม่ ส่วนจุดอ่อนคือเป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ดังนั้นถ้าวิเคราะห์ผิดแสดงเงื่อนไขผิดก็ผิดเลย<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็งคือมีโอกาสถูกต้องสูงถ้าใช้กฎหรือทฤษฎีที่นำมาอ้างอิงถูกต้อง ส่วนจุดอ่อนคือถ้าใช้กฎหรือทฤษฎีที่นำมาอ้างอิงผิดข้อสรุปก็ผิด เป็นแค่การใช้กฎหรือทฤษฎีไม่ได้ทำให้เกิดข้อสรุปใหม่ ๆ แบบอุปนัย |
| A6 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือ ทดลองทำซ้ำ ๆ ได้หลายครั้ง เกิดข้อสรุปเบื้องต้น อาจมีหลายข้อสรุปต้องนำไปใช้ก่อนว่าเป็นจริงกับโจทย์อื่นๆหรือไม่ จุดอ่อนคือ โอกาสผิดพลาดมีเยอะ ถ้าผู้ให้เหตุผลทดลองจากการวิเคราะห์เงื่อนไขผิด ๆ<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็งคือผิดพลาดน้อยเพราะเป็นการอ้างอิงทฤษฎีที่เป็นจริงอยู่แล้ว จุดอ่อนคือ เป็นแค่การใช้แก้ปัญหาไม่ได้เกิดข้อสรุปอะไรใหม่ ๆ |
| A7 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือได้ข้อสรุปใหม่จากการวิเคราะห์สถานการณ์ ทดลองจนแน่ใจว่าข้อสรุปน่าจะเป็นจริง จุดอ่อน คือ ถ้าวิเคราะห์สถานการณ์ผิดทดลองผิดข้อสรุปก็ผิด<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็งคือ ใช้สูตรถูกก็ถูก และใช้ตรวจสอบข้อสรุปจากการอุปนัยอีกทีด้วยครับ จุดอ่อนคือ จำสูตรหรือทฤษฎีไม่ได้ก็แก้ปัญหาหรือพิสูจน์ไม่ได้และไม่ได้ช่วยให้เราเกิดความรู้ใหม่แต่เป็นการใช้ |
| A8 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือทดลองซ้ำ ๆ ได้ ข้อสรุปที่ได้อาจไม่เหมือนกันต้องนำไปทดสอบอีกครั้ง จุดอ่อน คือ ข้อสรุปอาจผิดพลาดได้ถ้าทำการทดลองที่ผิด<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีจุดแข็งคือ โอกาสผิดน้อยเพราะเป็นการนำกฎหรือทฤษฎีที่เป็นจริงมาใช้พิสูจน์หรือแก้ปัญหา และใช้ตรวจสอบข้อสรุปจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยด้วยเพราะต้องนำข้อสรุปที่ได้มาไปใช้อ้างอิงหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ จุดอ่อนคือ ถ้าจำกฎหรือทฤษฎีไม่ได้ก็ทำไม่ได้และไม่ได้ช่วยให้เราเกิดความรู้ใหม่ ๆ เพราะแค่เอาของเขามาใช้ |
| **4. ทำไมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงต้องแยกออกเป็นแต่ละแบบ** | |
| A1 | การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ มีวิธีการต่างกัน อุปนัย วิเคราะห์ ทดลอง สร้างความสัมพันธ์ สรุป ส่วนนิรนัย วิเคราะห์ หากฎหรือทฤษฎีมาอ้างอิงแก้ปัญหา สรุปว่าการแก้ปัญหานั้นเป็นจริง |
| A2 | ทั้ง 2 แบบ มีขั้นตอนต่างกัน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย จะเริ่มจากการวิเคราะห์แสดงความสัมพันธ์แล้วจึงสรุป การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย จะเริ่มจากการวิเคราะห์อ้างอิงหากฎหรือทฤษฎี แล้วจึงสรุป |
| A3 | กระบวนการของการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบต่างกัน แบบอุปนัยคือ วิเคราะห์ ตรวจสอบสร้างความสัมพันธ์ แล้วสร้างข้อสรุป แบบนิรนัยคือ วิเคราะห์ปัญหาเลือกใช้สูตรมาแก้ปัญหาหรืออ้างอิงแล้วสรุป |

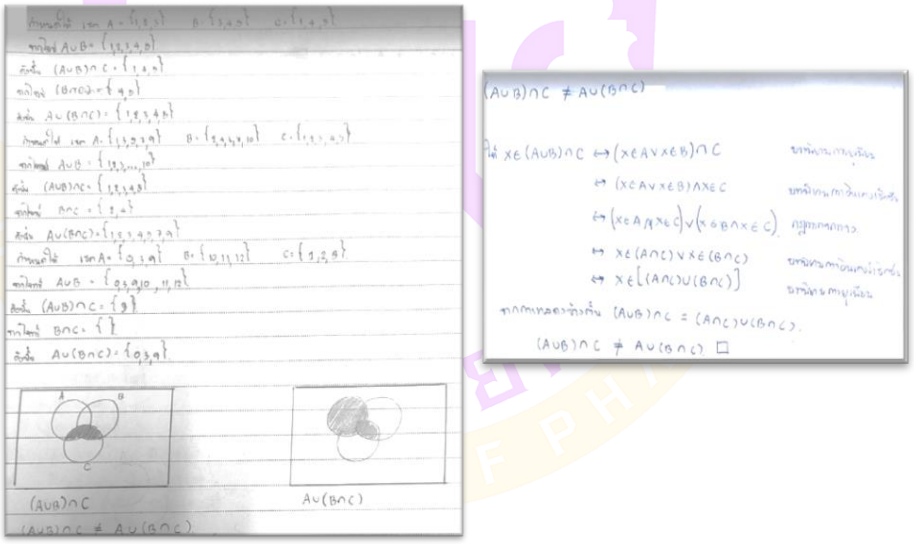
**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A4 | ต่างกันตรงขั้นตอนการให้เหตุผล การให้เหตุผลแบบอุปนัย จะดำเนินการจากวิเคราะห์เงื่อนไขที่กำหนดให้ทำหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วทำการสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัย จะดำเนินการจากวิเคราะห์ปัญหา อ้างอิงนิยามหรือทฤษฎี แล้วทำการสรุป |
| A5 | กระบวนการต่างกัน การให้เหตุผลแบบอุปนัย วิเคราะห์จากการสังเกตทดลอง สร้างความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขสรุปเบื้องต้น การให้เหตุผลแบบนิรนัย วิเคราะห์ หากฎหรือทฤษฎีที่จะนำมาใช้ในการอ้างอิงให้ถูกต้อง สรุปกรณีที่ทำการแก้ปัญหา |
| A6 | ขั้นตอนการการให้เหตุผลต่างกัน แบบอุปนัย จะวิเคราะห์ปัญหา ทดลองทำซ้ำ ๆ หาความสัมพันธ์เกิดข้อสรุปเบื้องต้น การให้เหตุผลแบบนิรนัย จะวิเคราะห์ปัญหา เป็นการอ้างอิงทฤษฎีที่เป็นจริงสรุปหรือตอบคำถาม |
| A7 | กระบวนการของการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบต่างกัน แบบอุปนัย วิเคราะห์สถานการณ์ ทดลองจนแน่ใจว่าข้อสรุปน่าจะเป็นจริง การให้เหตุผลแบบนิรนัย วิเคราะห์สถานการณ์ ใช้สูตรหรือทฤษฎีแก้ปัญหาหรือพิสูจน์ สรุป |
| A8 | กระบวนการต่างกัน การให้เหตุผลแบบอุปนัย วิเคราะห์ ทดลองซ้ำ ๆ ได้ ข้อสรุปต้องนำไปทดสอบอีกครั้ง การให้เหตุผลแบบนิรนัย วิเคราะห์ นำกฎหรือทฤษฎีที่เป็นจริงมาใช้พิสูจน์หรือแก้ปัญหาสรุปการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ |
| **5. เมื่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแบบไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน) แล้วการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร** | |
| A1 | – การให้เหตุผลแบบอุปนัยช่วยสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์ ทดลอง สร้างความสัมพันธ์จนได้ความรู้ใหม่<br>– การให้เหตุผลแบบนิรนัยช่วยสร้างความรู้ผ่านกฎหรือทฤษฎีมาอ้างอิงแก้ปัญหา สรุปว่าการแก้ปัญหา<br>นั้นเป็นจริงการพิสูจน์ |
| A2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย จะเริ่มจากการวิเคราะห์ แสดงความสัมพันธ์แล้วจึงสรุปทำให้เกิดความรู้ใหม่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย จะเริ่มจากการวิเคราะห์ อ้างอิงหากฎหรือทฤษฎี ได้ความรู้ใหม่จากการอ้างอิงว่าเป็นจริง |
| A3 | แบบอุปนัยได้ความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์ ตรวจสอบและสร้างความสัมพันธ์ แบบนิรนัยได้ความรู้ใหม่จากวิเคราะห์ปัญหาใช้สูตรมาแก้ปัญหาหรืออ้างอิง |
| A4 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างความรู้ใหม่จากการจากวิเคราะห์เงื่อนไขที่กำหนดให้ทำหลาย ๆ ตัวอย่าง สร้างความสัมพันธ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างความรู้ใหม่จากวิเคราะห์ปัญหาอ้างอิงนิยามหรือทฤษฎี |
| A5 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์ สังเกตทดลอง สร้างความสัมพันธ์หรือเงื่อนไข การให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์ อ้างอิงกฎหรือทฤษฎี |
| A6 | แบบอุปนัย วิเคราะห์ปัญหา ทดลองทำซ้ำ ๆ หาความสัมพันธ์ เกิดความรู้ใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัย จะวิเคราะห์ปัญหา เป็นการอ้างอิงทฤษฎี สรุปเป็นความรู้ |

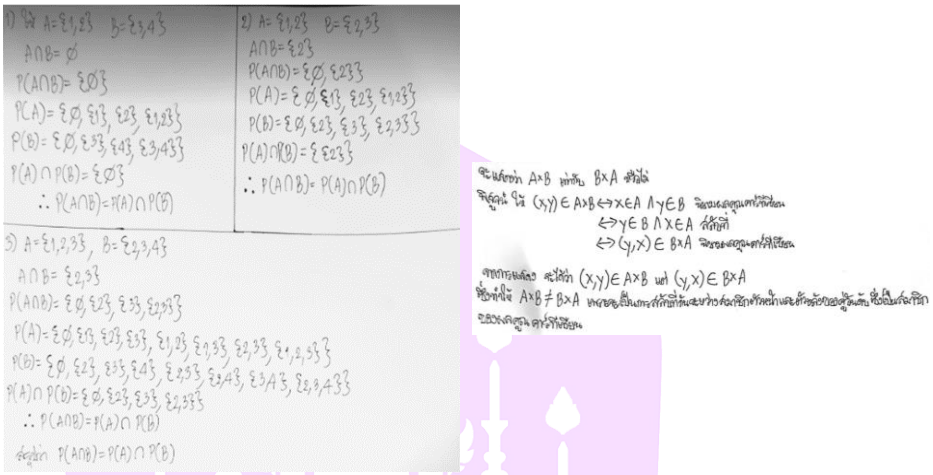
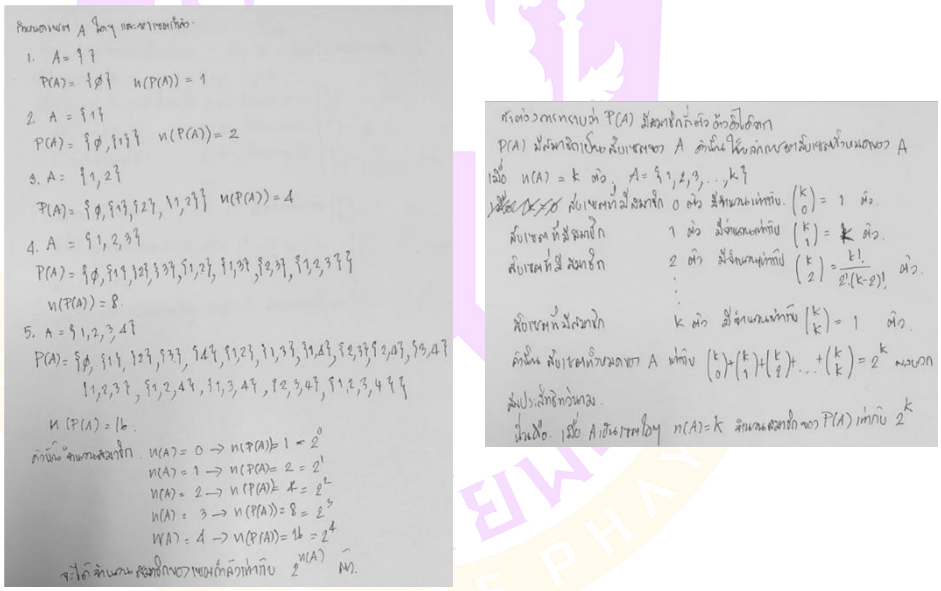
**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A7 | แบบอุปนัยได้ความรู้จากการวิเคราะห์สถานการณ์ ทดลองจนได้ข้อสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัยได้ความรู้จาการวิเคราะห์สถานการณ์ใช้สูตรหรือทฤษฎีแก้ปัญหาหรืออ้างอิงการพิสูจน์ |
| A8 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์ ทดลองซ้ำๆสร้างความสัมพันธ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัยสร้างความรู้ใหม่จากการวิเคราะห์ นำกฎหรือทฤษฎีที่เป็นจริงมาใช้พิสูจน์หรือแก้ปัญหา |
| **6. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร** | |
| A1 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะช่วยสร้างสรุปที่เป็นไปได้ต้องใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยช่วยในการตรวจสอบคือนำข้อสรุปที่ได้มาไปอ้างอิงในสถานการณ์อื่น ๆ |
| A2 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างจากข้อมูลย่อย ๆ ที่ได้แล้วนำไปสรุป ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยรู้สูตรรู้นิยามหรือทฤษฎีก็แก้ปัญหาสรุปได้แล้วค่ะ เขาทำงานคนละแบบค่ะ ไม่จำเป็นที่จะต้องใช้ทั้ง 2 แบบค่ะ |
| A3 | กระบวนการของการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะสร้างข้อสรุปและแบบนิรนัยจะนำข้อสรุปนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาหรืออ้างอิงแล้วสรุปเป็นความรู้ |
| A4 | การให้เหตุผลทั้งสองแบบมีวิธีการต่างกันครับแต่ขึ้นอยู่กับครูครับว่าจะสอนแบบไหนให้นักเรียนนำไปใช้ในการแก้ปัญหา อาจไม่จำเป็นต้องรู้ทั้ง 2 แบบครับ |
| A5 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะสร้างความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขสรุปเบื้องต้นและการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะช่วยตรวจสอบความถูกต้องในการนำมาใช้ในการอ้างอิงและสรุปเป็นความรู้ |
| A6 | แบบอุปนัย วิเคราะห์ปัญหา ทดลองทำซ้ำ ๆ หาความสัมพันธ์ เกิดความรู้ใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัย จะวิเคราะห์ปัญหา เป็นการอ้างอิงทฤษฎี สรุปเป็นความรู้ |
| A7 | อุปนัยทดลองซ้ำ ๆ แล้วสรุปผลครับ ส่วนนิรนัยอ้างอิงในการแก้ปัญหาครับ ผมคิดว่าเขาสร้างความรู้ต่างกันครับ แบบไหนก็ทำให้เรารู้ได้ครับ อาจไม่ต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบร่วมกันครับ |
| A8 | การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างข้อสรุปต้องนำไปทดสอบอีกครั้งผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัยแล้วจึงสรุปเป็นความรู้ |
| **7. โดยส่วนตัวนักศึกษาใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหามากกว่ากัน เพราะเหตุใด** | |
| A1 | ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะส่วนใหญ่โจทย์หรือปัญหาที่พบ ผมมักจะมองหาเห็นสิ่งที่โจทย์ให้มาตั้งคำถามกับตัวเองว่าจะสร้างความสัมพันธ์จากเงื่อนไขที่ได้มาอย่างไร แล้วจึงแก้ปัญหาและสรุปครับ |
| A2 | ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย ค่อย ๆ ทำไปตามเหตุการณ์ค่ะ ทดลองซ้ำไปเรื่อย ๆ ถ้าไม่เจอข้อขัดแย้งใด ๆ ก็สรุปได้ค่ะ |
| A3 | ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยการสังเกตุสิ่งที่กำลังจะทำ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง หาความสัมพันธ์ของเหตุมาสรุปเพื่อเป็นข้อเท็จจริง |

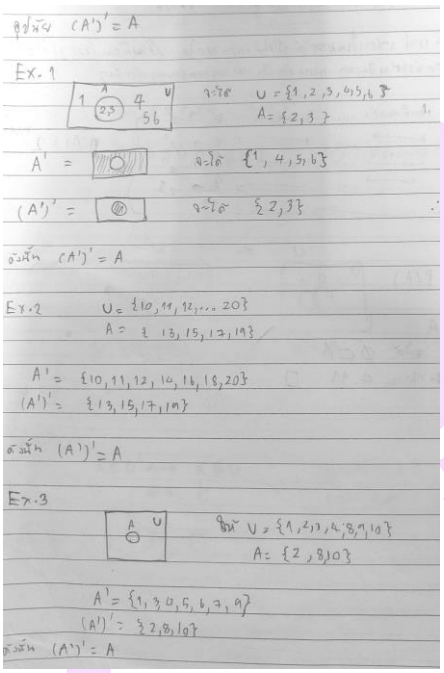
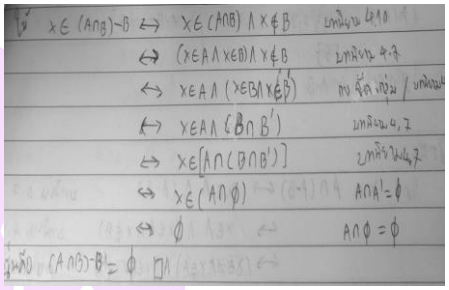
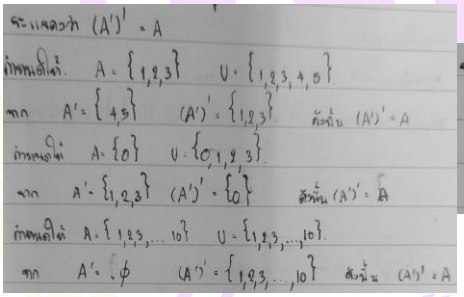
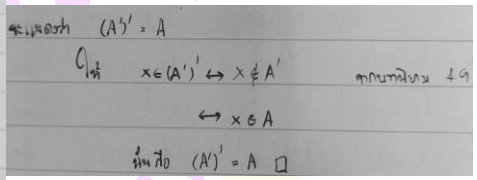
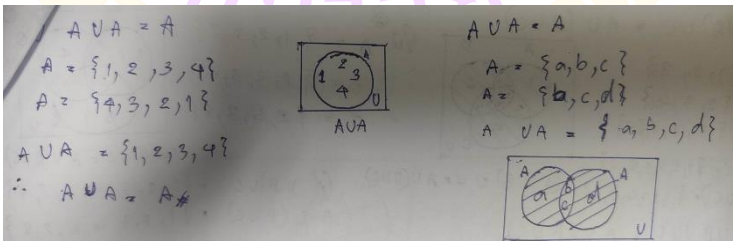
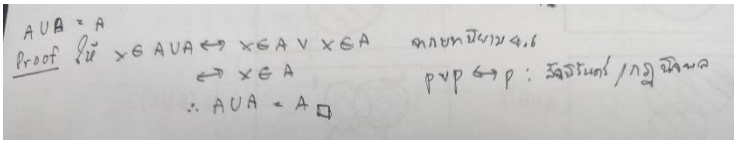
**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A4 | ส่วนตัวมักใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยมากกว่าในการแก้ปัญหาหรือสร้างความรู้ครับ เพราะเห็นภาพชัดเจนสามารถทดลองทำตามเงื่อนไขได้ครับ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวตามเงื่อนไขแล้วสรุปครับ เพราะในบางครั้งอาจจำกฎ ทฤษฎีหรือนิยามไม่ได้ก็จะเป็นการยากที่จะแก้ปัญหาโดยการนิรนัยครับ |
| A5 | ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะเราสามารยักตัวอย่างจากสถานการณ์ที่กำหนดมาให้ ทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้งเพื่อหาข้อเท็จจริงค่ะ เช่น 1, 2, 4, 8, ... ถ้าเราลองดูตัวถัดไปจากตัวข้างหน้า คือ คูณ 2 ตัวก่อนหน้านั้น ตัวต่อจาก 8 คือ 16 ตัวต่อจาก 16 คือ 32 ดังนั้น ค่าของแต่ละพจน์จะเป็น $2^{n-1}$ ค่ะ |
| A6 | แบบอุปนัย เพราะสามารถยกตัวอย่างจากสถานการณ์ที่กำหนดหลายๆ ตัวอย่างแล้วนำมาสรุปได้ สามารถมองจากส่วนย่อยไปสร้างความสัมพันธ์เป็นการสรุปผลจากการค้นหาความจริง |
| A7 | อุปนัยครับ ผมจะตั้งคำถามและสมมติฐานก่อนว่าจะเกิดอะไรขึ้นแล้วทดลองซ้ำ ๆ ครับ เพื่อแก้ปัญหา |
| A8 | การให้เหตุผลแบบอุปนัย ส่วนมากจะหาคำตอบโดยการสังเกตก่อนหรือทดลองหลาย ๆ ตัวอย่าง คาดการณ์จากเงื่อนไขว่าเป็นไปได้อย่างไรแล้วจึงสรุป แต่หากจะแก้ปัญหาแบบนิรนัยอาจต้องมีความรู้เพียงพอในการใช้ทฤษฎี |
| **8. ลองยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษาจะใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมาในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา** | |
| A1 |  |

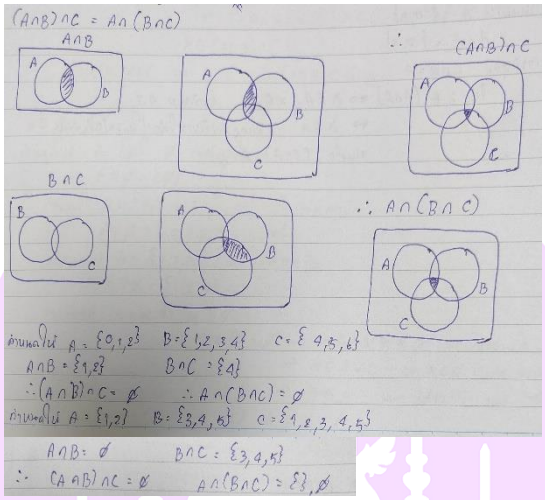
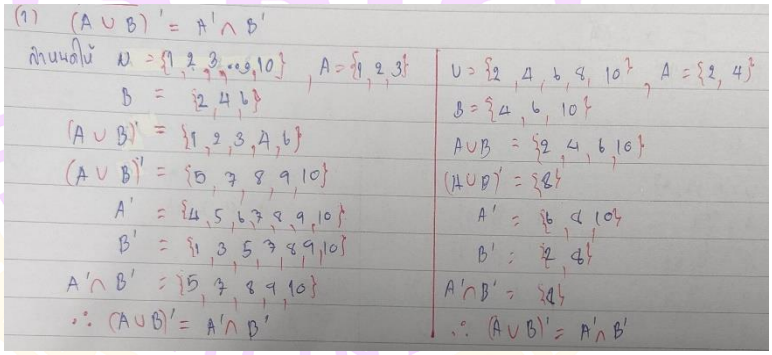
**ตาราง 54 (ต่อ)**

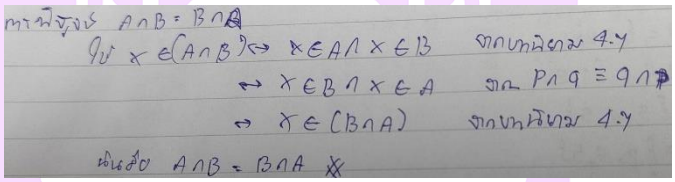
| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A2 |  |
| A3 |  |

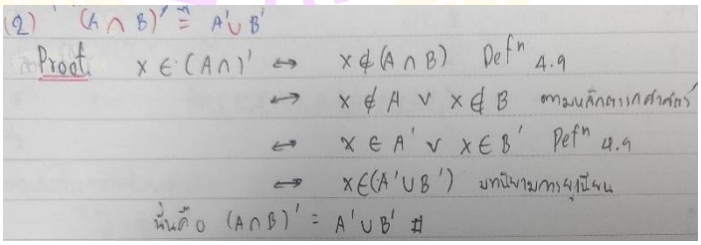
**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A4 |   |
| A5 |   |
| A6 |   |

**ตาราง 54 (ต่อ)**

| ผู้ให้ข้อมูล | รายการคำถาม |
|---|---|
| A7 |  |
| A8 |  |





# ประวัติผู้วิจัย

| | |
|---|---|
| **ชื่อ–สกุล** | วิทยา พูลสวัสดิ์ |
| **วัน เดือน ปี เกิด** | 21 กรกฎาคม 2519 |
| **สถานที่เกิด** | จังหวัดนครสวรรค์ |
| **วุฒิการศึกษา** | พ.ศ. 2555 ศษ.ม (คณิตศาสตร์ศึกษา), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่<br>พ.ศ. 2542 ค.บ. (คณิตศาสตร์), มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย, เชียงราย |
| **ที่อยู่ปัจจุบัน** | 679/104 หมู่บ้านลลิตา 5 ตำบลริมกก อำเภอเมือง จังหวัดเชียงราย 57100 |
| **ผลงานตีพิมพ์** | วิทยา พูลสวัสดิ์. (อยู่ระหว่างการตีพิมพ์). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1 : ผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยม. วารสารการวิจัย "กาสะลองคำ" มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย, 17(2).<br>วิทยา พูลสวัสดิ์. (อยู่ระหว่างการตีพิมพ์). การสร้างรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรรคนิยมเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู. วารสารการวิจัย "กาสะลองคำ" มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย, 17(1). |